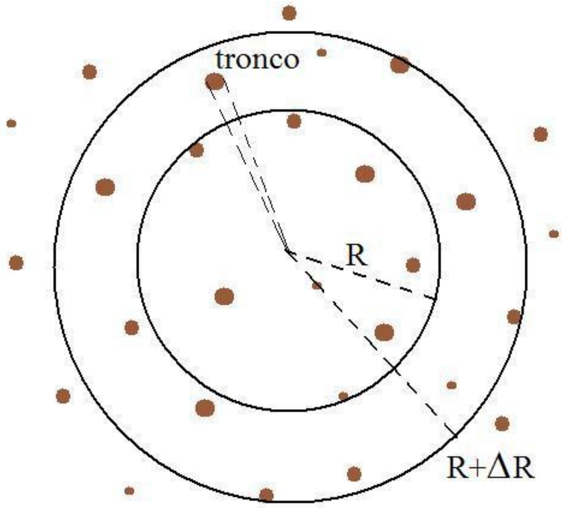
IL PARADOSSO DI OLBERS

Perché di notte è buio?

Cominciamo ponendoci un problema che sembrerebbe non avere alcuna attinenza con l'astronomia: supponiamo di trovarci al centro di una foresta di raggio R, e tentiamo di determinare quale debba essere il valore minimo del raggio R della foresta affinchè non sia possibile al nostro sguardo uscire fuori dalla foresta stessa.
In altre parole, se la foresta ha un raggio molto piccolo e al suo esterno c'è per esempio una piccola baita, dall'interno della foresta sarà generalmente possibile intravedere la baita attraverso gli spazi lasciati liberi fra un albero e l'altro.
Ma se il raggio della foresta è sufficientemente grande, il nostro sguardo non riuscirà a penetrare al di fuori della foresta e qualunque fosse la direzione in cui volgiamo lo sguardo, esso urterebbe comunque sui tronchi senza riuscire a vedere gli oggetti esterni alla foresta.
Consideriamo quindi una corona circolare attorno all'osservatore (posto al centro della foresta), con raggio minore R e raggio maggiore R + ΔR.



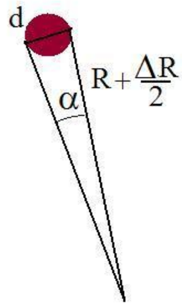
Sia **d** il **diametro medio degli alberi**, ed **L** la **distanza media fra gli alberi**.
Poiché c'è un albero ogni L metri, in un quadrato di terreno di lato L c'è un albero, e quindi la densità di alberi per unità di superficie è

$$\delta = \frac{1}{L^2} = L^{-2}$$

Il generico albero contenuto nella corona circolare ha, come detto prima, un diametro medio di d metri, e si trova ad una distanza $R + \frac{\Delta R}{2}$ (intermedia fra il raggio interno R e quello esterno R+ΔR).

L'osservatore vede dunque l'albero sotto un angolo α, che espresso in radianti, è

$$\alpha = \frac{d}{R + \frac{\Delta R}{2}} = \frac{2d}{2R + \Delta R}$$



Calcoliamo ora la superficie della corona (cerchio maggiore – cerchio minore)

$$\text{area} = \pi\left(R+\Delta R\right)^2 - \pi R^2 = \pi\left[R^2 + 2R\Delta R + \left(\Delta R\right)^2\right] - \pi R^2 = \pi\Delta R\left(2R+\Delta R\right)$$

Moltiplicando la superficie della corona per la densità, si ottiene il numero **n** di **alberi contenuti nella corona**.

$$\text{n} = \delta \cdot \text{area} = L^{-2}\pi\Delta R\left(2R+\Delta R\right) = \frac{\pi\Delta R\left(2R+\Delta R\right)}{L^2}$$

Moltiplicando ora l'angolo α sotto cui vediamo un singolo albero, per il numero degli alberi, otteniamo **l'angolo globale β intercettato dagli alberi contenuti nella corona circolare**

$$\beta = \text{n} \cdot \alpha = \frac{\pi\Delta R\left(2R+\Delta R\right)}{L^2}\frac{2d}{2R+\Delta R} = \frac{2d\pi\Delta R}{L^2}$$

Si noti che il **risultato non dipende da R** e perciò possiamo supporre R = 0 (ΔR corrisponde allora al raggio della foresta).
Per ottenere che il nostro sguardo non possa uscire dalla foresta, non resta infine che imporre la condizione che l'angolo globale β intercettato dagli alberi coincida con l'angolo giro 2π.

$$\frac{2d\pi\Delta R}{L^2} = 2\pi$$

Semplificando si ottiene

$$d\Delta R = L^2 \qquad \rightarrow \qquad \Delta R = \frac{L^2}{d}$$

Questo risultato e' molto interessante perche mostra come il raggio minimo ΔR che la foresta deve avere perché non sia possibile allo sguardo di uscire fuori di essa, **dipende solo dalla distanza media fra gli alberi e dal diametro medio dei tronchi**.
Se agli alberi sostituiamo ora i corpi celesti distribuiti nell'universo, otteniamo un risultato perfettamente analogo (l'unica differenza è che la "foresta di stelle" si estende ora su tre dimensioni e non solo su due come la foresta di alberi).
Si avrà allora

$$\boxed{\Delta R = \frac{L^3}{d}}$$

dove L e' la distanza media fra stelle e d il diametro medio di una stella.
La sorpresa finale consiste nel constatare come ΔR risulti molto più piccolo del raggio conosciuto dell' universo. Ciò significa che guardando il cielo in ogni direzione il nostro sguardo dovrebbe sempre urtare contro una stella, non essendo possibile allo sguardo stesso di uscire fuori dall'universo.

In altre parole, se le stelle sono distribuite all'infinito, osservando il cielo in qualunque direzione dovremmo comunque incrociare la luce di una stella, per quanto lontana possa essere. È vero che il flusso luminoso di una stella diminuisce con l'inverso del quadrato della distanza, ma il numero di stelle intorno a noi aumenta con il quadrato della distanza, e i due effetti si compensano. In conclusione, **il cielo, di giorno come di notte, dovrebbe essere caldo e luminoso come la superficie del Sole**.

La predizione è evidentemente sbagliata: ma dov'è l'errore ?

Questo paradosso prende il suo nome dall'astronomo tedesco Heinrich Wilhelm Olbers, che lo propose nel 1826. Anche se era già stato descritto da Keplero nel 1610 e dagli astronomi Halley e Cheseaux nel 1700.
Inizialmente si ipotizzò che nubi di polvere presenti nello spazio oscurassero le stelle lontane. Questa soluzione non regge all'analisi in quanto la radiazione assorbita avrebbe ormai scaldato tale polvere fino a farle riemettere la stessa quantità di luce ricevuta (radiazione di corpo nero).
Nel 1929 l'astronomo americano Edwin Hubble dimostrò che l'universo attuale si sta espandendo e che conseguentemente deve avere avuto una origine nel passato. Dal nostro punto di vista le galassie appaiono allontanarsi con velocità proporzionale alla distanza, fino ad un limite oltre il quale sembrerebbero allontanarsi alla velocità della luce, e non possiamo quindi vederle. In altre parole, poiché la luce ha velocità limitata, guardare lontano significa anche guardare indietro nel tempo, fino al punto in cui si osserva l'istante della nascita del cosmo, il Big Bang.
Attualmente, la spiegazione maggiormente condivisa è quella dell'espansione del cosmo a causa del Big Bang ma si fanno avanti altre spiegazioni alternative. Senza necessariamente assumere l'ipotesi dell'universo in espansione, anche l'universo statico avrebbe un cielo notturno buoi a causa dello spostamento verso il rosso della luce proveniente dalle stelle molto lontane. Un'altra spiegazione è quella secondo cui le stelle hanno un'età finita. Infine citiamo l'ipotesi secondo cui le distribuzione delle stelle nel cielo non è uniforme ma di tipo frattale.

Una lettura in inglese
http://www.mathpages.com/home/kmath141/kmath141.htm

Carlo Sintini