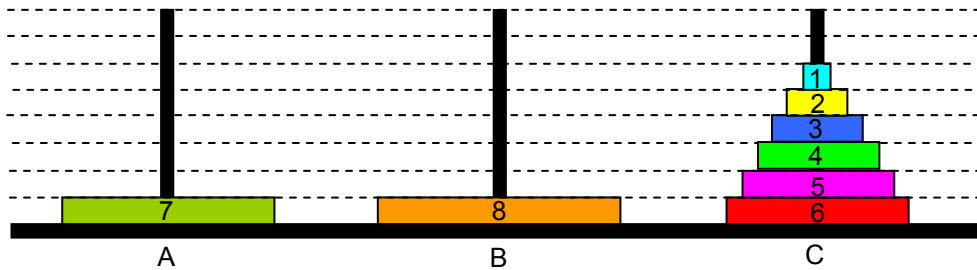


La torre di Hanoi

Soluzione di Maurizio Morandi: Indichiamo i tre pioli con A, B, C e i dischi, dal minore al maggiore, con i numeri da 1 a 8.

Per trovare la soluzione facciamo un ragionamento a ritroso.

Per arrivare alla configurazione finale dobbiamo ottenere la seguente disposizione dei dischi (vedi figura):



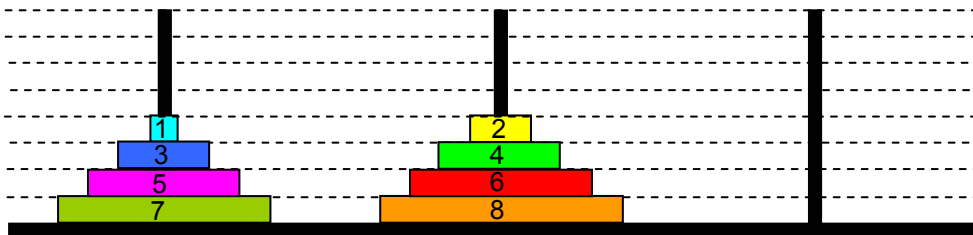
Arrivati a questo punto basterà portare il disco 7 nel piolo B e portare la torre del piolo C nel piolo B. Il numero minimo di mosse per trasferire una torre di n dischi da un piolo ad un altro è:

$$2^n - 1$$

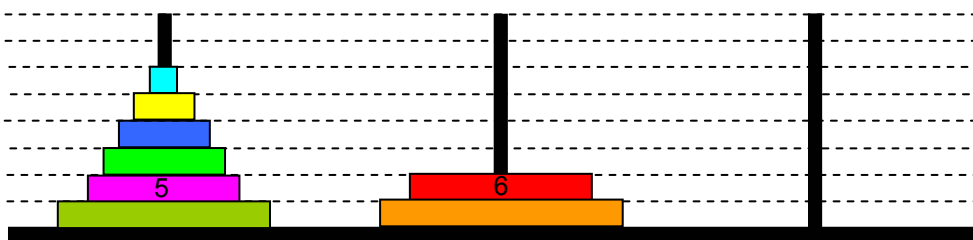
Essendo la torre del piolo C formata da 6 dischi, il numero di mosse necessarie è perciò:

$$n_1 = 1 + (2^6 - 1) = 2^6 = 64$$

Dobbiamo ottenere la torre nel piolo C partendo dalla seguente situazione iniziale (vedi figura):



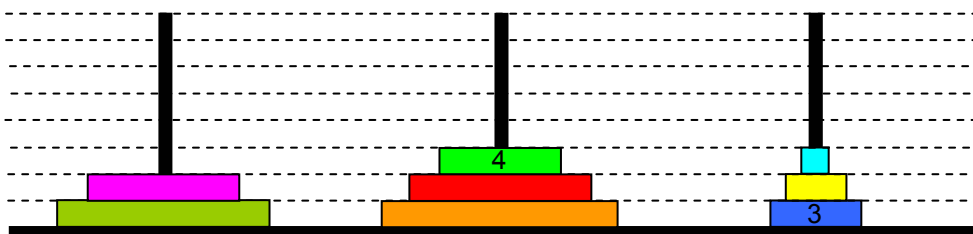
Trascuriamo ora i dischi 7 e 8 posti alla base dei pioli A e B. Per ottenere la torre, formata dai dischi 1–6, nel piolo C dobbiamo arrivare alla seguente disposizione (vedi figura):



Arrivati a questo punto basterà portare il disco 6 nel piolo C e poi portare la torre formata dai dischi 1–5 dal piolo A al piolo C. Il numero di mosse necessarie è perciò:

$$n_2 = 1 + (2^5 - 1) = 2^5 = 32$$

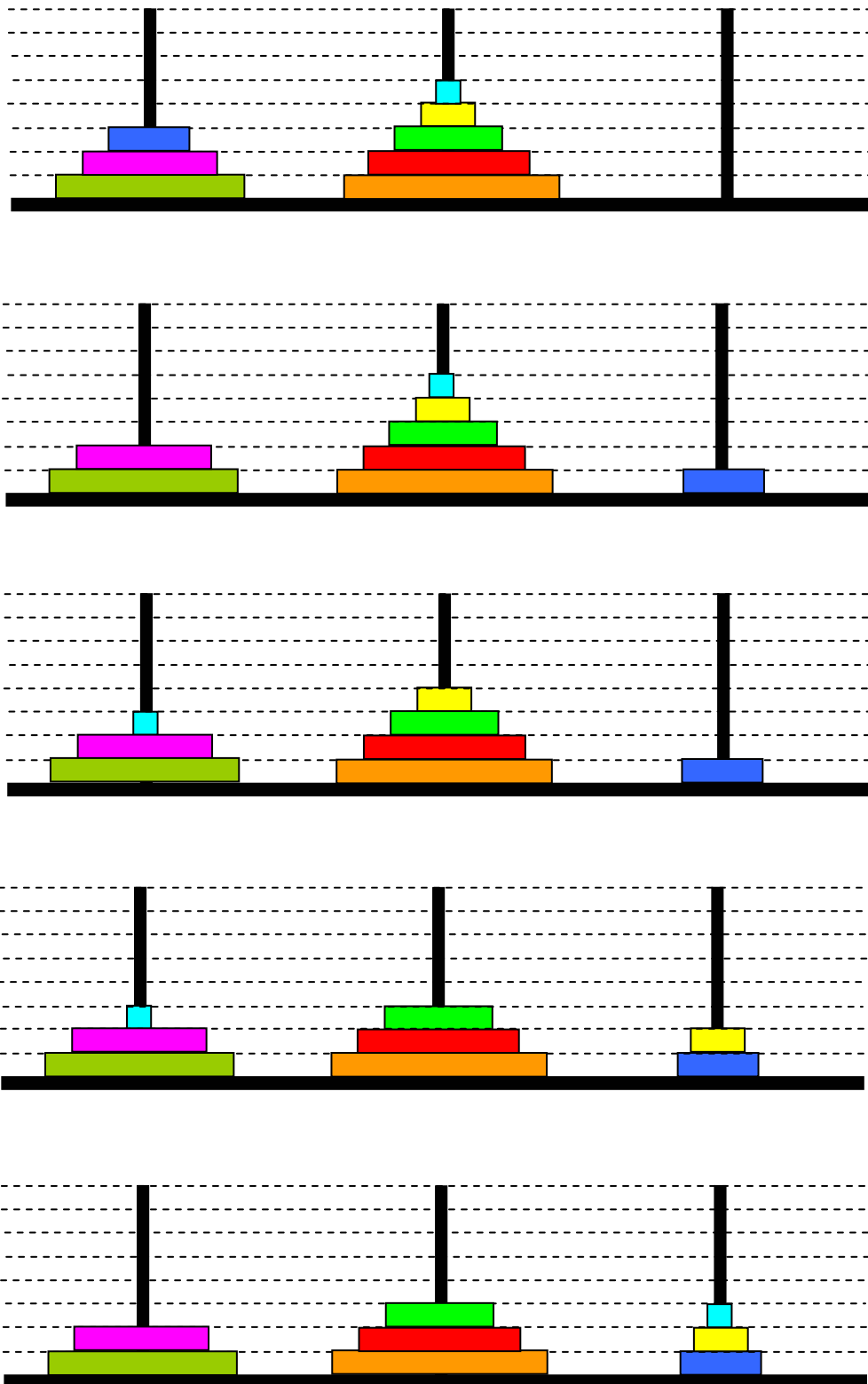
Trascuriamo ora anche i dischi 5 e 6 perché già nella loro posizione. Per ottenere la colonna formata dai dischi 1–4 nel piolo A dobbiamo arrivare alla seguente situazione (vedi figura):



Arrivati a questo punto basterà portare il disco 4 nel piolo A e poi portare la torre 1–3 dal piolo C nel piolo A. Il numero di mosse necessarie è perciò:

$$n_3 = 1 + (2^3 - 1) = 2^3 = 8$$

Questa configurazione, partendo dalla situazione iniziale può essere ottenuta con 5 passaggi (vedi figura):

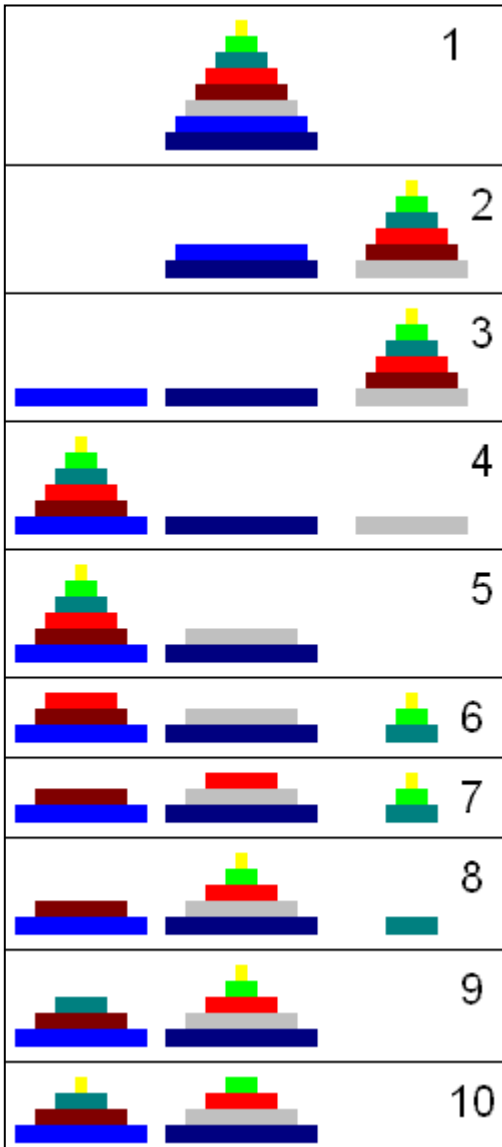


Il numero di mosse complessivo è perciò:

$$n_t = 5 + n_3 + n_2 + n_1 = 5 + 8 + 32 + 64 = 109 .$$

Soluzione di Wonderp

Ragioniamo al contrario, partiamo dalla fine e torniamo e torniamo alla configurazione iniziale. Faccio questo in modo da poter sfruttare la famosa formula $2^n - 1$, numero di mosse necessarie per poter spostare n dischi da un piolo all'altro sfruttando il terzo.



1) questa è la configurazione finale

2) Spostiamo 6 dischi dal centro al piolo di destra, quindi $2^6 - 1$ mosse.

3) Sposto il settimo anello a sinistra e preparo la base, quindi 1 mossa.

4) Sposto 5 dischi a sinistra in modo da avere pronto il bordeaux sopra il blu, quindi $2^5 - 1$ mosse.

5) Solita mossa per preparare il secondo livello della colonna centrale, quindi 1 mossa.

6) Ora sposto 3 dischi (mossa simile a 1)), quindi faccio $2^3 - 1$ mosse.

7) Sposto il rosso preparando il 3° livello: 1 mossa.

8) Sposto 2 dischi, ma ormai siamo alla fine, $2^2 - 1$ mosse.

9) Solita mossa per preparare il 3° livello anche della colonna di sinistra: 1 mossa.

10) Ultima mossa per finire: 1 mossa.

A questo punto basta fare la somma (semplificando)
 $2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 1 = 109$.