

Quesito

3. Il sondaggio

La Matematicamente s.p.a. ha incaricato la società GraDiente s.r.l. di realizzare un sondaggio per capire quali siano le preferenze degli studenti delle scuole superiori nei vari campi della matematica. La GraDiente riferisce che tra gli studenti che studiano analisi matematica, geometria e algebra, il 79% gradisce l'analisi matematica, l'11% la geometria, il 12% algebra; mentre al 4% piace analisi matematica e geometria, al 5% analisi matematica e algebra, al 2% algebra e geometria e all'8% tutte e tre le discipline. Il consiglio di amministrazione della Matematicamente s.p.a., si chiede se i dati presentati dalla GraDiente siano congruenti oppure no. Voi che ne dite? Motivate la risposta.

Soluzione

di F. Vinciprova

Dal testo del quesito si deduce che:

- il 79% gradisce l'analisi matematica (in tale percentuale è compreso il 4% a cui piace analisi matematica e geometria, il 5% a cui piace analisi matematica e algebra e l'8% che gradiscono tutte e tre le discipline);
- l'11% la geometria (in tale percentuale è compreso il 4% a cui piace analisi matematica e geometria, il 2% a cui piace algebra e geometria e l'8% che gradiscono tutte e tre le discipline);
- il 12% l'algebra (in tale percentuale è compreso il 5% a cui piace analisi matematica e algebra, il 2% a cui piace algebra e geometria e l'8% che gradiscono tutte e tre le discipline).

Rappresentando tale situazione mediante i diagrammi di Eulero-Venn (e riportando all'interno degli insiemi il numero di elementi che li costituiscono) si ha il grafico di figura 1.

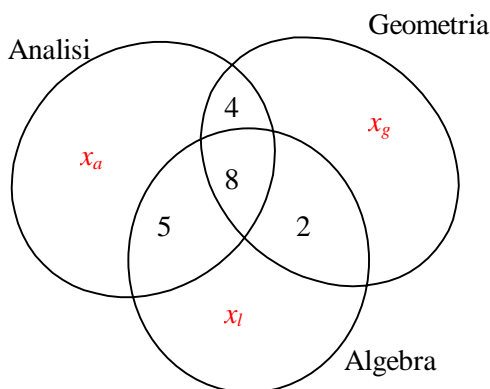


Figura 1 – Diagramma di Eulero-Venn.

La percentuale di alunni x_a a cui piace solo l'analisi si ricava mediante l'equazione

$$x_a + 4 + 8 + 5 = 79$$

da cui

$$x_a = 62$$

La percentuale di alunni x_g a cui piace solo la geometria si ricava dall'equazione

$$x_g + 4 + 8 + 2 = 11$$

da cui

$$x_g = -3$$

La percentuale di alunni x_l a cui piace solo l'algebra si ricava mediante l'equazione

$$x_l + 5 + 8 + 2 = 12$$

da cui

$$x_l = -3$$

Poiché si ottengono delle percentuali negative, questa interpretazione dei dati porta alla conclusione che i dati non sono congruenti. Si può ipotizzare un errore di trascrizione dei dati.

Supponendo corretta la percentuale $p_a=79\%$ di alunni che gradiscono l'analisi matematica, le altre due percentuali devono rispettare le seguenti condizioni:

- percentuale che gradisce la geometria $p_g \geq 14\%$;
- percentuale che gradisce l'algebra $p_l \geq 15\%$;
- inoltre poiché $p_a + p_g + p_l - 4\% - 5\% - 2\% - 2.8\% \leq 100\%$ si ha $p_g + p_l \leq 100\% - p_a + 4\% + 5\% + 2\% + 2.8\%$ cioè

$$p_g + p_l \leq 48\%$$

Considerando le prime due condizioni si può dire che

$$p_g + p_l \geq 29\%$$

Riportando in un grafico queste condizioni si può individuare l'insieme dei valori che possono essere assunti da p_g e p_l .

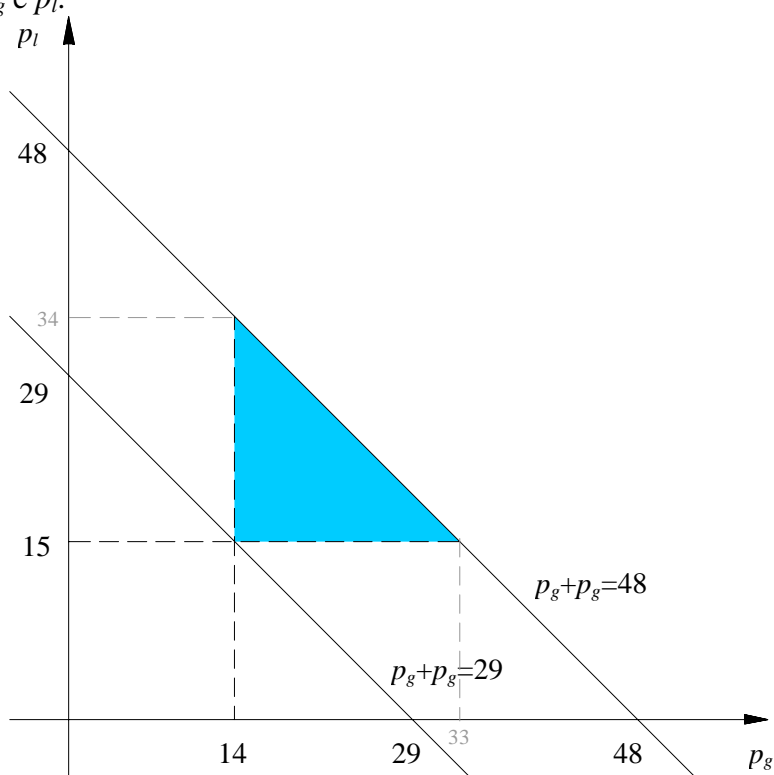


Figura 2 – Valori congruenti per p_g e p_l .

Ad esempio, se fosse

- il 79% gradisce l'analisi matematica;
- il 21% la geometria;
- il 22% l'algebra;

avremmo

$$x_a = 62\%$$

$$x_g = 7\%$$

$$x_l = 7\%$$

e

$$79\% + 21\% + 22\% - 4\% - 5\% - 2\% - 2.8\% = 95\% > 100\%$$

Un'altra possibile interpretazione dei dati (però secondo me non corretta) è quella di assumere le percentuali date come la percentuale di studenti che gradisce **solo** quella disciplina. In tal caso il diagramma di Eulero-Venn è riportato in figura 3.

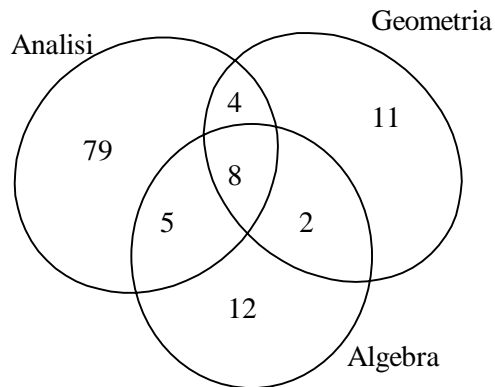


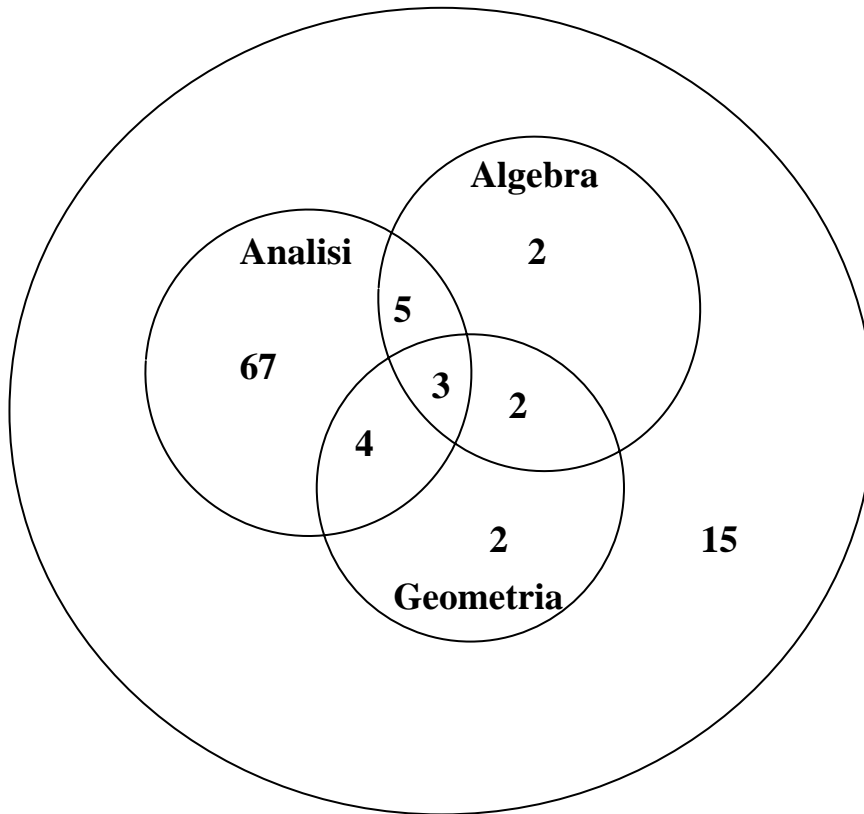
Figura 3 – Diagrammi di Eulero-Venn.

Nonostante ciò, anche in questo caso i dati non sono congruenti. Infatti la somma di tutte le percentuali deve essere inferiore o uguale al 100% mentre con i valori riportati in figura si ha

$$79+4+11+5+8+2+12=121>100$$

Gioco n. 3 – IL SONDAGGIO

soluzione di A. Salemme

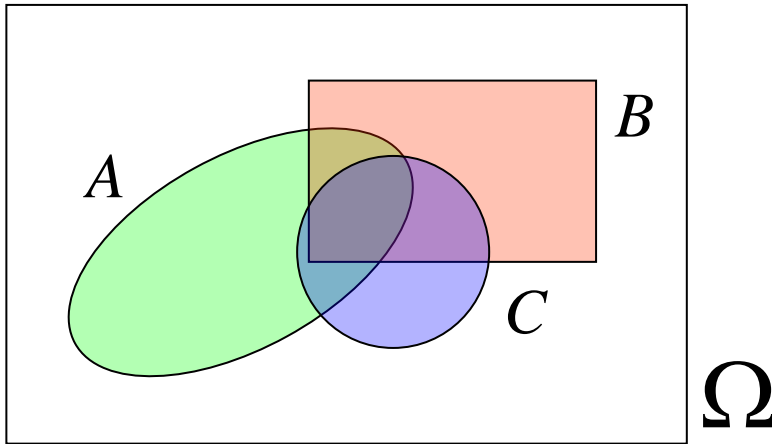


Soluzione di M.Pietropaolo

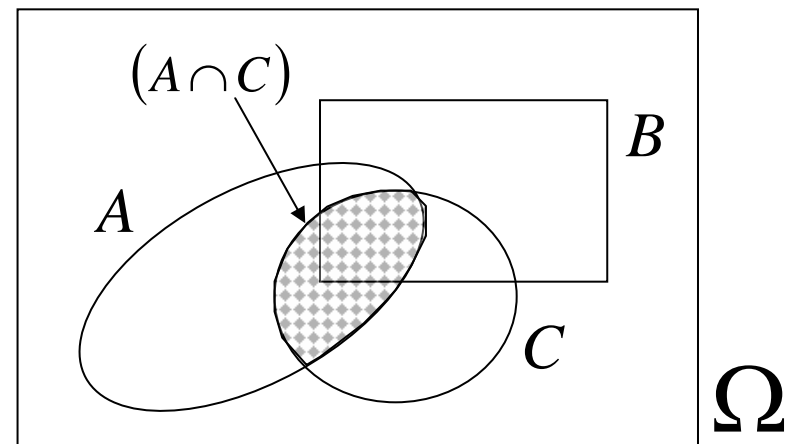
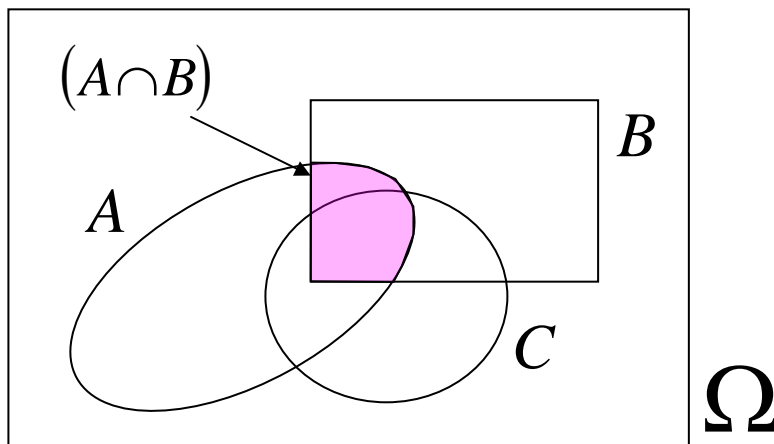
Con A si indica l'insieme degli studenti che gradisce l'analisi matematica

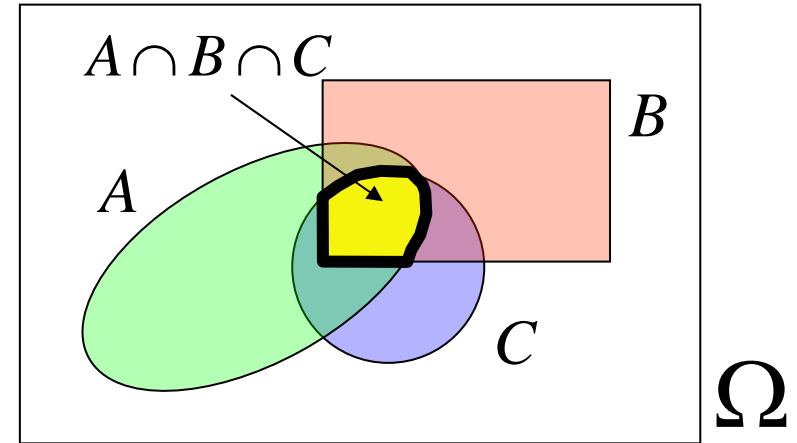
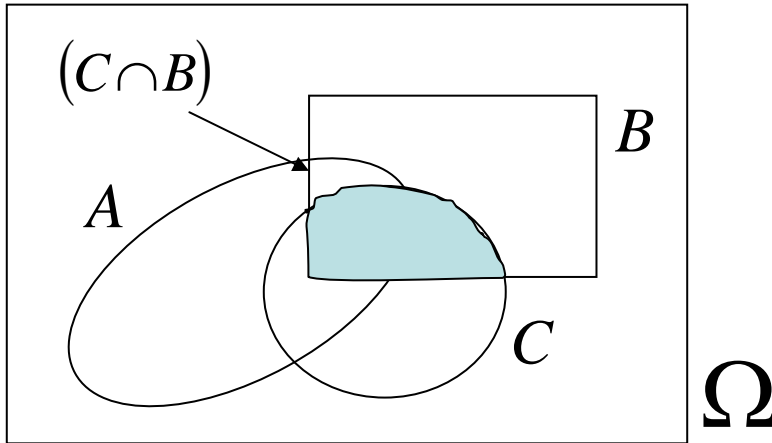
Con B si indica l'insieme degli studenti che gradisce la geometria

Con C si indica l'insieme degli studenti che gradisce l'algebra



$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$





L'incongruenza dei dati presentati GraDiente si dimostra applicando la formula
Su esposta

La $P(A \cup B \cup C) = 100\%$

Invece
$$P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) =$$

$$79\% + 11\% + 12\% - 4\% - 5\% - 2\% + 8\% = 99\%$$