

Efficienza di pacchettizzazione

di

Diego Alberto

Il problema che segue tratta l'efficienza di copertura di una superficie circolare:

fissato il diametro di una circonferenza ci si potrebbe chiedere qual è la percentuale di superficie coperta da tutte le altre circonferenze (uguali) introducibili di diametro strettamente inferiore a quello della prima circonferenza e definibile dall'utente.

L'applicazione più ovvia è quella di massimizzare il numero di cavi all'interno di un macro-cavo, o in maniera più goliardica il numero di teglie di pizza in un forno circolare.

E' ovvio che fissato il diametro e l'algoritmo di allocazione si ricava, con un opportuno programma, il numero massimo di circonferenze introducibili nella 'macro-circonferenza' e, semplicemente moltiplicando per la superficie della singola, la superficie totale ricoperta.

Facendo il rapporto tra questa superficie e quella totale (ovvero quella della macro-circonferenza) si ottiene l'efficienza di copertura.

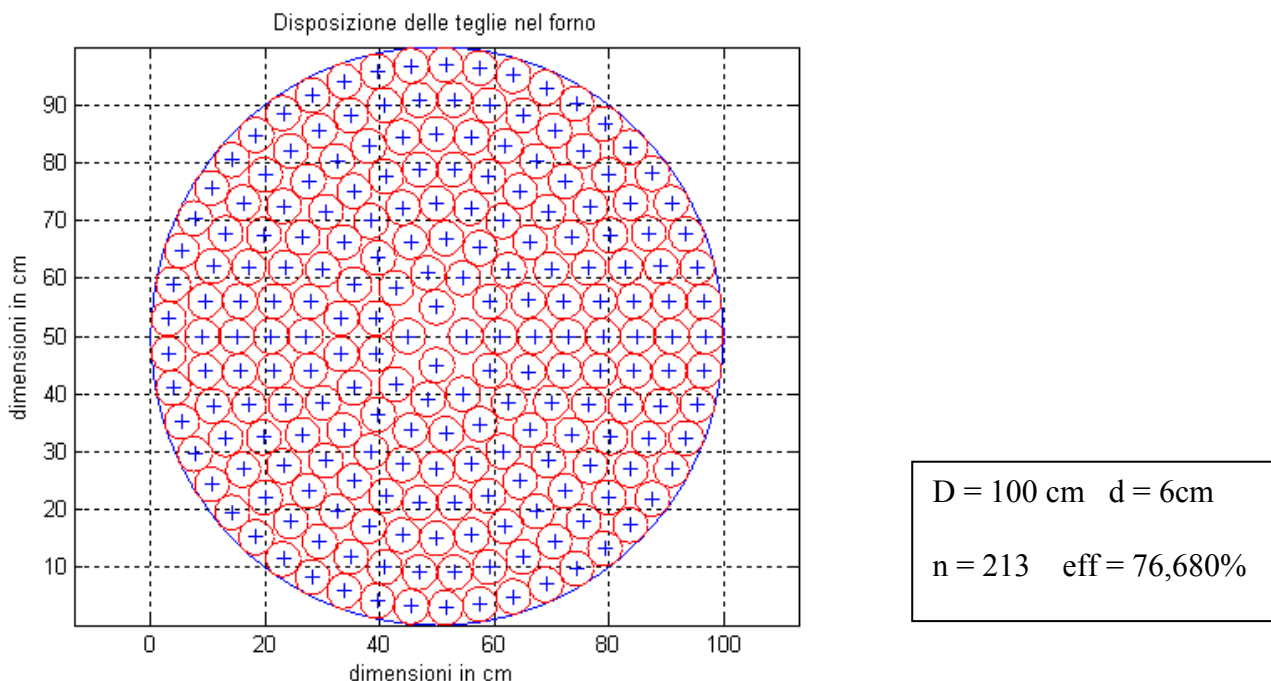
Il problema a questo punto è scegliere l'algoritmo di allocazione:

- disporre le circonferenze a partire dal bordo interno della macro-circonferenza
- disporre le circonferenze a partire dal centro della macro-circonferenza

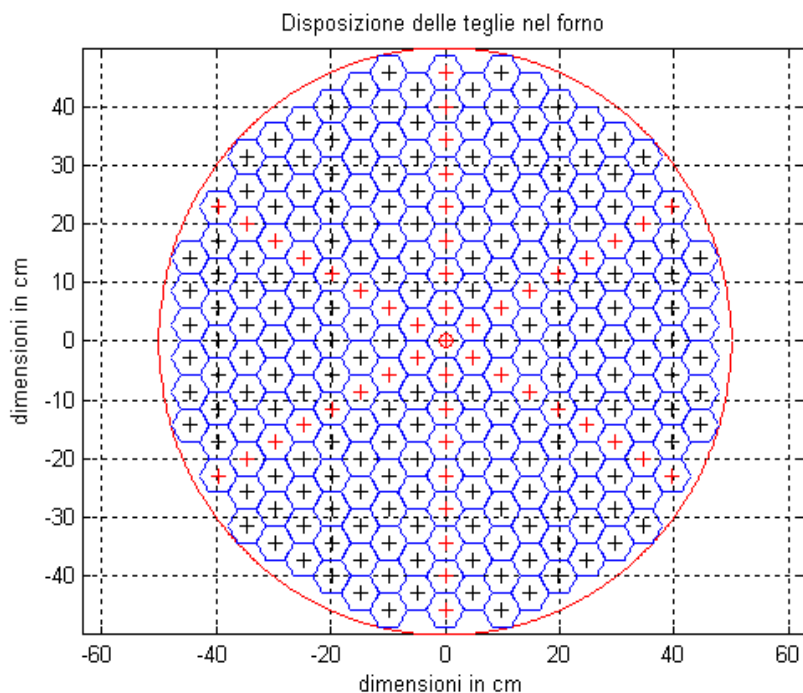
Scelta una delle due alternative, con quale logica disporre le circonferenze per ottimizzare l'efficienza ?

La mia prima scelta è stata quella di disporre le circonferenze a partire dal bordo esterno della macro-cir via via su bordi di circonferenze più piccole a decrementi di due volte il diametro della circonferenza.

Vedi figura



Come si può notare l'efficienza non è molto alta, se la confrontassimo con quella ottenuta scegliendo esagoni di uguale superficie delle singole circonferenze, otterremmo:

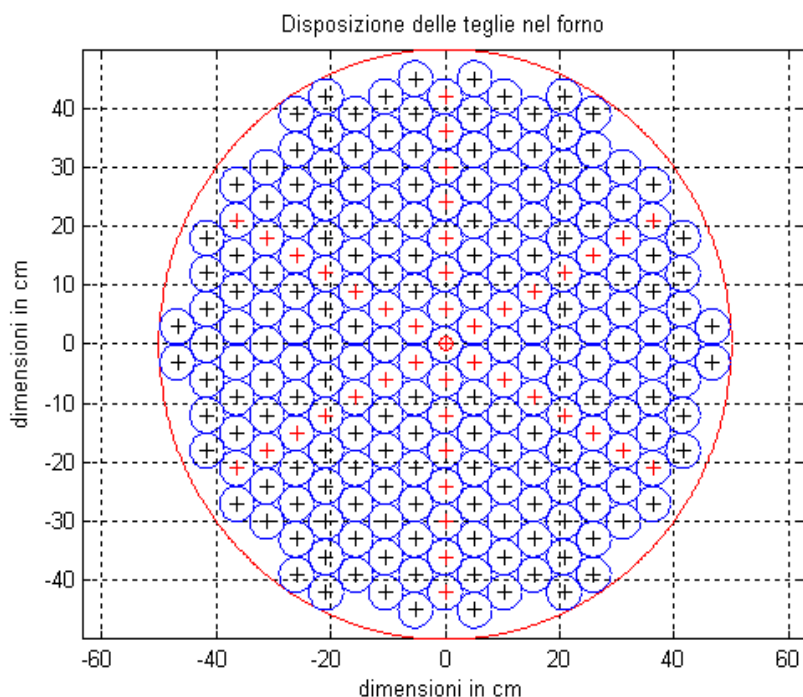


$$D = 100 \text{ cm} \quad d = 6 \text{ cm}$$

$$n = 253 \quad \text{eff} = 91,080\%$$

Come ci si poteva immaginare, in questo caso l'efficienza è aumentata poiché l'esagono è una figura geometrica in grado di ricoprire perfettamente un piano; i problemi si riscontrano solo al bordo ed è per questo che l'efficienza non è del 100%. Qui però gli esagoni sono stati disposti a partire dal centro della macro-circonferenza.

Tornando al problema di partenza e usando sempre circonferenze, si potrebbe pensare di disporle dal centro e concentriche a esagoni circoscritti a tali circonferenze:



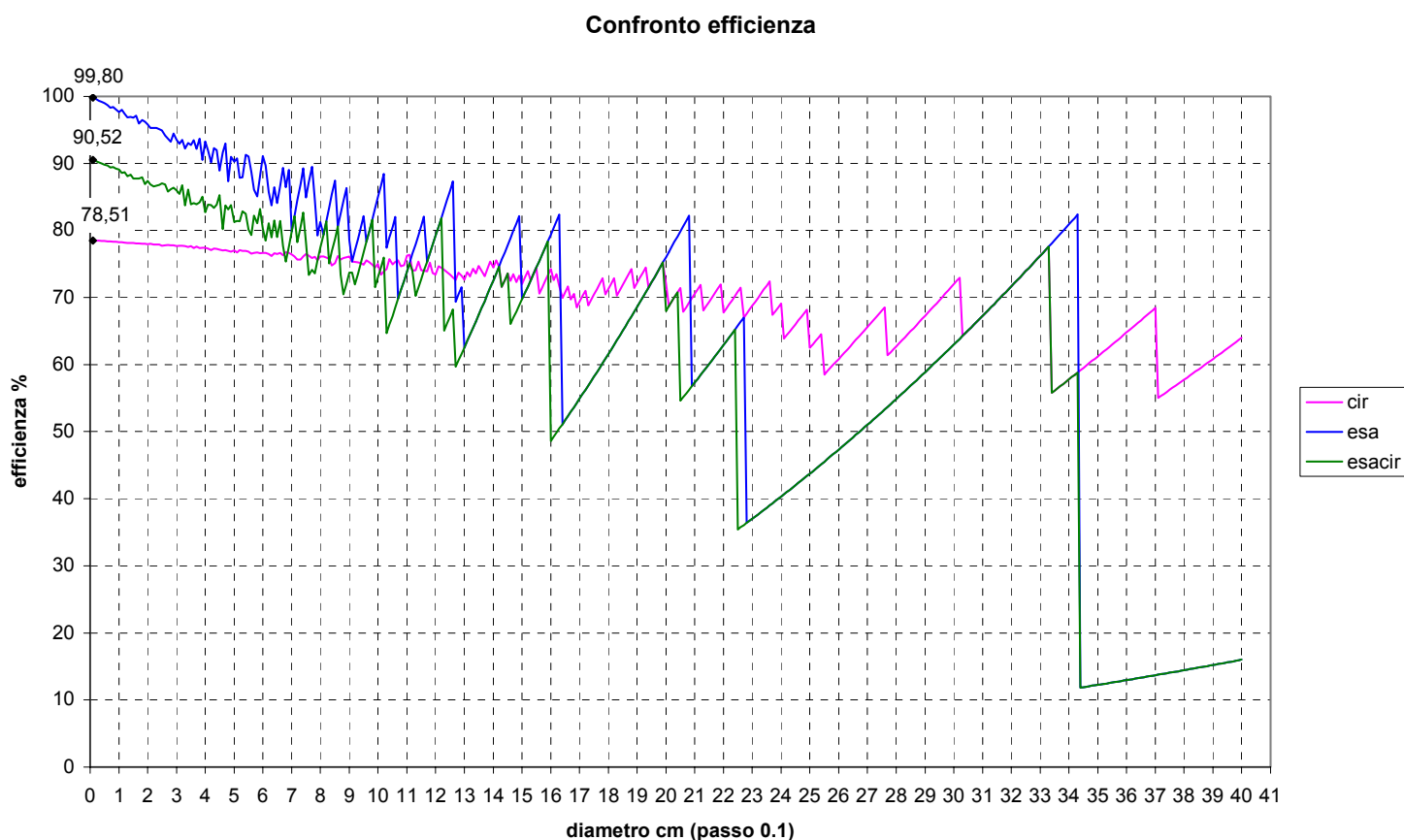
$$D = 100 \text{ cm} \quad d = 6 \text{ cm}$$

$$n = 223 \quad \text{eff} = 80,280\%$$

Come si può notare, l'efficienza risulta essere maggiore rispetto al caso di disposizione di circonferenze a partire dal bordo della macro-circonferenza, proprio perché dalla letteratura si ricava che l'impacchettamento a esagono risulta essere quello che consegue prestazioni migliori.

Facendo variare il diametro delle circonferenze a passo di 0.1 cm si può valutare l'evoluzione dell'efficienza di copertura; verranno di seguito considerate le tre configurazioni discusse in precedenza :

- **cir** : circonferenze disposte a partire dal bordo della macro-circonferenza
- **esa** : esagoni, equivalenti a circonferenze di diametro imposto, disposti dal centro
- **esacir** : circonferenze disposte dal centro con pacchettizzazione a esagono

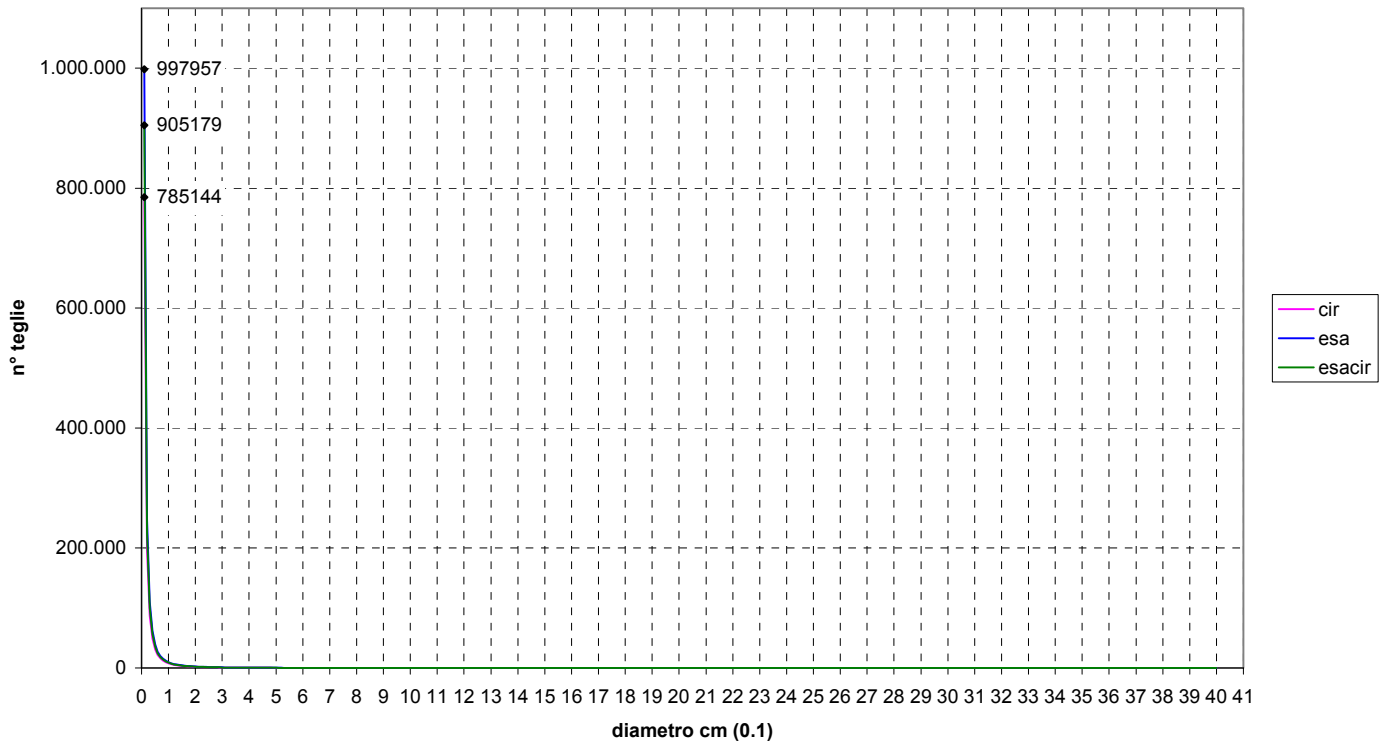


L'andamento è discontinuo poiché in alcuni casi aumentando il diametro anche di un solo millimetro il numero di circonferenze o di esagoni decresce abbassando l'efficienza complessiva.

Interessante considerare il numero di figure (circonferenze o esagoni) disposte nella macro-circonferenza per ottenere tali efficienze, sempre con le solite convenzioni:

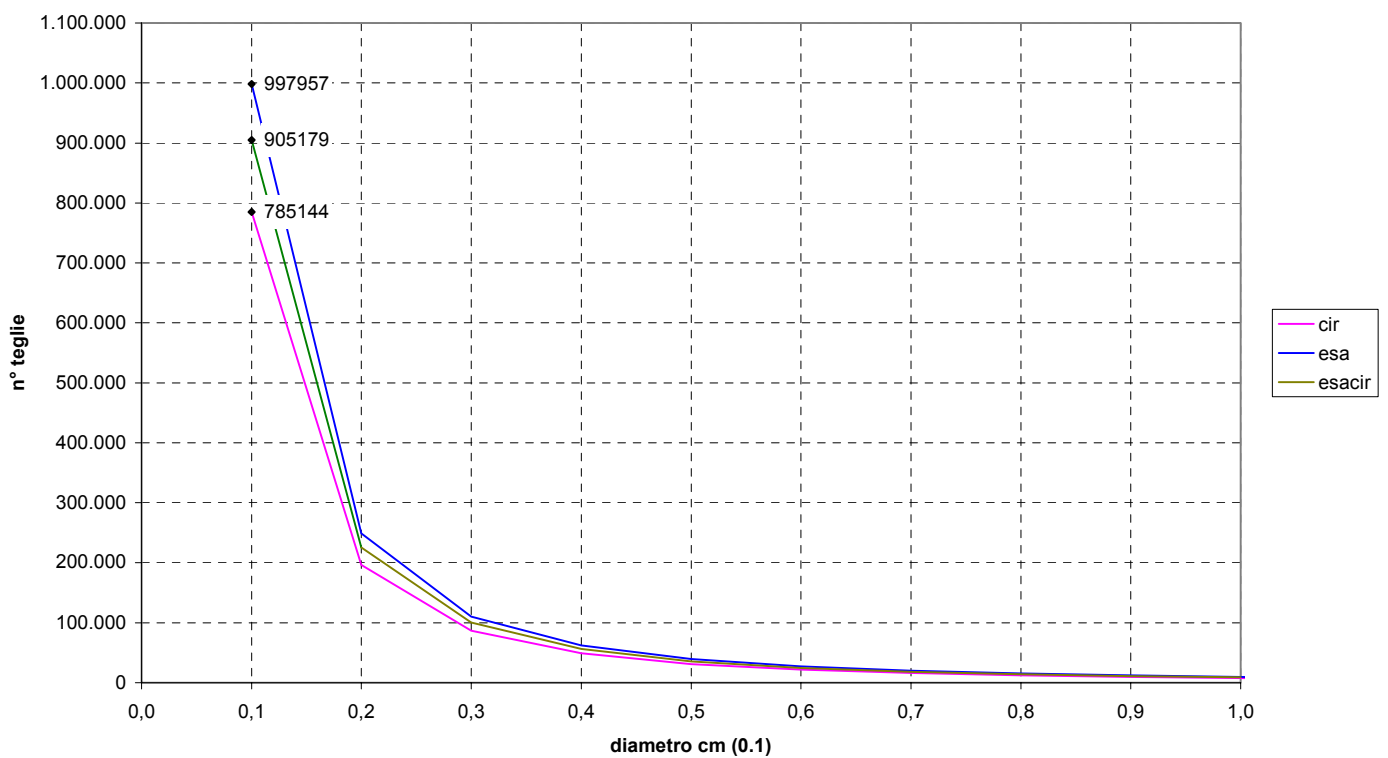
- **cir** : circonferenze disposte a partire dal bordo della macro-circonferenza
- **esa** : esagoni, equivalenti a circonferenze di diametro imposto, disposti dal centro
- **esacir** : circonferenze disposte dal centro con pacchettizzazione a esagono

Confronto numero teglie

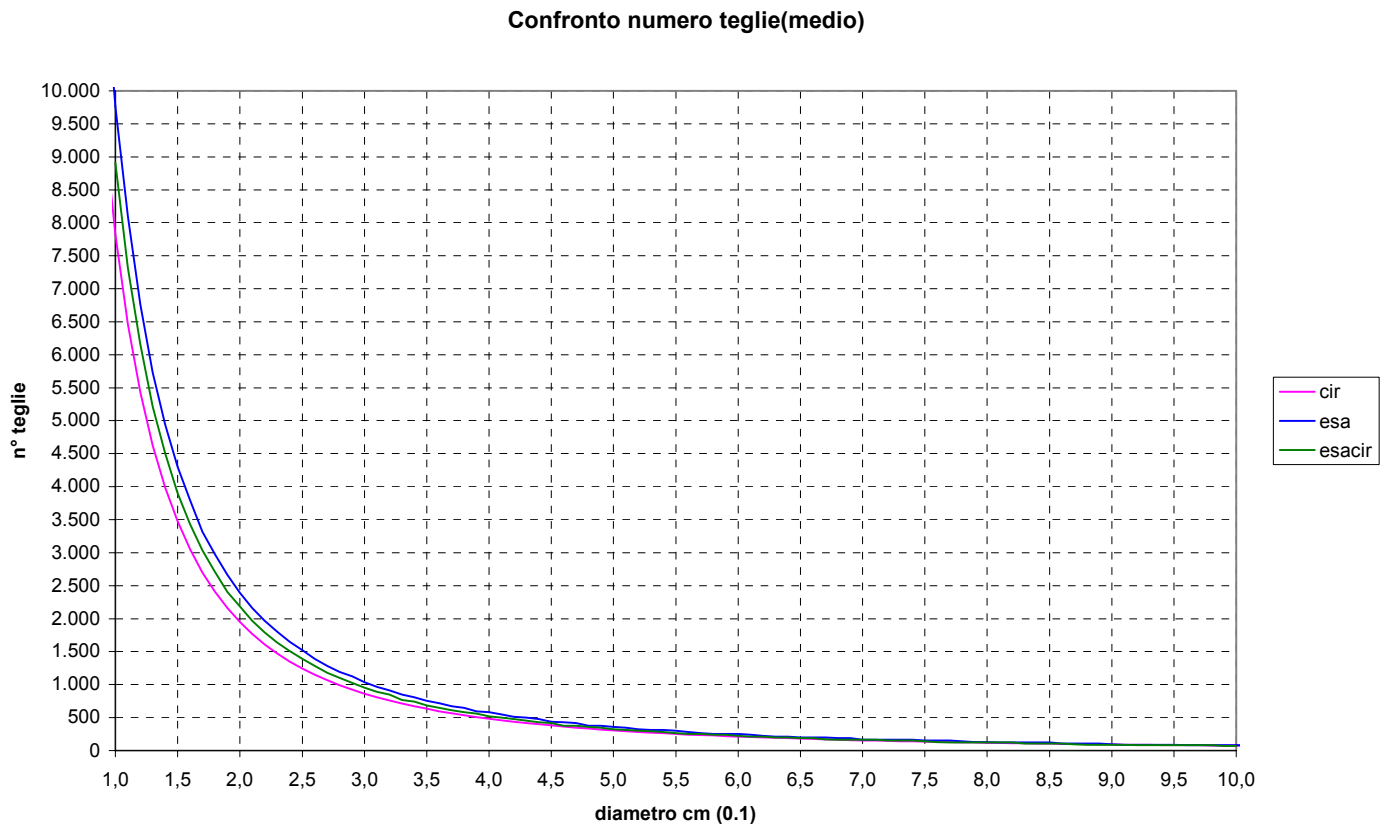


Più in dettaglio, considerando diametri da 0,1 a 1 cm :

Confronto numero teglie(alto)



diametri da 1 a 10 cm :



diametri da 10 a 40 cm :

