

Determinare il dominio E della seguente funzione

$$f(x, y) = \log \frac{\arcsin(x^2 + y^2 - 1)}{xy}$$

e dire se E è aperto, chiuso, o nè aperto nè chiuso.

SOLUZIONE. Le condizioni di esistenza sono date da

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x^2 + y^2 \leq 2 \\ x^2 + y^2 > 1 \\ xy > 0 \end{array} \right. \cup \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x^2 + y^2 \leq 2 \\ x^2 + y^2 < 1 \\ xy < 0 \end{array} \right.$$

E non è dunque nè aperto nè chiuso: infatti, ad esempio, l'origine è aderente ad E , ma non gli appartiene; di conseguenza E non è chiuso. D'altra parte qualsiasi punto dell'arco di circonferenza $x^2 + y^2 = 2$ che sta nel I quadrante non