ASINTOTI CURVILINEI

ASINTOTI RETTILINEI

Una funzione algebrica o trascendente y=f(x) ha un asintoto obliquo quando sono finiti i limiti

$$\begin{cases} \lim_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = m \\ \lim_{x\to\infty} [f(x) - mx] = q \end{cases}$$

E l'equazione dell'asintoto è

$$y=mx+q$$

Per le funzioni algebriche razionali fratte (cioè quelle costituite dal rapporto fra due polinomi), ciò significa che una funzione del tipo $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ (con il numeratore di grado n ed il denominatore di grado d) ammette l'esistenza di un asintoto obliquo quando n-d=1, cioè quando il numeratore è un polinomio di un grado superiore al grado del polinomio a denominatore.

Fin qui la teoria degli asintoti che è generalmente nota a tutti.

Vediamo ora cosa avviene se una funzione algebrica razionale fratta $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ ha il numeratore di 2, 3 o più gradi superiore al grado del denominatore, cioè se n-d=2, n-d=3 ecc.

ASINTOTI PARABOLICI

Nel caso in cui n-d=2 si ha (con evidente generalizzazione del criterio precedente)

$$\begin{cases} \lim_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x^2} = a \\ \lim_{x\to\infty} \left[\dfrac{f(x)}{x} - ax\right] = b \\ \lim_{x\to\infty} \left[f(x) - ax^2 - bx\right] = c \end{cases}$$

e l'asintoto è una parabola con equazione

$$y=ax^2+bx+c$$

ASINTOTI CUBICI

Nel caso in cui sia invece n-d=3 si ha in modo analogo

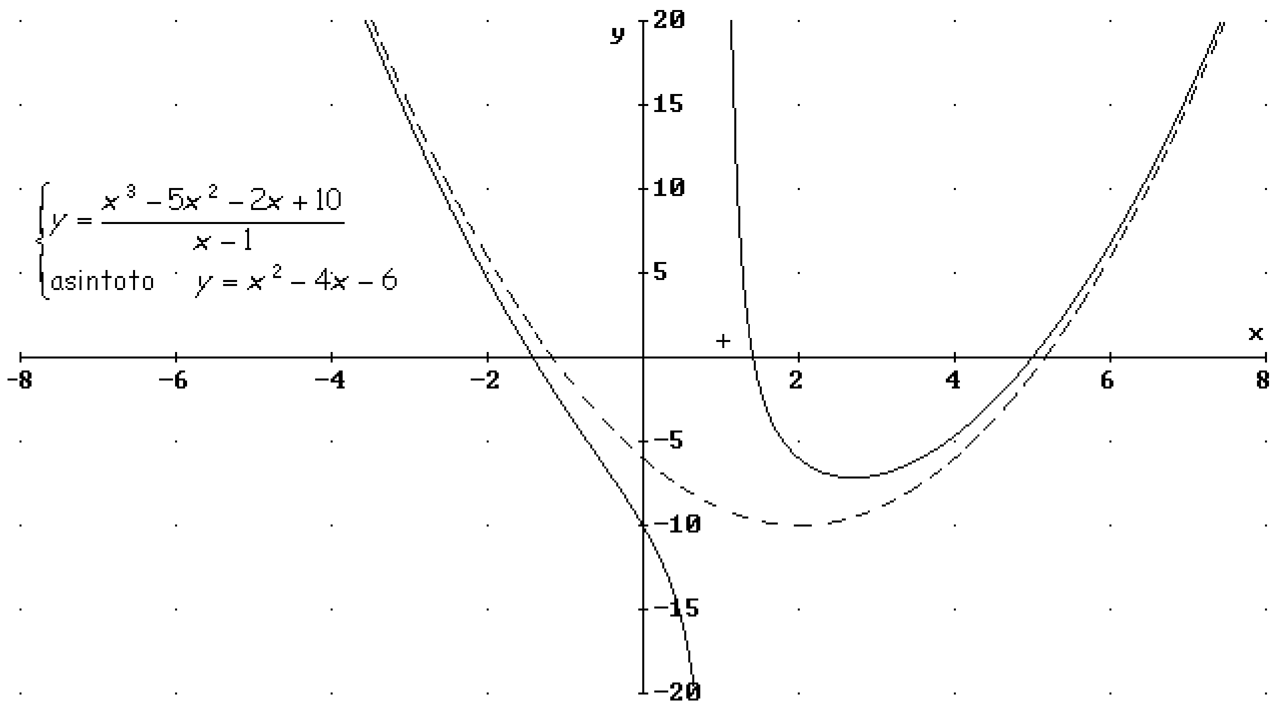
$$\begin{cases} \lim_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x^3} = a \\ \lim_{x\to\infty} \left[\dfrac{f(x)}{x^2} - ax\right] = b \\ \lim_{x\to\infty} \left[\dfrac{f(x)}{x} - ax^2 - bx\right] = c \\ \lim_{x\to\infty} \left[f(x) - ax^3 - bx^2 - cx\right] = d \end{cases}$$

e l'asintoto è una cubica di equazione

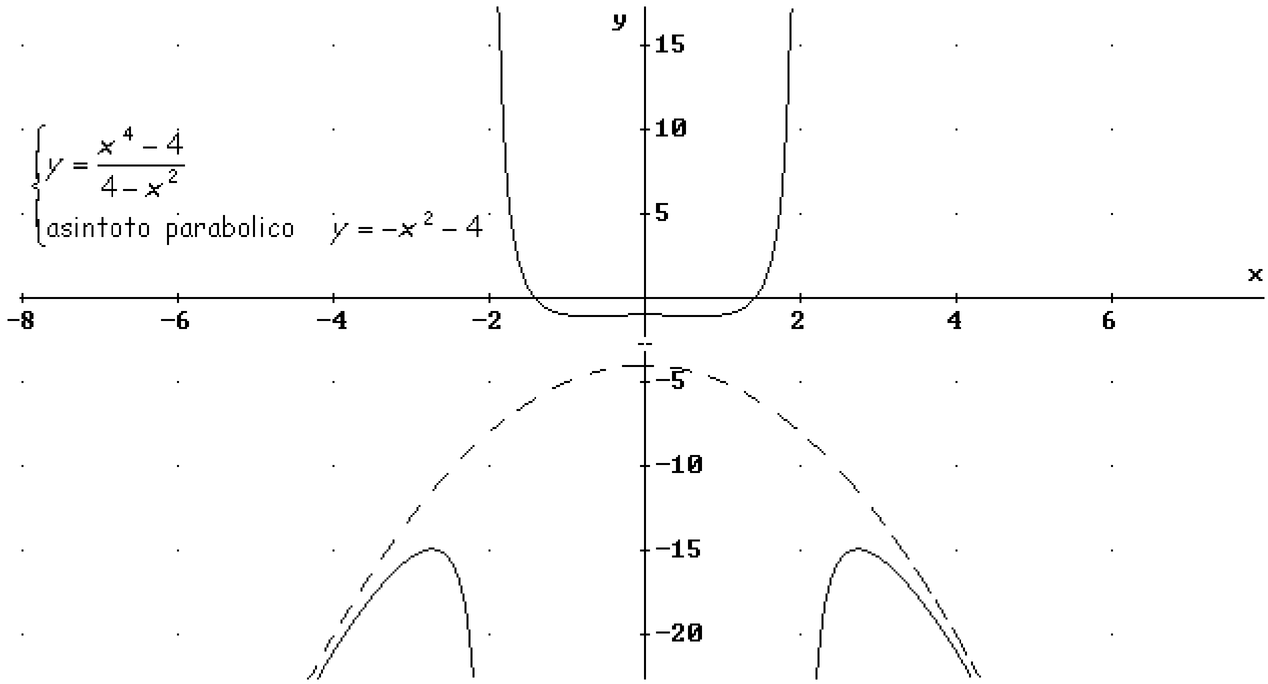
$$y=ax^3+bx^2+cx+d$$

e così via per valori maggiori di n-d.

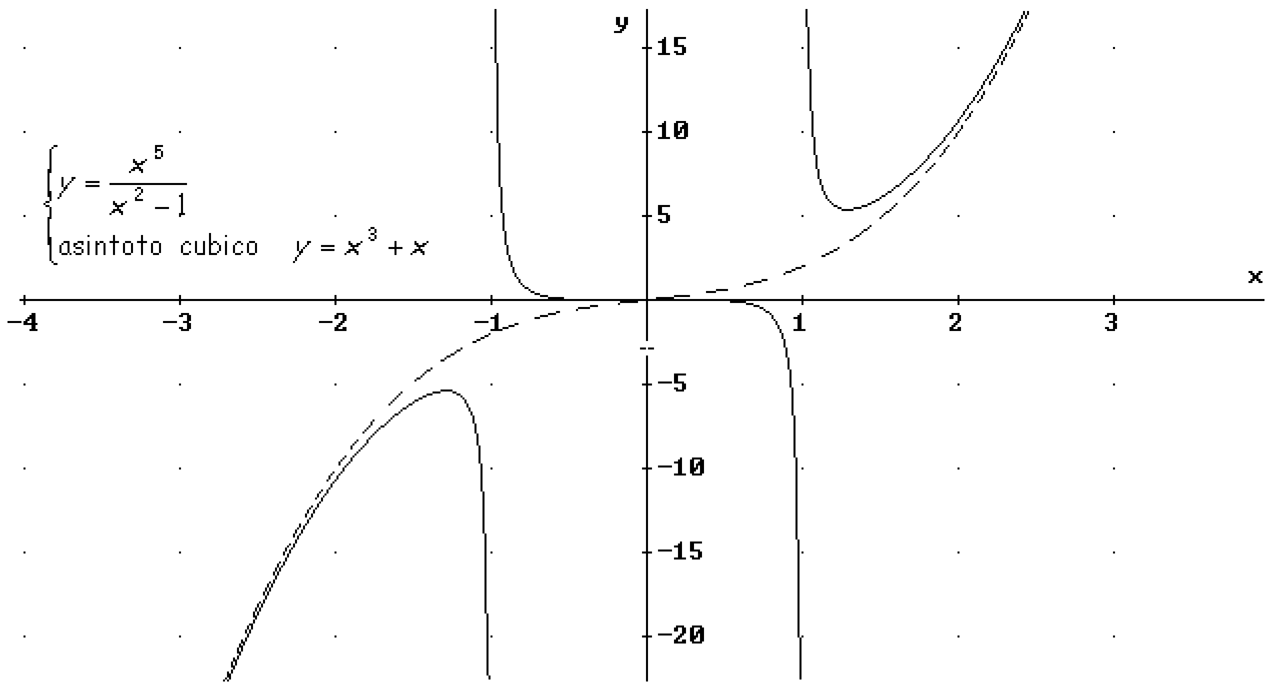
ESEMPIO n.1



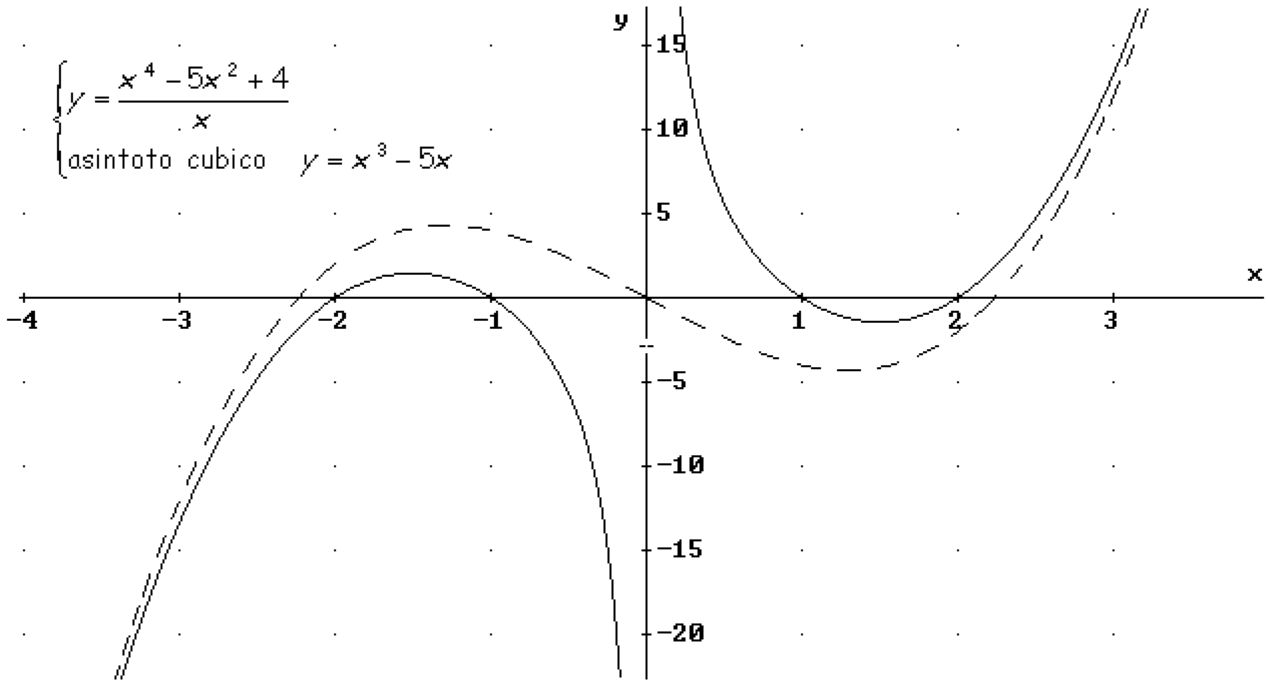
ESEMPIO n.2



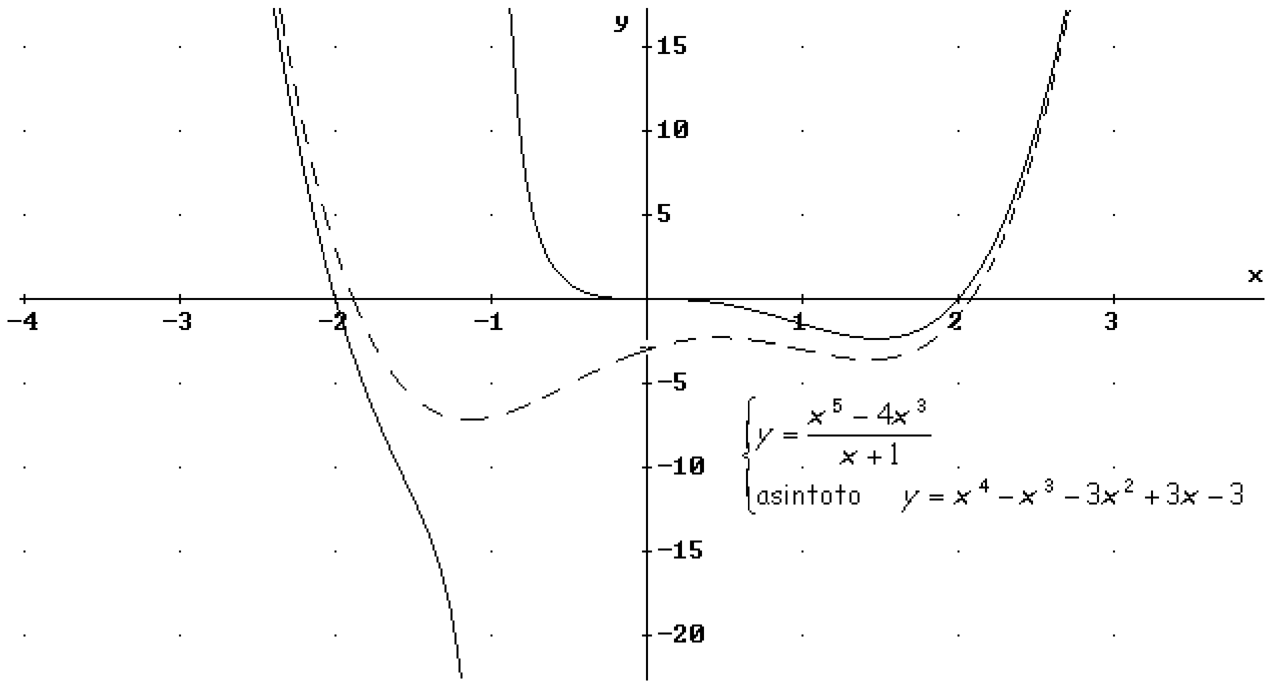
ESEMPIO n.3



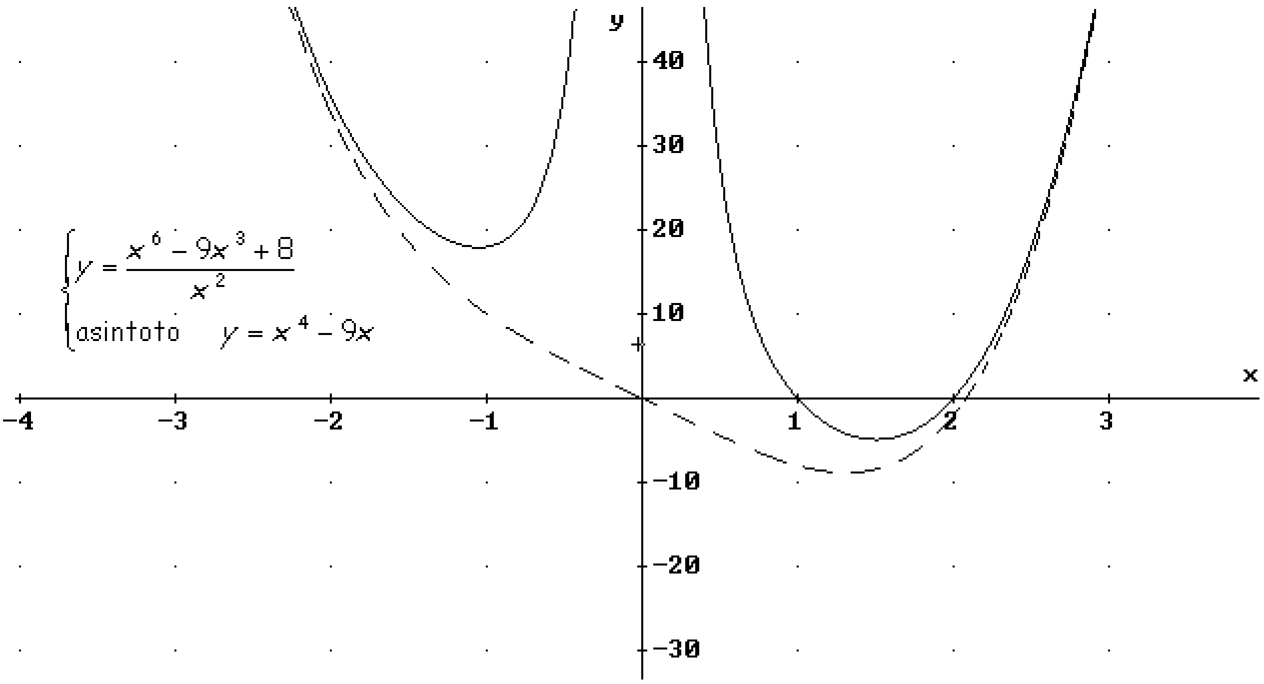
ESEMPIO n.4



ESEMPIO n.5



ESEMPIO n.6



$$\begin{cases} y = \dfrac{x^6 - 9x^3 + 8}{x^2} \\ \text{asintoto} \quad y = x^4 - 9x \end{cases}$$
y
x
40
30
20
10
-10
-20
-30
-4
-3
-2
-1
1
2
3