

LA SUGGERZIONE DEL PI GRECO

Paolo Santonastaso
paulo95@hotmail.it

Sunto

La matematica ha suscitato sempre questioni da parte degli studenti riguardo la sua utilità; credo che una delle migliori risposte che si possa dare a questa domanda si quella data dal matematico tedesco Carl Gustav Jacobi, che difese l'insegnamento della matematica per "l'onore dello spirito umano". Nei prossimi righe saranno esposte questioni interessanti riguardanti uno dei numeri più affascinanti il π ; quindi affronteremo questo tema offrendo aneddoti particolari, intriganti per l'onore dello spirito umano.

"Il volto di π era mascherato; si intuiva che nessuno avrebbe potuto contemplarlo e restare vivo. Ma occhi penetranti osservavano attraverso la maschera, inesorabili, freddi ed enigmatici."

Bertrand Russell

Il numero π è il più conosciuto della storia, il più citato, il più studiato. La sua espansione decimale comincia così: 3,1415926535.

Per i calcoli elementari si usano le approssimazioni 3,14 o 3,1416.

Il numero π , dietro la sua misteriosità, è nato da una semplice osservazione: il rapporto tra la lunghezza di una circonferenza (c) e il suo diametro(d) è una costante.

$$c/d = \pi, \text{ quindi } c = \pi d = 2\pi r.$$

In principio il numero π non si chiamava così, il simbolo che indica il pi greco nasce nel 1706 dalla mente di William Jones. La notazione, che diventò comune solo dopo che fu utilizzata da Eulero, è stata scelta perché è la stessa lettera con cui iniziano le parole greche Perimetro e Pitagora.

Oggi si usa in matematica soprattutto per simboleggiare il numero che prima abbiamo definito, ma non è l'unico uso della lettera; infatti si indica con $\pi(x)$ la funzione che ad ogni numero naturale associa il "numero dei numeri primi minori di x".

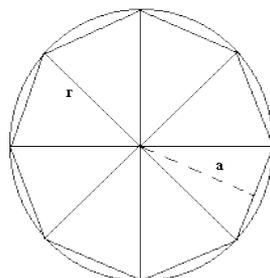
Il numero π compare già in alcuni versi della Bibbia, da cui si deduce che il libro sacro gli attribuisce un valore uguale a 3, quindi un valore molto approssimativo.

Anche nel papiro egizio di Rhind, una delle fonti matematiche più antiche, si trova un riferimento indiretto a π , attribuendogli un valore di circa 3,16. Anche in Babilonia e in India si usava questa costante mistica a cui venivano associati valori vicini a 3,12 e 3,13.

Sorprendentemente, si trovano riferimenti al pi greco anche nelle piramidi. Ad esempio, nella piramide di Cheope, detta anche "la grande piramide", il rapporto tra il perimetro di base (921,461 metri) ed il doppio dell'altezza (146,61), risulta essere pari a 3,1425.

Archimede arrivò ad una approssimazione del valore di π che può essere valutata come eccellente; il suo ragionamento si avvicina molto al seguente:

Nella figura seguente, in una circonferenza è stato inscritto un poligono regolare avente "n" lati. Il poligono è stato, poi, suddiviso in "n" triangoli aventi come base i lati "l" del poligono e vertici nel centro della circonferenza.



Ciascuno dei triangoli ha area pari ad $\frac{1}{2} a \cdot l$, per cui l'area del poligono sarà pari a:

$$A_n = n(\text{area del triangolo}) = n\left(\frac{1}{2}al\right) = \frac{1}{2}a(nl)$$

Quando il numero dei lati tende ad infinito, l'area del poligono approssima l'area del cerchio.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (A_n) = \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} a \lim_{n \rightarrow \infty} nl \quad \text{e poich\u00e9} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a = r \quad \text{e} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} nl = 2\pi r$$

$$\frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} a \lim_{n \rightarrow \infty} nl = \pi r^2$$

Archimede non conosceva la definizione moderna di limite e di integrale e procedeva con il metodo detto di esaurimento, ideato da Eudosso di Cnido per mezzo del quale utilizzava poligoni inscritti e circoscritti; in questo Archimede arriv\u00f2 alla seguente approssimazione $223/71 < \pi < 22/7$ che pu\u00f2 essere valutata eccellente.

Pi-mania

Il numero π \u00e8 speciale. Abbiamo gi\u00e0 detto che \u00e8 il pi\u00f9 conosciuto e nominato fra tutti i numeri, il pi\u00f9 celebre. L'entusiasmo, la passione per π e le sue cifre hanno persino determinato la nascita di un neologismo, "pi-mania", che descrive tutto ci\u00f2 che \u00e8 in relazione con questo numero. La realt\u00e0 \u00e8 che π \u00e8 diventato qualcosa di pi\u00f9 di un numero.

π \u00e8 in relazione persino con il mondo del marketing. \u00c8 possibile trovare magliette con ideogrammi con π (persino per animali da compagnia), bottoni, tazze, orologi, tappetini per il mouse del computer, orsetti di peluche, cuscini, piastrelle, berretti, poster, adesivi decorativi per automobili eccetera. Una "pi-maglietta" o la "pi-tazza" sono solo due fra la moltitudine di oggetti che si commercializzano con la lettera greca che simbolizza la famosa costante.

La Festa del Pi greco (in inglese Pi-day) si celebra il 14 marzo, come stabilito dal suo ideatore, lo statunitense Larry Shaw, dato che il 14 Marzo si scrive 3/14 o 3-14 e queste sono precisamente le prime cifre di π . Questa coincidenza pu\u00f2 sembrare assurda, ma \u00e8 stata motivo di un grande successo, e negli ambienti universitari la festa ha avuto una diffusione rapidissima. Il piatto forte dei cultori della Festa del Pi greco \u00e8 la pizza, che custodisce nella sua forma arrotondata i segreti di π .

Le commemorazioni sono diventate fonte di ogni tipo di iniziativa, si sono persino pubblicati manifesti con le propriet\u00e0 della pizza.

La festa di Pi greco coincide anche con l'anniversario della nascita di Albert Einstein, il che contribuisce sicuramente al successo delle celebrazioni.

\u00c8 possibile trovare il numero π in altri prodotti gastronomici, come il vino o il formaggio, e persino in un profumo.

Il simbolo π gode di una fama che dura nel tempo: nel 1915 era l'emblema di uno squadrone della RAF, nello specifico del numero 22. Quando Google emise azioni, quelle della serie A arrivarono sino alla numero 14.159.265 (ricordiamo che $\pi = 3,14159265\dots$). La formazione matematica dei proprietari di Google \u00e8 stata resa manifesta persino nel pavimento di Wall Street.

Ma forse la cosa pi\u00f9 sorprendente del culto di π \u00e8 l'uso, non commerciale, di un cercatore computerizzato di cifre di π per trovare nella sua espressione decimale la sequenza desiderata fra le prime otto milioni di cifre. Se qualcuno desidera sapere in che punto delle infinite cifre di π appare il giorno, mese e anno della sua nascita, deve solo accedere a Internet a un sito web provvisto del motore di ricerca The π searcher, scrivere il numero e, se si trova fra le prime otto milioni di cifre (l'avventura era iniziata con solo otto milioni di cifre, ma successivamente si \u00e8 arrivati a duecento milioni e si continua ad incrementarle), un messaggio gli dir\u00e0 dove pu\u00f2 trovarlo. E se non c'\u00e8, lo segnala. Di certo, se scrivete la vostra data di nascita abbreviata (ad esempio, 18/11/46 si inserisce come 181146), la probabilit\u00e0 di ottenere una risposta positiva \u00e8 quasi del 100%; una variante del passatempo precedente consiste nel localizzare fra i decimali di π il numero di telefono o il numero di targa dell'automobile, o qualunque altro numero; non cambia nulla rispetto alla ricerca della data di nascita.

Letteratura e arte

Quasi sempre, quando si desidera citare una poesia su π , si ricorre alla poesia di Wislawa Szymborska che nel 1966 ottenne il Premio Nobel per la Letteratura. La poetessa polacca ha scritto un superbo

frammento intitolato "Il gran numero", del quale circolano molte traduzioni, anche in internet. Una di esse dice:

Il gran numero

*È degno di ammirazione il Pi greco
tre virgola uno quattro uno.*

Anche tutte le sue cifre successive sono iniziali, cinque nove due, poiché non finisce mai.

Non si lascia abbracciare sei cinque tre cinque dallo sguardo,

otto nove, dal calcolo, sette nove dall'immaginazione,

e nemmeno tre due tre otto dallo scherzo,

ossia dal paragone quattro sei con qualsiasi cosa due sei quattro tre al mondo.

Il serpente più lungo della terra dopo vari metri si interrompe.

Lo stesso, anche se un po' dopo, fanno i serpenti delle fiabe.

Il corteo di cifre che compongono il Pi greco non si ferma sul bordo della pagina,

È capace di srotolarsi sul tavolo, nell'aria, attraverso il muro, la foglia, il nido, le nuvole,

diritto fino al cielo, per quanto è gonfio e senza fondo il cielo.

Quanto è corta la treccia della cometa, proprio un codino!

Com'è tenue il raggio della stella, che si curva a ogni spazio!

E invece qui due tre quindici trecentodiciannove il mio numero di telefono

il tuo numero di collo l'anno millenovecentosettantatré sesto piano

il numero degli inquilini sessantacinque centesimi la misura dei fianchi due dita

sciarada e cifra in cui vola e canta usignolo mio oppure si prega di mantenere la calma,

e anche la terra e il cielo passeranno,

ma non il Pi greco,

oh no, niente da fare,

esso sta lì con il suo cinque ancora passabile,

un otto niente male, un sette non ultimo,

incitando, ah, incitando

l'indolente eternità a durare.

Si sono scritte molte "odi a π " e cose simili. Molti maniaci di π concepiscono la poesia solo come strumento; così è nata la pi-filologia, un metodo mnemotecnico basato sull'uso di poesie per ricordare cifre di π . Queste composizioni vengono definite "piemi".

Normalmente ogni parola del "piema" rappresenta una cifra di π , quella della sua lunghezza misurata in lettere. In questo modo, "paradiso" equivale al numero 8, perché è una parola di otto lettere. "Cielo" equivale a, o si legge, 5 perché ha cinque lettere. Dire "cielo, il tuo sguardo mi porta in paradiso" significa in realtà evocare la sequenza numerica di decimali 52372528.

Questo esempio ci mostra una mnemotecnica per ricordare sequenze numeriche che sembrano aleatorie o governate dal caso, come succede con le cifre decimali di pi greco; infatti è certamente più facile ricordare versi che cifre, e bisogna solo tenere in considerazione che ogni parola "vale" il numero di lettere che la compongono.

Dunque un "piema" è una poesia di cui non si valuta il valore estetico; in taluni casi anche la semantica è piuttosto "debole": la sola cosa che conta è un preciso parametro della sua struttura metrica.

Il numero π e le leggi

Può risultare un po' strano occuparsi in questa sede di un settore che tratti temi apparentemente molto distanti da π come il diritto, la legislazione ed argomenti affini; il fatto è che questo numero si trova in tutti gli ambiti. Già nel lontano 1836 nella avanzata e post-rivoluzionaria Francia ci fu un cittadino scienziato, LaComm, che non solo sosteneva che π equivalesse a 3,25, ma che, incredibilmente, fu premiato da varie istituzioni per le sue presunte scoperte. E questo accadeva quando si erano già scoperti più di un centinaio di decimali esatti di π .

L'aneddoto più conosciuto in campo legislativo proviene dall'Indiana, negli Stati Uniti. Lì, nell'anno 1897, un cittadino Edward Goodwin, avendo persino pubblicato qualcosa (solo un titolo e un breve

estratto) in una rivista accreditata, persuase i legislatori dello stato ad approvare il testo di una presunta proposta di legge (la bill n° 246), che doveva essere ratificata dalla camera dei rappresentanti dello stato. Fino a qui niente di strano. Anomale erano invece le conseguenze della legge, in caso di approvazione, dato che stabiliva, come si dedusse da laboriosi calcoli posteriori, che $\pi = \frac{16\sqrt{2}}{7} \approx 3,232$.

Inoltre otteneva che tale uguaglianza fosse inclusa gratuitamente nei libri di testo dello stato; ma in qualunque altro testo e sede, per accedere alla "verità" (ovvero, all'uguaglianza sopra) si sarebbe dovuta pagare una royalty al Sig. Goodwin.

Riassumendo, Goodwin e gli eventuali legislatori non tennero in conto la trascendenza di π , già dimostrata da Lindemann più di trenta anni prima, né la storia di vari secoli, dato che si erano già calcolati più di cento decimali esatti di π . Niente di tutto ciò preoccupava i maggiorenti dell'Indiana, che sicuramente, ne erano all'oscuro.

La proposta di legge fu approvata da più di una commissione della Camera dei Deputati e passò al Senato dello Stato con la raccomandazione che fosse votata. Fortunatamente però, per puro caso, il provvedimento non divenne effettivo. Qualcuno mostrò il testo a un professionista che casualmente era lì di passaggio, il professore di matematica Clarence Abiathar Waldo (1852-1926) affinché scrivesse una introduzione al testo, e questi inorridito dalla lettura dettagliata del testo, istruì adeguatamente i senatori. Infine, i legislatori del Senato furono informati da Waldo dell'assurdità della legge e la famosa bill n° 246 non fu varata.

Il numero π e l'arte

Nel Palais de la Découverte di Parigi esiste un fregio dedicato a π ; si tratta di un'immagine che caratterizza il luogo. Il fregio riproduce i decimali (un po' più di 600) calcolati da William Shanks nel 1873; in realtà, il matematico inglese era arrivato a 707 cifre, ma nel 1944 Fergusson scoprì che aveva commesso un errore a partire dal decimale 528.



L'autentica opera d'arte ispirata deliberatamente a π e alle sue cifre si trova a Toronto ed è una creazione dell'artista canadese Arlene Stamp: l'atrio della stazione della metro DowilSview è un gigantesco mosaico, creato con rettangoli, tutti di differente ampiezza, sovrapposti uno all'altro. La distanza fra loro non è casuale, anche se occorre saperlo ed avere dimestichezza con la geometria, per rendersene conto. Ogni rettangolo invade lo spazio di quello successivo lasciandone in vista solo una parte: se il totale è 1, la parte visibile è proporzionale a una cifra decimale di π . Il mosaico inizia con "1", la prima cifra decimale di 3,1415926535... e segue l'ordine delle cifre del numero magico.

Siccome π è aleatorio (o almeno così sembra), nessuno indovina a quale regola obbedisce la collocazione delle piastrelle rettangolari. Però, come aveva segnalato ai suoi tempi il matematico Ivars Peterson, c'è un ordine in mezzo al caso apparente.

I rettangoli colorati sono tutti uguali, ma sono collocati in modo che la superficie visibile sia proporzionale alla cifra corrispondente di π . Ogni rettangolo si comporta come uno schermo nascondendo quello che lo precede.



All'ingresso della Henry Abbott Technical School, che si trova a Danbury, Connecticut, esiste una scultura di π di quasi 20m eretta dall'artista Barbara Grygutis. Si illumina di notte e, senza dubbio, è un monito per i futuri tecnici che, prima o poi, nel corso dei loro studi, si imbattono nella costante.



Bibliografia

[1] JOAQUIN NAVARRO, I SEGRETI DEL PI GRECO