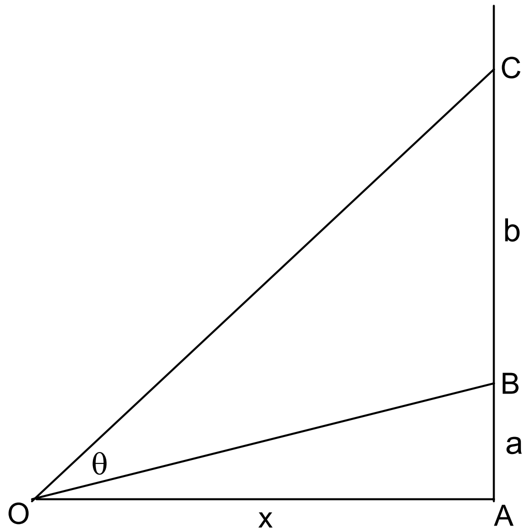
LA GIOCONDA

Soluzione: Schematizziamo la situazione con un disegno. Indichiamo con O l'osservatore, con x la sua distanza dalla parete e con θ l'angolo di osservazione. Indichiamo inoltre con a l'altezza del bordo inferiore del dipinto (AB) e con b l'altezza del dipinto (BC) (vedi figura).



Applicando il teorema di Pitagora ai triangoli rettangoli OAB e OAC si ha:

$$OB = \sqrt{x^2 + a^2} \qquad\qquad OC = \sqrt{x^2 + (a+b)^2}$$

Esprimendo l'area del triangolo OBC con due formule diverse si ottiene l'uguaglianza:

$$\frac{1}{2}\, b\, x = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + a^2}\sqrt{x^2 + (a+b)^2}\ sen\,\theta$$

Ricavando l'angolo θ si ha:

$$\theta = \text{arc}\,sen\left(\frac{b\,x}{\sqrt{\left(x^2 + a^2\right)\left[x^2 + (a+b)^2\right]}}\right)$$

Per trovare il valore massimo dell'angolo θ deriviamo questa funzione composta. Si ha:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{b\left(a^2 + a\,b - x^2\right)}{\left(x^2 + a^2\right)\left[x^2 + (a+b)^2\right]}$$

Essa si annulla per: $x = \sqrt{a\,(a+b)}$

A questo valore corrisponde l'ampiezza massima dell'angolo di osservazione.
Essendo a = 15 cm e b = 77 cm, la distanza dell'osservatore diventa:

$$x = 2\sqrt{345}$$

Per avere la migliore visione del dipinto l'osservatore deve stare perciò a 37,15 cm dalla parete.

Maurizio Morandi