

Dimostrare che la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{2x^4 + 3y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

non è continua in $(0, 0)$.

SOLUZIONE. Allo scopo, mostriamo che non esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$$

Infatti, se consideriamo la restrizione $x = y$, si ha

$$f(x, x) = \frac{x^3}{2x^4 + 3x^2}$$

da cui

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x, x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{2x^4 + 3x^2} = 0$$

Se consideriamo la restrizione $y = x^2$ si ha

$$f(x, x^2) = \frac{1}{5} \neq 0$$

Ne segue che la funzione f non è continua in $(0, 0)$.