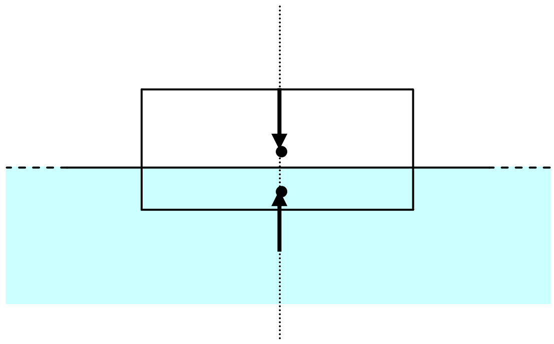
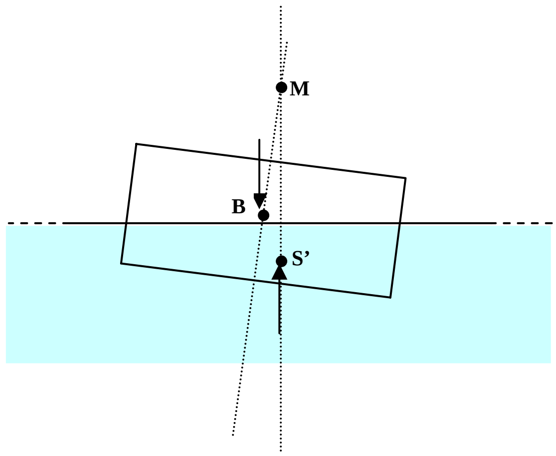
Stabilità dei galleggianti

Erman Di Rienzo



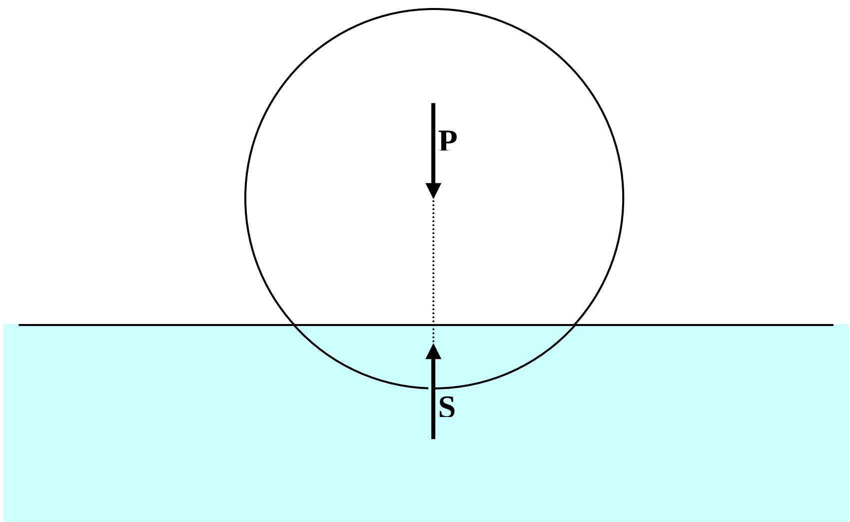


Abbiamo quindi visto che un corpo di peso specifico minore del liquido in cui è immerso si porta alla superficie del liquido, quindi galleggia su questa immergendosi per un volume il cui peso, se occupato dal liquido, peserebbe come l' intero corpo, giacchè al galleggiamento il peso del corpo è esattamente bilanciato dalla spinta verso l' alto prodotta dal liquido, detta spinta idrostatica.
Ma in che posizione si dispone ? L' esperienza ci indica che, quale che sia la posizione finale, tutti i galleggianti manifestano una instabilità più o meno accentuata a seconda della forma del corpo.
Ci poniamo allora il problema di determinare la posizione in cui si dispone all' equilibrio un galleggiante.
Dalla statica sappiamo che un corpo è in equilibrio quando la somma (vettoriale) ed il momento totale (rispetto ad un polo qualsiasi) di tutte le forze applicate sono nulli.
Nel caso dei galleggianti questi sono soggetti a due sole forze, la forza peso e la spinta idrostatica, uguali in modulo, opposte in verso e con direzioni parallele (la direzione verticale); per i galleggianti pertanto una posizione sarà di equilibrio se le due forze sono applicate in punti sulla stessa verticale.
Ma non basta: sappiamo infatti che una condizione di equilibrio per un corpo può essere **a**) stabile, **b**) indifferente o **c**) instabile, a seconda che ogni piccolo spostamento da quella condizione porti rispettivamente:

a) ad una condizione di squilibrio che tende a riportare il corpo nella vecchia posizione,
b) ad un' altra condizione di equilibrio o
c) ad una condizione di squilibrio che tende ad allontare il corpo dalla vecchia posizione.

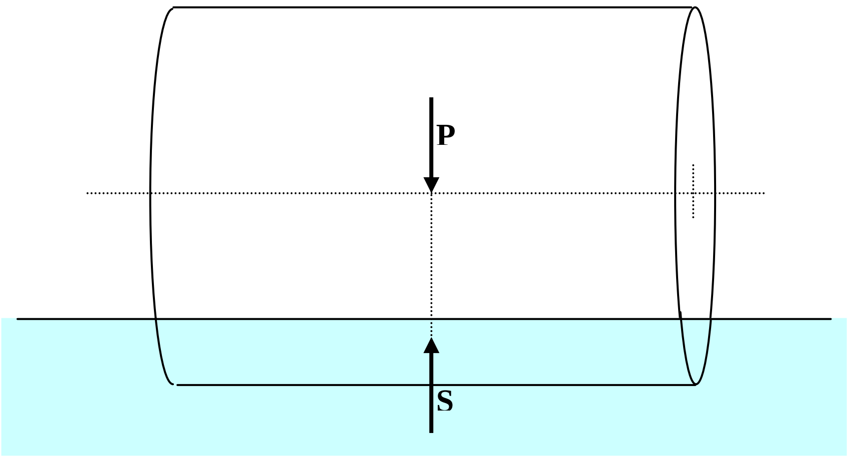
Nel caso del galleggiante occorre verificare prima le condizioni di equilibrio, quindi per ognuna di queste la relativa stabilità.
Nel seguito analizziamo la stabilità di galleggiamento di alcune forme nell' ipotesi di solidi omogenei.

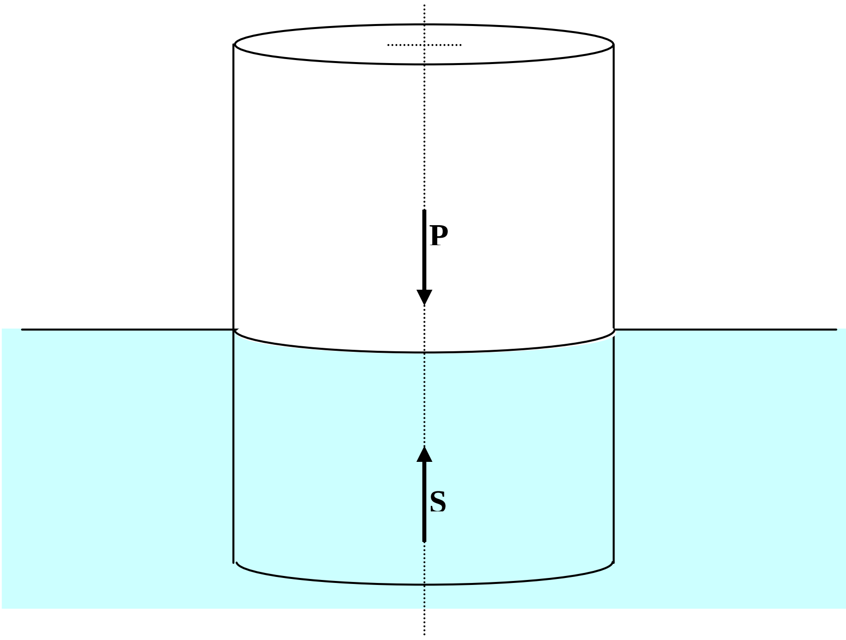
Il caso della sfera.
Se il galleggiante ha forma sferica ogni posizione è di equilibrio e non esiste una condizione privilegiata rispetto alle altre. Quale che sia infatti la sua posizione forza peso e spinta idrostatica stanno sulla verticale passante per il centro della sfera, la prima applicata al centro stesso la seconda in un punto interno alla calotta sferica sommersa. Ogni spostamento da una posizione porta ad una posizione equivalente, quindi ogni posizione è di equilibrio indifferente.



Il caso del cilindro.

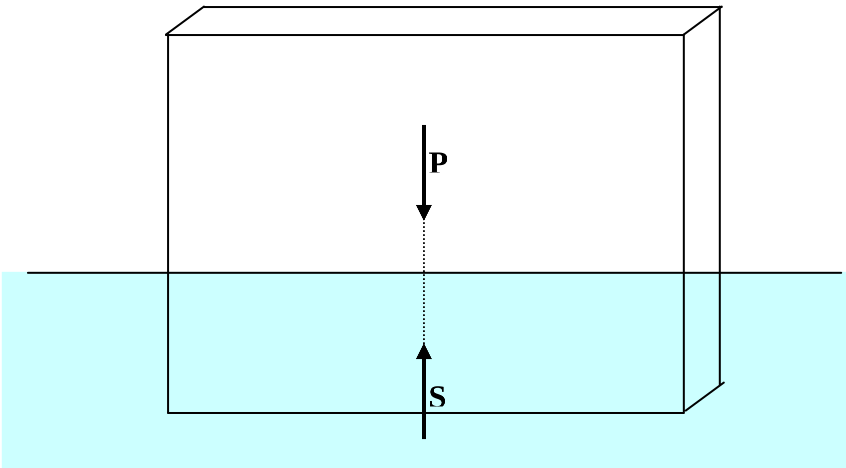
Se il galleggiante ha forma cilindrica (su base circolare), per evidente simmetria del solido, sono di equilibrio quelle posizioni nelle quali l' asse del cilindro è orizzontale o verticale. In queste posizioni infatti peso e spinta idrostatica stanno sulla stessa verticale.



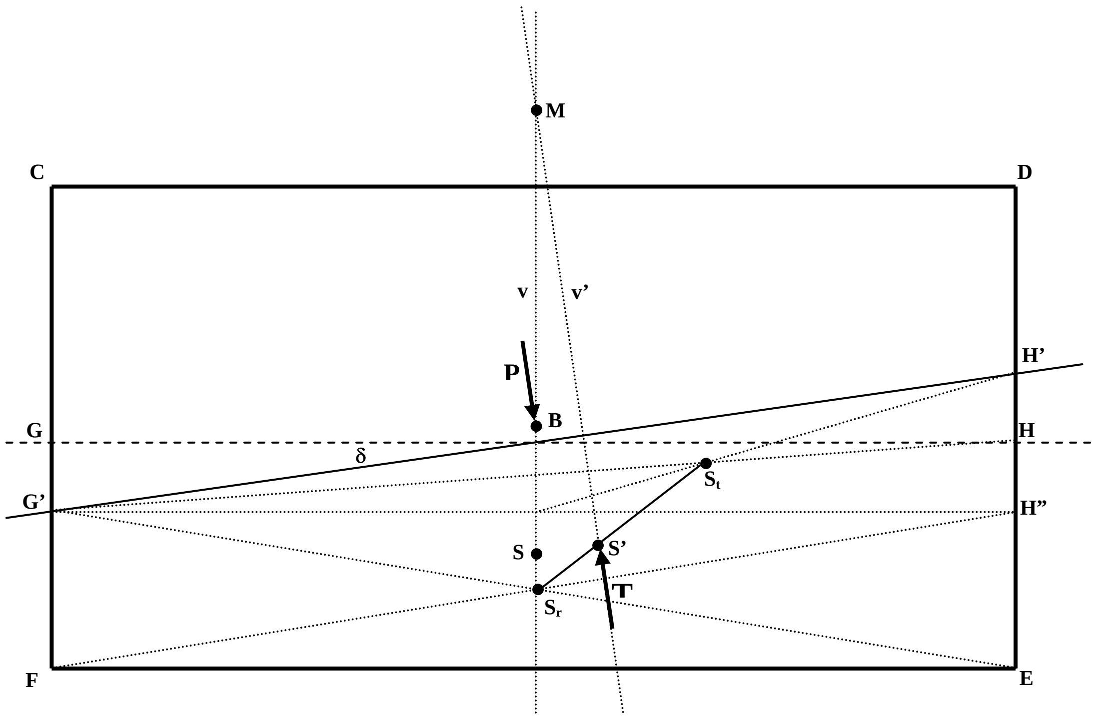


Il caso del parallelepipedo.

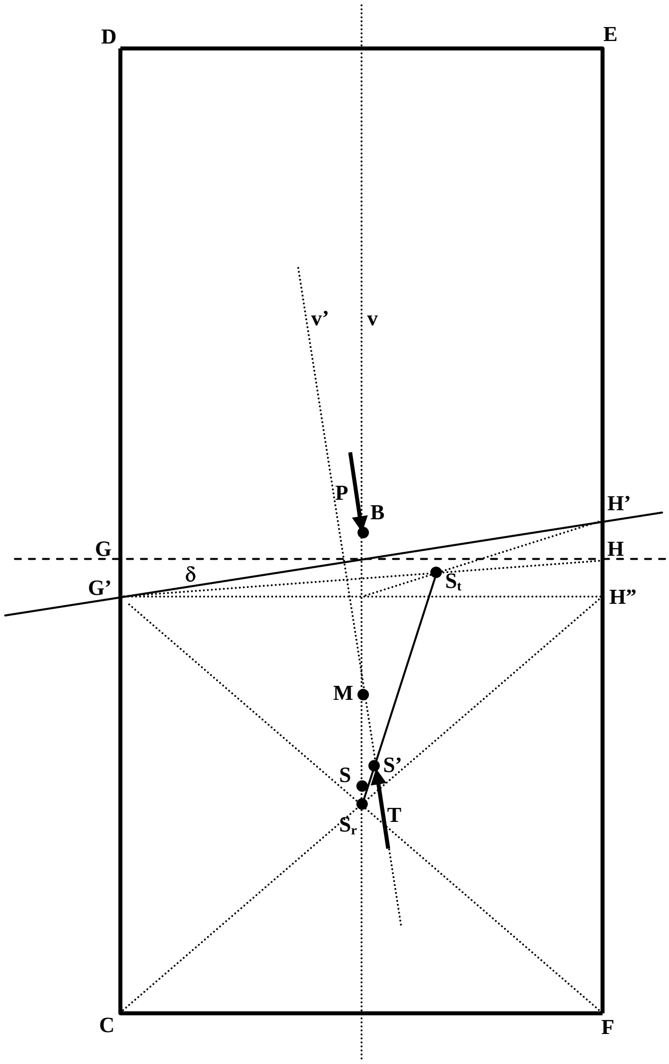
Per un parallelepipedo ci sono tre condizioni di galleggiamento in equilibrio, quelle nelle quali una sua dimensione si dispone in verticale. In ognuna di queste condizioni infatti, per l' evidente simmetria, le due forze, peso **P** e spinta **T**, appartengono alla stessa verticale.



Ma non tutte e tre sono egualmente stabili. Vediamone il perché analizzando prima il caso in cui la dimensione che si dispone in verticale è la minore ed immaginiamo un piccolo sbandamento δ da questa posizione. La linea di galleggiamento **GH** si sposta in **G'H'**; la forza peso **P** resta applicata nel baricentro **B**, immutata nel modulo e nel verso ma sbandata nella direzione di δ rispetto all' asse **v** del parallelepipedo. La spinta **T** immutata anch' essa in modulo ed in verso sbanderà di δ, ma sopra tutto cambierà il punto di applicazione dal baricentro **S** della vecchia parte sommersa (in pratica il baricentro del rettangolo **EFGH**), al baricentro **S'** della nuova parte sommersa. Quest' ultimo si trova come baricentro del trapezio rettangolo **EFG'H'** somma del rettangolo **EFG'H"** e del triangolo **G'H'H"**. Il baricentro del rettangolo $\mathbf{S_r}$ si trova come intersezione delle diagonali, quello del triangolo $\mathbf{S_t}$ come intersezione delle mediane. Il nuovo punto **S'** si trova sul segmento $\mathbf{S_rS_t}$ in modo da dividerlo in parti inversamente proporzionali alle aree del rettangolo e del triangolo; graficamente il punto **S'** può essere trovato col teorema di Talete ricordando che rettangolo e triangolo hanno la stessa altezza, quindi le superfici stanno tra loro come la base **H"E** del rettangolo sta a metà base del triangolo **HH"**. Tracciando per **S'** la nuova verticale **v'** perpendicolare alla nuova linea di galleggiamento, questa incontra la vecchia verticale, ed asse del parallelepipedo, **v** nel punto **M**, detto *metacentro*. E' facile constatare che se il metacentro **M** sta sopra il baricentro **B** la nuova coppia peso-spinta **P-T** tenderà a riportare il parallelepipedo nella vecchia posizione. E' altresì evidente che la posizione del metacentro dipende dal rapporto base/altezza del parallelepipedo; quanto maggiore infatti è la base rispetto all' altezza tanto maggiore sarà il rapporto tra le aree di triangolo e rettangolo, tanto più quindi si sposterà il punto **S'** con maggiore possibilità di intercettare verso l' alto l' asse **v** del parallelepipedo.



Analizziamo ora il caso in cui a disporsi in verticale sia la dimensione maggiore. Con riferimento alla figura immaginiamo anche qui un piccolo sbandamento δ da questa posizione. Con costruzione analoga al caso precedente si trova il punto **S'** e tracciando per questo la nuova verticale **v'**, perpendicolare alla nuova linea di galleggiamento, questa incontra la vecchia verticale, ed asse del parallelepipedo, **v** nel metacentro **M**. In questo caso però, come mostra la figura il centro di spinta **S**, a causa della prevalenza del rettangolo sul triangolo, si sposta di poco ed il metacentro **M** sta sotto il baricentro **B**. La nuova coppia peso-spinta **P-T** tenderà ora ad allontanare ulteriormente il parallelepipedo dalla vecchia posizione di equilibrio, che pertanto è instabile



In conclusione delle tre posizioni di equilibrio la più stabile è quella con la dimensione minore in verticale.

Quanto sopra vale naturalmente per i corpi rigidi, che non subisco deformazioni in corrispendenza di sollecitazioni.
Caso a parte costituiscono invece i corpi che si deformano sotto l' azione di sollecitazioni esterne, quali ad es. i corpi elastici che subiscono variazione di forma e volume a seguito di sollecitazioni quali la pressione ambientale cui sono sottoposti.
Analizziamo qui due casi semplici: quello di una sfera di materiale elastico e quello di un cilindro rigido con stantuffo contenente un gas (perfetto).
Sia δ_o la densità del materiale di cui è composta uniformemente la sfera di volume $\mathbf{V_o}$ a pressione ambiente (fuori dal liquido); il peso sarà $\mathbf{P = V_o\ \delta_o}$; sia quindi K il coefficiente di elasticità del materiale. Se la sfera viene immersa nel liquido di densità δ_1 alla profondità **h** su di essa agisce una pressione $\mathbf{P = \delta_1 h}$ e il suo volume si riduce per effetto dell' elasticità da $\mathbf{V_o}$ a $\mathbf{V_h = V_o (1 - KP) = V_o (1 - K \delta_1 h)}$.
Di conseguenza il suo peso specifico cresce passando da δ_o a $\delta_h = \mathbf{P / V_h}$ =