

$$1. \begin{cases} \frac{2}{x-2} = \frac{3}{y-3} \\ \frac{1}{y+3} = -\frac{1}{2-x} \end{cases} \quad \text{risolvere con un metodo a scelta, tenendo conto delle C.E.}$$

Svolgimento a cura di Francesca Ricci

Determiniamo per prima cosa le condizioni di esistenza:

$$x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$$

$$y - 3 \neq 0 \Rightarrow y \neq 3$$

$$y + 3 \neq 0 \Rightarrow y \neq -3$$

$$2 - x \neq 0 \Rightarrow -x \neq -2 \Rightarrow x \neq 2$$

$$C.E.: x \neq 2 \wedge y \neq \pm 3$$

Ora possiamo risolvere il sistema, riducendo le due equazioni, una per volta, in forma normale.

$$\frac{2}{x-2} = \frac{3}{y-3} \rightarrow \frac{2}{x-2} - \frac{3}{y-3} = 0 \rightarrow \frac{2(y-3) - 3(x-2)}{(x-2)(y-3)} = 0$$

Dopo aver fatto il minimo comune multiplo, avendo posto le condizioni di esistenza, possiamo eliminare il denominatore.

$$2(y-3) - 3(x-2) = 0 \rightarrow 2y - 6 - 3x + 6 = 0 \rightarrow 2y - 3x = 0$$

Passiamo ora alla seconda equazione:

$$\frac{1}{y+3} = -\frac{1}{2-x} \rightarrow \frac{1}{y+3} + \frac{1}{2-x} = 0 \rightarrow \frac{(2-x) + (y+3)}{(y+3)(2-x)} = 0$$

Anche qui possiamo eliminare il denominatore:

$$(2-x) + (y+3) = 0 \rightarrow 2 - x + y + 3 = 0 \rightarrow -x + y + 5 = 0$$

Per comodità, cambiamo segno alle equazioni, in modo da avere il coefficiente della x positivo, e mettiamo a sistema le due equazioni ottenute:

$$\begin{cases} 2y - 3x = 0 \\ -x + y + 5 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ x - y - 5 = 0 \end{cases}$$

Poiché è molto facile ricavare dalla seconda equazione un'incognita, risolviamo il sistema con il metodo della sostituzione:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ x = y + 5 \end{cases}$$

Sostituiamo, quindi, la seconda equazione alla prima:

$$3 \times (y + 5) - 2y = 0 \rightarrow 3y + 15 - 2y = 0 \rightarrow y = -15$$

Sostituiamo, poi, questo valore della y ad una delle due equazioni:

$$x = -15 + 5 = -10$$

I valori che soddisfano il sistema sono quindi $x = -10$ e $y = -15$.

Questi valori sono accettabili, perché non sono fra quelli esclusi nelle condizioni di esistenza.