

Data

$$f(x, y) = \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$$

definita per  $(x, y) \neq (0, 0)$ , è possibile definirla anche in  $(0, 0)$  in modo tale che diventi continua anche in  $(0, 0)$ ?

SOLUZIONE. Osservando che

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} (x^2 + y^2) = 0$$

e

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$$

per composizione si ha

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} = 1$$

per cui, definendo  $f(0, 0) = 1$ , si ottiene una funzione continua su tutto  $\mathbb{R}^2$ .