

Rappresentazione degli insiemi 6

Esistono diversi modi per rappresentare un insieme e quindi per indicare con precisione i suoi elementi.

6.1 Rappresentazione tabulare

La rappresentazione tabulare è la descrizione più elementare di un insieme; consiste nell'elencare tutti gli elementi dell'insieme separati da virgole e racchiusi tra le parentesi graffe.

Per esempio, definiamo un insieme X con la scrittura: $X = \{1, 2, 3, 5\}$. Non è importante l'ordine in cui vengono scritti gli elementi, cioè

$$X = \{1, 2, 3, 5\} = \{2, 1, 5, 3\}.$$

È invece necessario che gli elementi dell'insieme compaiano ciascuno una sola volta. Ad esempio per rappresentare l'insieme Y delle lettere della parola *autunno*, scriviamo

$$Y = \{a, u, t, n, o\}.$$


Si può utilizzare questa rappresentazione anche per insiemi numerosi e addirittura infiniti. In questi casi si elencano i primi elementi dell'insieme e in fondo all'elenco si mettono tre punti di sospensione lasciando intendere come continuare la serie.

Per esempio, l'insieme dei multipli di 3 si può indicare con la seguente rappresentazione tabulare:

$$X = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, \dots\}.$$

Esempio 6.1. Rappresentazione degli insiemi:

- a) l'insieme G dei primi 3 giorni della settimana si indica: $G = \{\text{lunedì, martedì, mercoledì}\}$;
- b) l'insieme A delle lettere della parola "Associazione" si indica: $A = \{a, s, o, c, i, z, n, e\}$.

 *Esercizi proposti:* [6.1](#), [6.2](#), [6.3](#), [6.4](#), [6.5](#)

6.2 Rappresentazione per proprietà caratteristica

Per quegli insiemi i cui elementi soddisfano una certa proprietà che li caratterizza, possiamo usare proprio questa proprietà per descrivere più sinteticamente un insieme.

Per esempio, l'insieme Y dei divisori di 10 può essere definito come:

$$Y = \{x/x \text{ è un divisore di } 10\}$$

e si legge "Y è l'insieme degli elementi x tali che x è un divisore di 10".

In questa scrittura si mette in evidenza la caratteristica degli elementi dell'insieme. La rappresentazione tabulare dello stesso insieme è $Y = \{1, 2, 5, 10\}$.

La rappresentazione per caratteristica dell'insieme X dei naturali minori di 15 è:

$$X = \{x \in \mathbb{N} / x < 15\}$$

e si legge "X è l'insieme dei numeri naturali x tali che x è minore di 15".

L'insieme che viene indicato nella prima parte della rappresentazione (nell'ultimo esempio è l'insieme dei numeri naturali \mathbb{N}) è l'*insieme universo* definito precedentemente. Questo metodo è particolarmente utile quando l'insieme da rappresentare contiene molti elementi.

Esempio 6.2. Esempi di proprietà caratteristica:

- a) l'insieme A delle rette incidenti a una retta t assegnata si può rappresentare come:

$$A = \{r / r \text{ è una retta incidente a } t\}.$$

- b) l'insieme B dei numeri naturali maggiori di 100 può essere rappresentato come:

$$B = \{n \in \mathbb{N} / n > 100\}.$$

- c) l'insieme P dei numeri pari può essere rappresentato come:

$$P = \{n \in \mathbb{N} / n = 2 \cdot m \text{ con } m \in \mathbb{N}\}.$$

- d) l'insieme C dei numeri interi relativi compresi tra -10 e $+100$, estremi inclusi:

$$C = \{n \in \mathbb{Z} / -10 \leq n \leq 100\}.$$

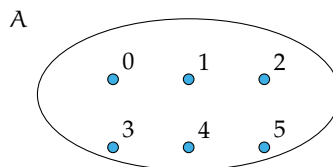
 Esercizi proposti: [6.6](#), [6.7](#), [6.8](#), [6.9](#), [6.10](#), [6.11](#), [6.12](#), [6.13](#), [6.14](#), [6.15](#), [6.16](#), [6.17](#), [6.18](#), [6.19](#)

[6.20](#)

6.3 Rappresentazione grafica (Diagramma di Venn)

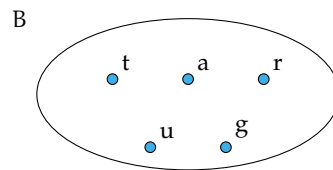
In questa rappresentazione grafica, detta anche *rappresentazione di Eulero-Venn*¹ si disegna una linea chiusa all'interno della quale gli elementi dell'insieme si indicano con dei punti. Solitamente si scrive all'esterno il nome dell'insieme e vicino ai punti i nomi degli elementi.

Esempio 6.3. A è l'insieme dei numeri naturali minori di 6, $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.



Esempio 6.4. B è l'insieme delle lettere della parola "TARTARUGA", $B = \{t, a, r, u, g\}$.

¹In onore dei matematici Leonhard Euler (1707-1783) e John Venn (1834-1923).



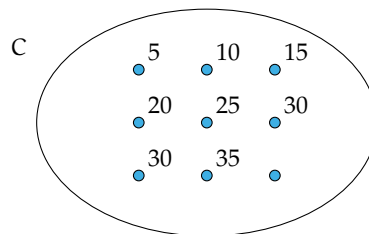
Un insieme può essere rappresentato con una qualsiasi delle rappresentazioni indicate. Se un insieme è infinito o è costituito da un numero elevato di elementi la rappresentazione più pratica è quella per caratteristica.


Esempio 6.5. Rappresentare l'insieme C dei multipli di 5.

Per caratteristica: $C = \{n \in \mathbb{N} / n \text{ è multiplo di } 5\}$ oppure $C = \{n \in \mathbb{N} / n = 5 \cdot m, m \in \mathbb{N}\}$

Tabulare: $C = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots\}$. I puntini di sospensione indicano che l'elenco continua.

Rappresentazione con diagramma di Eulero-Venn:



 Esercizi proposti: [6.21](#), [6.22](#)

6.4 Esercizi

6.4.1 Esercizi dei singoli paragrafi

6.1 - Rappresentazione tabulare

6.1. Dai una rappresentazione tabulare dell'insieme A dei numeri naturali minori di 6.

6.2. Dai una rappresentazione tabulare dei seguenti insiemi

- a) delle vocali della parola "ESERCIZI";
- b) delle lettere della parola "RIFLETTERE";
- c) dei numeri naturali compresi tra 6 e 12, estremi esclusi;
- d) dei numeri dispari compresi tra 10 e 20;
- e) delle lettere dell'alfabeto italiano;
- f) dei numeri naturali minori di 10;
- g) dei multipli di 7;
- h) delle preposizioni con più di due lettere.

6.3. Indica in rappresentazione tabulare i seguenti insiemi.

- a) $A = \{x \in \mathbb{N} / x < 10\}$
- b) $B = \{x \in \mathbb{N} / 2 \leq x < 5\}$
- c) $C = \{x \in \mathbb{N} / 5 \leq x \leq 10\}$
- d) $D = \{x \in \mathbb{N} / 2x \leq 10\}$
- e) $E = \{e \in \mathbb{N} / 5 \leq e < 10\}$
- f) $F = \{f \in \mathbb{N} / f \text{ è multiplo di } 3 \text{ e } f < 15\}$
- g) $G = \{g \in \mathbb{N} / g \text{ è una cifra del numero } 121231\}$
- h) $H = \{h \in \mathbb{N} / h = 3n + 1, \text{ con } n \in \mathbb{N}\}$

6.4. Elenca per tabulazione gli elementi di $A = \{x / x \in \mathbb{N}, x \text{ è pari}, x \leq 10, x \neq 0\}$.

6.5. Elenca per tabulazione gli elementi di $L = \{l \text{ è una lettera della parola MATEMATICA}\}$.

6.2 - Rappresentazione caratteristica

6.6. Descrivi mediante la proprietà caratteristica l'insieme $D = \{S, T, U, D, I, A, R, E\}$.

$$D = \{x / x \text{ è } \dots\}$$

6.7. Descrivi mediante la proprietà caratteristica l'insieme

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}.$$

$$X = \{x \in \mathbb{N} / x \dots\}$$

6.8. Descrivi mediante la proprietà caratteristica l'insieme dei numeri primi minori di 1000.

6.9. Elenca gli elementi dell'insieme $I = \{n \in \mathbb{N} / n \text{ è divisore di } 12\}$.

6.10. Elenca gli elementi dell'insieme $I = \{n \in \mathbb{N} / n \text{ è multiplo di } 3 \text{ minore di } 20\}$.

6.11. Dato l'insieme $A = \{2, 4, 8, 16, 32, 64\}$ quale delle seguenti proprietà caratterizzano i suoi elementi?

- a) $A = \{n \in \mathbb{N}/n \text{ è numero pari minore di } 65\}$;
- b) $A = \{n \in \mathbb{N}/n \text{ è una potenza di } 2\}$;
- c) $A = \{n \in \mathbb{N}/n \text{ è una potenza di } 2 \text{ minore di } 65\}$;
- d) $A = \{n \in \mathbb{N}/n = 2^m, \text{ con } m = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

6.12. Indica con una proprietà caratteristica l'insieme $B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$.

6.13. Indica con una proprietà caratteristica l'insieme $B = \{4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$.

6.14. Quale delle seguenti frasi indica la proprietà caratteristica di $A = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$

- ☐ A I multipli di 2; ☐ B i numeri pari; ☐ C i multipli di 4; ☐ D i divisori di 20

6.15. Rappresenta in forma caratteristica i seguenti insiemi.

- a) $A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$;
- b) $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, 98, 99, 100\}$;
- c) $C = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$.

6.16. Quale delle seguenti è una rappresentazione per caratteristica dell'insieme

$$D = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18\}.$$

- a) $D = \{x \in \mathbb{N}/x \leq 18\}$;
- b) $D = \{x \in \mathbb{N}/x \text{ è multiplo di } 3 \text{ e } x < 20\}$;
- c) $D = \{x \in \mathbb{N}/x = 3x\}$;
- d) $D = \{x \in \mathbb{N}/x = 3\}$.

6.17. Rappresenta i seguenti insiemi con la proprietà caratteristica.

- a) $A = \{\text{gennaio, maggio, giugno, luglio, agosto}\}$;
- b) $B = \{\text{Gorizia, Pordenone, Trieste, Udine}\}$;
- c) $C = \{\text{sabato, domenica}\}$;
- d) $D = \{10, 20, 30, 40, 50\}$;
- e) $E = \{\text{Puglia, Piemonte}\}$.

6.18. Individua una proprietà caratteristica dei seguenti insiemi numerici.

- a) $A = \{4, 9, 16, 25, \dots\}$;
- b) $B = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots \right\}$;
- c) $C = \left\{ 2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \dots \right\}$;
- d) $D = \left\{ \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \dots \right\}$;
- e) $E = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16}, \frac{4}{25}, \frac{5}{36}, \dots \right\}$;

f) $F = \{+1, -2, +4, -8, +16, -32, +64, \dots\}$.

6.19. Elenca gli elementi dei seguenti insiemi.

a) $A = \{x \in \mathbb{Z} / -3 \leq x < 2\}$;

b) $B = \{x \in \mathbb{N} / -4 \leq x \leq 1 \text{ o } 5 < x \leq 7\}$.

6.20. Rappresenta in forma caratteristica i seguenti insiemi.

a) $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$;

b) $B = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, \dots\}$;

c) $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$;

d) $D = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5\}$;

e) $E = \{0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$;

f) $F = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100\}$.

6.3 - Rappresentazione grafica (Diagramma di Venn)

6.21. Rappresenta con un diagramma di Eulero-Venn l'insieme:

a) dei multipli di 3 compresi tra 10 e 30, estremi inclusi;

b) delle note musicali;

c) dei numeri primi minori di 20;

d) delle consonanti della parola "MATEMATICA";

e) delle province della Toscana.

6.22. In base agli insiemi A e B rappresentati dai diagrammi di Venn, stabilisci quali affermazioni sono vere.

a) $5 \notin B$

b) $A = \emptyset$

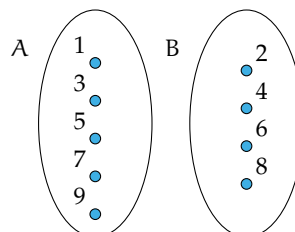
c) $3 + 2 \in A$

d) $B \neq \emptyset$

e) $6 \in B$

f) $9 \notin A$

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F



6.4.2 Esercizi riepilogativi

6.23. Scrivi i primi dieci elementi dei seguenti insiemi.

a) $A = \{x/x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$;

b) $B = \{x/x = n^2, n \in \mathbb{N}\}$;

c) $C = \{x/x = 2n^2, n \in \mathbb{N}\}$;

d) $D = \{x/x = 2n + 2, n \in \mathbb{N}\}$;

e) $E = \{x/x = n^2 - n, n \in \mathbb{N}\}$;

f) $E = \{x/x = \frac{n+1}{n-1}, x \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\}$.

6.24. Rappresenta i seguenti insiemi con rappresentazione tabulare, caratteristica e grafica.

- a) Insieme A dei divisori di 30;
- b) insieme B dei numeri pari minori o uguali a 10;
- c) l'insieme C delle province della Puglia;
- d) l'insieme D delle lettere della parola "COCCO".

6.25. Rappresenta nel modo che ritieni più opportuno gli insiemi i cui elementi sono:

- a) i numeri naturali multipli di 5 compresi tra 10 e 10000;
- b) i colori dell'arcobaleno;
- c) i numeri razionali maggiori o uguali a $2/7$;
- d) i punti di una superficie S;
- e) le lettere di cui è composto il tuo nome.

6.26. Rappresenta con una modalità a tua scelta l'insieme dei numeri interi multipli di 5 maggiori di 10 e minori di 100 che non sono dispari.

6.27. Dati gli insiemi: $X = \{8, 9, 10\}$, $Y = \{0, 8, 9, 10\}$, $H = \{10, 9, 8\}$, $W = \{w \in \mathbb{N} / 8 \leq w \leq 10\}$, $Z = \{z \in \mathbb{N} / 8 < z \leq 10\}$ e $J = \{j \in \mathbb{N} / 7 < j < 11\}$, individua le uguaglianze corrette.

- a) $X = Y$;
- b) $X = H$;
- c) $W = H$;
- d) $X = Z$;
- e) $\text{card } Z = 2$;
- f) $X = J$.

6.28. Dati gli insiemi: $A = \{g, a, t, o\}$, $B = \{o, g, t, a\}$, $C = \{c / c \text{ è una lettera della parola "gatto"}\}$, $D = \{g, t\}$, $E = \{\text{gatto}\}$, $F = \{f / f \text{ è una consonante della parola "gatto"}\}$, segna con una crocetta le uguaglianze corrette:

- a) $A = B$;
- b) $A = D$;
- c) $A = C$;
- d) $E = A$;
- e) $C = E$;
- f) $D = F$;
- g) $C = D$;
- h) $D = E$;
- i) $\text{card } C = 5$;
- j) $\text{card } E = 5$;

6.29. Per ciascuno dei seguenti insiemi indica alcuni elementi.

- a) $X = \{x \in \mathbb{N} / x - 1 \text{ è pari}\}$
- b) $Y = \{y \in \mathbb{N} / y = 3n, \text{ con } n \in \mathbb{N}\}$
- c) $Z = \{z \in \mathbb{N} / z = 3n \text{ e } z \text{ non è divisibile per } 2, n \in \mathbb{N}\}$
- d) $W = \{w \in \mathbb{N} / w < 0\}$

6.30. Quali delle seguenti scritture sono vere?

- a) $5 \in \{10, 8, 6, 4, 2\}$
 - b) $15 \in \{n \in \mathbb{N} / n \geq 10\}$
 - c) $7 \in \{n \in \mathbb{N} / n + 5 < 10\}$
 - d) $l \notin \{x / x \text{ è una lettera della parola "scuola"}\}$
- | | |
|---|---|
| V | F |
| V | F |
| V | F |
| V | F |

6.31. Quali dei seguenti insiemi sono uguali?

- a) $A = \{1 + 3, 5 - 2, 1 + 1, 9 - 8, 1 - 1\}$;
- b) $B = \{n \in \mathbb{N} / n < 5\}$;
- c) $C = \{6 - 4, 6 + 4, 6 - 6\}$.

6.32. Quali dei seguenti insiemi sono uguali?

a) $A = \{x \in \mathbb{N} / 3 \leq x \leq 12\};$

b) $B = \{x \in \mathbb{N} / x = 3n \text{ con } 1 \leq n \leq 4\};$

c) $A = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x < 13\};$

d) $B = \{x \in \mathbb{N} / x = 3^n \text{ con } n = 1, 2, 3, 4\}.$