

Riconoscimento di prodotti notevoli

16

16.1 Quadrato di un binomio

Uno dei metodi più usati per la scomposizione di polinomi è legato al saper riconoscere i prodotti notevoli. Se abbiamo un trinomio costituito da due termini che sono quadrati di due monomi ed il terzo termine è uguale al doppio prodotto degli stessi due monomi, allora il trinomio può essere scritto sotto forma di quadrato di un binomio, secondo la regola che segue.

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 \Rightarrow A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2.$$

Analogamente nel caso in cui il monomio che costituisce il doppio prodotto sia negativo:

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2 \Rightarrow A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2.$$

Poiché il quadrato di un numero è sempre positivo, valgono anche le seguenti uguaglianze.

$$(A + B)^2 = (-A - B)^2 \Rightarrow A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2 = (-A - B)^2.$$

$$(A - B)^2 = (-A + B)^2 \Rightarrow A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2 = (-A + B)^2.$$

Esempio 16.1. Scomporre in fattori $4a^2 + 12ab^2 + 9b^4$.

Notiamo che il primo ed il terzo termine sono quadrati, rispettivamente di $2a$ e di $3b^2$, ed il secondo termine è il doppio prodotto degli stessi monomi, pertanto possiamo scrivere:

$$4a^2 + 12ab^2 + 9b^4 = (2a)^2 + 2 \cdot (2a) \cdot (3b^2) + (3b^2)^2 = (2a + 3b^2)^2.$$

Esempio 16.2. Scomporre in fattori $x^2 - 6x + 9$.

Il primo ed il terzo termine sono quadrati, il secondo termine compare con il segno "meno". Dunque: $x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 = (x - 3)^2$, ma anche $x^2 - 6x + 9 = (-x + 3)^2$.

Esempio 16.3. Scomporre in fattori $x^4 + 4x^2 + 4$.

Può accadere che tutti e tre i termini siano tutti quadrati. $x^4 + 4x^2 + 4$ è formato da tre quadrati, ma il secondo termine, quello di grado intermedio, è anche il doppio prodotto dei due monomi di cui il primo ed il terzo termine sono i rispettivi quadrati. Si ha dunque:

$$x^4 + 4x^2 + 4 = (x^2)^2 + 2 \cdot (x^2) \cdot (2) + (2)^2 = (x^2 + 2)^2.$$

Procedura 16.1. Individuare il quadrato di un binomio:

- a) individuare le basi dei due quadrati;
- b) verificare se il terzo termine è il doppio prodotto delle due basi;
- c) scrivere tra parentesi le basi dei due quadrati e il quadrato fuori dalla parentesi;
- d) mettere il segno "più" o "meno" in accordo al segno del termine che non è un quadrato.

Può capitare che i quadrati compaiano con il coefficiente negativo, ma si può rimediare mettendo in evidenza il segno “meno”.

Esempio 16.4. Scomporre in fattori $-9a^2 + 12ab - 4b^2$.

Mettiamo -1 a fattore comune $-9a^2 + 12ab - 4b^2 = -(9a^2 - 12ab + 4b^2) = -(3a - 2b)^2$.

Esempio 16.5. Scomporre in fattori $-x^4 - x^2 - \frac{1}{4}$.

$$-x^4 - x^2 - \frac{1}{4} = -\left(x^4 + x^2 + \frac{1}{4}\right) = -\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)^2.$$

Esempio 16.6. Scomporre in fattori $-x^2 + 6xy^2 - 9y^4$.

$$x^2 + 6xy^2 - 9y^4 = -\left(x^2 - 6xy^2 + 9y^4\right) = -\left(x - 3y^2\right)^2.$$

Possiamo avere un trinomio che “diventa” quadrato di binomio dopo aver messo qualche fattore comune in evidenza.

Esempio 16.7. Scomporre in fattori $2a^3 + 20a^2 + 50a$.

Mettiamo a fattore comune $2a$, allora $2a^3 + 20a^2 + 50a = 2a(a^2 + 10a + 25) = 2a(a + 5)^2$.

Esempio 16.8. Scomporre in fattori $2a^2 + 4a + 2$.

$$2a^2 + 4a + 2 = 2(a^2 + 2a + 1) = 2(a + 1)^2.$$

Esempio 16.9. Scomporre in fattori $-12a^3 + 12a^2 - 3a$.

$$-12a^3 + 12a^2 - 3a = -3a(4a^2 - 4a + 1) = -3a(2a - 1)^2.$$

Esempio 16.10. Scomporre in fattori $\frac{3}{8}a^2 + 3ab + 6b^2$.

$$\frac{3}{8}a^2 + 3ab + 6b^2 = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{4}a^2 + 2ab + 4b^2\right) = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}a + 2b\right)^2,$$

o anche

$$\frac{3}{8}a^2 + 3ab + 6b^2 = \frac{3}{8}(a^2 + 8ab + 16b^2) = \frac{3}{8}(a + 4b)^2.$$

 Esercizi proposti: [16.1](#), [16.2](#), [16.3](#), [16.4](#), [16.5](#), [16.6](#), [16.7](#), [16.8](#), [16.9](#), [16.10](#), [16.11](#), [16.12](#)

16.2 Quadrato di un polinomio

Se siamo in presenza di sei termini, tre dei quali sono quadrati, verifichiamo se il polinomio è il quadrato di un trinomio secondo le seguenti regole.

$$(A + B + C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC.$$

$$A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC = (A + B + C)^2 = (-A - B - C)^2.$$

Notiamo che i doppi prodotti possono essere tutt'e tre positivi, oppure uno positivo e due negativi: indicano se i rispettivi monomi sono concordi o discordi.

Esempio 16.11. Scomporre in fattori $16a^4 + b^2 + 1 + 8a^2b + 8a^2 + 2b$.

I primi tre termini sono quadrati, rispettivamente di $4a^2$, b e 1 , si può verificare poi che gli altri tre termini sono i doppi prodotti: $16a^4 + b^2 + 1 + 8a^2b + 8a^2 + 2b = (4a^2 + b + 1)^2$.

Esempio 16.12. Scomporre in fattori $x^4 + y^2 + z^2 - 2x^2y - 2x^2z + 2yz$.

$$x^4 + y^2 + z^2 - 2x^2y - 2x^2z + 2yz = (x^2 - y - z)^2 = (-x^2 + y + z)^2.$$

Esempio 16.13. Scomporre in fattori $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$.

In alcuni casi anche un polinomio di cinque termini può essere il quadrato di un trinomio. Per far venire fuori il quadrato del trinomio si può scindere il termine $3x^2$ come somma:


$$3x^2 = x^2 + 2x^2.$$

In questo modo si ha:

$$x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 1 = x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x^2 - 2x + 1 = (x^2 - x + 1)^2.$$

Nel caso di un quadrato di un polinomio la regola è sostanzialmente la stessa:

$$(A + B + C + D)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + 2AB + 2AC + 2AD + 2BC + 2BD + 2CD.$$

 *Esercizi proposti:* [16.13](#), [16.14](#), [16.15](#), [16.16](#), [16.17](#), [16.18](#), [16.19](#)

16.3 Cubo di un binomio

I cubi di binomi sono di solito facilmente riconoscibili. Un quadriminomio è lo sviluppo del cubo di un binomio se due suoi termini sono i cubi di due monomi e gli altri due termini sono i tripli prodotti tra uno dei due monomi ed il quadrato dell'altro, secondo le seguenti formule.

$$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 \Rightarrow A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = (A + B)^3.$$

$$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 \Rightarrow A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = (A - B)^3.$$

Per il cubo non si pone il problema, come per il quadrato, del segno della base, perché un numero, elevato ad esponente dispari, se è positivo rimane positivo, se è negativo rimane negativo.

Esempio 16.14. Scomporre in fattori $8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$.

Notiamo che il primo ed il quarto termine sono cubi, rispettivamente di $2a$ e di b , il secondo termine è il triplo prodotto tra il quadrato di $2a$ e b , mentre il terzo termine è il triplo prodotto tra $2a$ e il quadrato di b . Abbiamo dunque:

$$8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3 = (2a)^3 + 3 \cdot (2a)^2 \cdot (b) + 3 \cdot (2a) \cdot (b)^2 + (b)^3 = (2a + b)^3.$$

Esempio 16.15. Scomporre in fattori $-27x^3 + 27x^2 - 9x + 1$.

Le basi del cubo sono il primo e il quarto termine, rispettivamente cubi di $-3x$ e di 1 . Dunque:

$$-27x^3 + 27x^2 - 9x + 1 = (-3x)^3 + 3 \cdot (-3x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot (-3x) \cdot 1^2 + 1 = (-3x + 1)^3.$$

Esempio 16.16. Scomporre in fattori $x^6 - x^4 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{27}$.

Le basi del cubo sono x^2 e $-\frac{1}{3}$ i termini centrali sono i tripli prodotti, quindi $(x^2 - \frac{1}{3})^3$.

 *Esercizi proposti:* [16.20](#), [16.21](#), [16.22](#), [16.23](#), [16.24](#), [16.25](#), [16.26](#), [16.27](#), [16.28](#)

16.4 Differenza di due quadrati

Un binomio che sia la differenza dei quadrati di due monomi può essere scomposto come prodotto tra la somma dei due monomi (basi dei quadrati) e la loro differenza.

$$(A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2 \quad \Rightarrow \quad A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B).$$

Esempio 16.17. Scomporre in fattori $\frac{4}{9}a^4 - 25b^2$.

$$\frac{4}{9}a^4 - 25b^2 = \left(\frac{2}{3}a^2\right)^2 - (5b)^2 = \left(\frac{2}{3}a^2 + 5b\right) \cdot \left(\frac{2}{3}a^2 - 5b\right).$$

Esempio 16.18. Scomporre in fattori $-x^6 + 16y^2$.

$$-x^6 + 16y^2 = -\left(x^3\right)^2 + (4y)^2 = \left(x^3 + 4y\right) \cdot \left(-x^3 + 4y\right).$$

Esempio 16.19. Scomporre in fattori $a^2 - (x + 1)^2$. La formula precedente vale anche se A e B sono polinomi. $a^2 - (x + 1)^2 = [a + (x + 1)] \cdot [a - (x + 1)] = (a + x + 1)(a - x - 1)$.

Esempio 16.20. Scomporre in fattori $(2a - b^2)^2 - (4x)^2$.

$$(2a - b^2)^2 - (4x)^2 = (2a - b^2 + 4x) \cdot (2a - b^2 - 4x).$$

Esempio 16.21. Scomporre in fattori $(a + 3b)^2 - (2x - 5)^2$.

$$(a + 3b)^2 - (2x - 5)^2 = (a + 3b + 2x - 5) \cdot (a + 3b - 2x + 5).$$

Per questo tipo di scomposizioni, la cosa più difficile è riuscire a riconoscere un quadrinomio o un polinomio di sei termini come differenza di quadrati. Riportiamo i casi principali:

- $(A + B)^2 - C^2 = A^2 + 2AB + B^2 - C^2$;
- $A^2 - (B + C)^2 = A^2 - B^2 - 2BC - C^2$;
- $(A + B)^2 - (C + D)^2 = A^2 + 2AB + B^2 - C^2 - 2CD - D^2$.

Esempio 16.22. Scomporre in fattori $4a^2 - 4b^2 - c^2 + 4bc$.

Gli ultimi tre termini possono essere raggruppati per formare il quadrato di un binomio.


$$\begin{aligned} 4a^2 - 4b^2 - c^2 + 4bc &= 4a^2 - (4b^2 + c^2 - 4bc) \\ &= (2a)^2 - (2b - c)^2 = (2a + 2b - c) \cdot (2a - 2b + c). \end{aligned}$$

Esempio 16.23. Scomporre in fattori $4x^4 - 4x^2 - y^2 + 1$.

$$4x^4 - 4x^2 - y^2 + 1 = (2x^2 - 1)^2 - (y)^2 = (2x^2 - 1 + y) \cdot (2x^2 - 1 - y).$$

Esempio 16.24. Scomporre in fattori $a^2 + 1 + 2a + 6bc - b^2 - 9c^2$.

$$\begin{aligned} a^2 + 1 + 2a + 6bc - b^2 - 9c^2 &= (a^2 + 1 + 2a) - (b^2 + 9c^2 - 6bc) \\ &= (a + 1)^2 - (b - 3c)^2 = (a + 1 + b - 3c) \cdot (a + 1 - b + 3c). \end{aligned}$$

 Esercizi proposti: [16.29](#), [16.30](#), [16.31](#), [16.32](#), [16.33](#), [16.34](#), [16.35](#), [16.36](#), [16.37](#), [16.38](#), [16.39](#)

[16.40](#), [16.41](#)

16.5 Esercizi

16.5.1 Esercizi dei singoli paragrafi

16.1 - Quadrato di un binomio

16.1. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

- a) $a^2 - 2a + 1$;
- b) $x^2 + 4x + 4$;
- c) $y^2 - 6y + 9$;
- d) $16t^2 + 8t + 1$;
- e) $4x^2 + 1 + 4x$;
- f) $9a^2 - 6a + 1$.

16.2. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

- a) $4x^2 - 12x + 9$;
- b) $\frac{1}{4}a^2 + ab + b^2$;
- c) $9x^2 + 4 + 12x$;
- d) $\frac{4}{9}a^4 - 4a^2 + 9$;
- e) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}$;
- f) $16a^2 + \frac{1}{4}b^2 - 4ab$.

16.3. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

- a) $-9x^2 - \frac{1}{4} + 3x$;
- b) $4x^2 + 4xy + y^2$;
- c) $a^4 + 36a^2 + 12a^3$;
- d) $144x^2 - 6xa^2 + \frac{1}{16}a^4$;
- e) $x^2 - 6xy + 9y^2$;
- f) $-x^2 - 6xy - 9y^2$.

16.4. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

16.8. Individua perché i seguenti polinomi non sono quadrati di un binomio.

- a) $4x^2 + 4xy - y^2$ non è un quadrato di binomio perché
- b) $x^2 - 6xy + 9y$ non è un quadrato di binomio perché
- c) $25 + 100x + x^2$ non è un quadrato di binomio perché
- d) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}xy + \frac{1}{9}$ non è un quadrato di binomio perché

- a) $25 + 10x + x^2$;
- b) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}xy + \frac{1}{9}y^2$;
- c) $25 - 10x + x^2$;
- d) $\frac{9}{25}a^4 - 6a^2 + 25$;
- e) $4x^2 + 2x^4 + 1$;
- f) $4x^2 - 4x^4 - 1$.

16.5. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

- a) $-a^3 - 2a^2 - a$;
- b) $3a^7b - 6a^5b^2 + 3a^3b^3$;
- c) $100 + a^2b^4 + 20ab^2$;
- d) $2x^{13} - 8x^8y + 8x^3y^2$;
- e) $x^8 + 8x^4y^2 + 16y^4$;
- f) $-x^2 + 6xy + 9y^2$.

16.6. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

- a) $4a^2b^4 - 12ab^3 + 9b^6$;
- b) $a^2 + a + 1$;
- c) $36a^6b^3 + 27a^5b^4 + 12a^7b^2$;
- d) $25x^{14} + 9y^6 + 30x^7y^3$;
- e) $-a^7 - 25a^5 + 10a^6$;
- f) $25a^2 + 49b^2 + 35ab$.

16.7. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

- a) $4y^6 + 4 - 4y^2$;
- b) $\frac{1}{4}a^2 + 2ab + b^2$;
- c) $25a^2 - 10ax - x^2$;
- d) $9x^2 + 4y^2 - 6xy$.

e) $25t^2 + 4 - 10t$ non è un quadrato di binomio perché

16.9 (*). Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

- a) $24a^3 + 6a + 24a^2$;
- b) $3a^2x - 12axb + 12b^2x$;
- c) $5a^2 + 2ax + \frac{1}{5}x^2$;
- d) $x^6y + x^2y + 2x^4y$.

16.10 (*). Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

- a) $x^5 + 4x^4 + 4x^3$;
- b) $2y^3 - 12y^2x + 18x^2y$;

- c) $-50t^3 - 8t + 40t^2$;
- d) $2^{10}x^2 + 2^6 \cdot 3^{20} + 3^{40}$.

16.11 (*). Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

- a) $2^{20}x^{40} - 2^{26} \cdot x^{50} + 2^{30} \cdot x^{60}$;
- b) $10^{100}x^{50} - 2 \cdot 10^{75}x^{25} + 10^{50}$.

16.12 (*). Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un binomio.

- a) $10^{11}x^{10} - 2 \cdot 10^9x^5 + 10^6$;
- b) $x^{2n} + 2x^n + 1$.

16.2 - Quadrato di un polinomio

16.13. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un polinomio.

- a) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$;
- b) $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2xz - 2yz$;
- c) $x^2 + y^2 + 4 + 4x + 2xy + 4y$;
- d) $4a^4 - 6ab - 4a^2b + 12a^3 + b^2 + 9a^2$.

- b) $\frac{1}{4}a^2 + b^4 + c^6 + ab^2 + ac^3 + 2b^2c^3$;
- c) $a^2 + 2ab + b^2 - 2a + 1 - 2b$;
- d) $x^2 + \frac{1}{4}y^2 + 4 - xy + 4x - 2y$.

16.14. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un polinomio.

- a) $9x^6 + 2y^2z + y^4 - 6x^3z - 6x^3y^2 + z^2$;

16.15. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un polinomio.

- a) $a^2 + b^2 + c^2 - 2ac - 2bc + 2ab$;
- b) $-x^2 - 2xy - 9 - y^2 + 6x + 6y$;
- c) $4a^2 + 4ab - 8a + b^2 - 4b + 4$;
- d) $a^2b^2 + 2a^2b + a^2 - 2ab^2 - 2ab + b^2$.

16.16. Individua perché i seguenti polinomi non sono quadrati.

- a) $a^2 + b^2 + c^2$ non è un quadrato perché
- b) $x^2 + y^2 + 4 + 4x + 4xy + 4y$ non è un quadrato perché
- c) $a^2 + b^2 + c^2 - 2ac - 2bc - 2ab$ non è un quadrato perché
- d) $a^2 + b^2 - 1 - 2a - 2b + 2ab$ non è un quadrato perché

16.17 (*). Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un polinomio.

- a) $a^2 + 4ab - 2a + 4b^2 - 4b + 1$;
- b) $a^2b^2 + 2a^2b + a^2 + 4ab^2 + 4ab + 4b^2$;
- c) $x^2 - 6xy + 6x + 9y^2 - 18y + 9$.

16.18. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un polinomio.

- a) $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ scomponi prima $3x^2 = x^2 + 2x^2$;

- b) $4a^4 + 8a^2 + 1 + 8a^3 + 4a$ scomponi prima $8a^2 = 4a^2 + 4a^2$;
 c) $9x^4 + 6x^3 - 11x^2 - 4x + 4$ scomponi in maniera opportuna $-11x^2$.

16.19. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il quadrato di un polinomio.

- a) $25x^2 - 20ax - 30bx + 4a^2 + 12ab + 9b^2$;
 b) $2a^{10}x + 4a^8x + 2a^6x + 4a^5x + 4a^3x + 2x$;
 c) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2ab + 2ac - 2ad - 2bc + 2bd - 2cd$;
 d) $x^6 + x^4 + x^2 + 1 + 2x^5 + 2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x$.

16.3 - Cubo di un binomio

16.20. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

- a) $8a^3 + b^3 + 12a^2b + 6ab^2$;
 b) $b^3 + 12a^2b - 6ab^2 - 8a^3$;
 c) $-12a^2 + 8a^3 - b^3 + 6ab$;
 d) $-12a^2b + 6ab + 8a^3 - b^3$.

16.21. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

- a) $-x^3 + 6x^2 - 12x + 8$;
 b) $-x^9 - 3x^6 + 3x^3 + 8$;
 c) $x^3y^6 + 1 + 3x^2y^2 + 3xy^2$;
 d) $x^3 + 3x - 3x^2 - 1$.

16.22. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

- a) $-5x^5y^3 - 5x^2 - 15x^4y^2 - 15x^3y$;
 b) $-a^6 + 27a^3 + 9a^5 - 27a^4$;
 c) $64a^3 - 48a^2 + 12a - 1$;
 d) $a^6 + 9a^4 + 27a^2 + 27$.

16.23. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

- a) $x^3 - x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{27}$;
 b) $0,001x^6 + 0,015x^4 + 0,075x^2 + 0,125$;
 c) $\frac{27}{8}a^3 - \frac{27}{2}a^2x + 18ax^2 - 8x^3$;
 d) $x^3 - x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{27}$.

16.24. Individua perché i seguenti polinomi non sono cubi.

- a) $10^{15}a^{60} + 3 \cdot 10^{30}a^{45} + 3 \cdot 10^{45}a^{30} + 10^{60}a^{15}$;

- a) $a^{10} - 8a - 6a^7 + 12a^4$ non è un cubo perché.....;
 b) $27a^3 - b^3 + 9a^2b - 9ab^2$ non è un cubo perché.....;
 c) $8x^3 + b^3 + 6x^2b + 6xb^2$ non è un cubo perché.....;
 d) $x^3 + 6ax^2 - 6a^2x + 8a^3$ non è un cubo perché.....

16.25. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

- a) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$;
 b) $a^3b^3 + 12ab + 48ab + 64$;
 c) $216x^3 - 540ax^2 + 450a^2x - 125a^3$;
 d) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 2$.

16.26 (*). Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

- a) $a^6 + 3a^4b^2 + 3a^2b^4 + b^6$;
 b) $8a^3 - 36a^2b + 54ab^2 - 27b^3$;
 c) $a^6 + 3a^5 + 3a^4 + a^3$;
 d) $a^{10} - 8a - 6a^7 + 12a^4$.

16.27. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

- a) $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$;
 b) $x^6 + 12ax^4 + 12a^2x^2 + 8a^3$;
 c) $x^{300} - 10^{15} - 3 \cdot 10^5x^{200} + 3 \cdot 10^{10}x^{100}$;
 d) $a^{6n} + 3a^{4n}x^n + 3a^{2n}x^{2n} + x^{3n}$.

16.28. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo il cubo di un binomio.

b) $10^{-33}x^3 - 3 \cdot 10^{-22}x^2 + 3 \cdot 10^{-11}x - 1$.

16.4 - Differenza di due quadrati

16.29. Scomponi i seguenti polinomi come differenza di quadrati.

- a) $a^2 - 25b^2$;
- b) $16 - x^2y^2$;
- c) $25 - 9x^2$;
- d) $4a^4 - 9b^2$;
- e) $x^2 - 16y^2$;
- f) $144x^2 - 9y^2$.

16.30. Scomponi i seguenti polinomi come differenza di quadrati.

- a) $16x^4 - 81z^2$;
- b) $a^2b^4 - c^2$;
- c) $4x^6 - 9y^4$;
- d) $-36x^8 + 25b^2$;
- e) $-1 + a^2$;
- f) $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{9}y^4$.

16.31. Scomponi i seguenti polinomi come differenza di quadrati.

- a) $\frac{a^2}{4} - \frac{y^2}{9}$;
- b) $2a^2 - 50$;
- c) $a^3 - 16ab^6$;
- d) $-4x^2y^2 + y^2$;
- e) $-4a^2 + b^2$;
- f) $25x^2y^2 - \frac{1}{4}z^6$.

16.32. Scomponi i seguenti polinomi come differenza di quadrati.

- a) $-a^2b^4 + 49$;
- b) $16y^4 - z^4$;
- c) $a^8 - b^8$;
- d) $a^4 - 16$;
- e) $16a^2 - 9b^2$;
- f) $9 - 4x^2$.

16.33. Scomponi i seguenti polinomi come differenza di quadrati.

- a) $\frac{1}{4}x^2 - 1$;

- b) $a^2 - 9b^2$;
- c) $\frac{25}{16}a^2 - 1$;
- d) $-16 + 25x^2$;
- e) $25a^2b^2 - \frac{9}{16}y^6$;
- f) $-4x^8 + y^{12}$.

16.34. Scomponi i seguenti polinomi come differenza di quadrati.

- a) $\frac{1}{4}x^2 - 0,01y^4$;
- b) $x^6 - y^8$;
- c) $x^4 - y^8$.

16.35 (*). Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo la differenza di due quadrati.

- a) $(b+3)^2 - x^2$;
- b) $a^8 - (b-1)^2$;
- c) $(x-1)^2 - a^2$.

16.36. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo la differenza di due quadrati.

- a) $(x-y)^2 - (y+z)^2$;
- b) $-(2a-1)^2 + (3b+3)^2$;
- c) $x^2 - b^2 - 9 - 6b$.

16.37 (*). Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo la differenza di due quadrati.

- a) $(2x-3)^2 - 9y^2$;
- b) $(x+1)^2 - (y-1)^2$;
- c) $x^2 + 2x + 1 - y^2$.

16.38. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo la differenza di due quadrati.

- a) $b^2 - x^4 + 1 + 2b$;
- b) $a^4 + 4a^2 + 4 - y^2$;
- c) $x^2 - y^2 - 1 + 2y$.

16.39 (*). Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo la differenza di due quadrati.

- a) $(2x+3)^2 - (2y+1)^2$;
 b) $a^2 - 2ab + b^2 - 4$;
 c) $(2x-3a)^2 - (x-a)^2$.

16.40. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo la differenza di due quadrati.

- a) $-(a+1)^2 + 9$;
 b) $16x^2y^6 - (xy^3 + 1)^2$;
 c) $a^2 + 1 + 2a - 9$;
 d) $x^2y^4 - z^2 + 9 + 6xy^2$.

16.41 (*). Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo la differenza di due quadrati.

- a) $a^2 - 6a + 9 - x^2 - 16 - 8x$;
 b) $x^2 + 25 + 10x - y^2 + 10y - 25$.

16.42. Quando è possibile, scomponi in fattori, riconoscendo la differenza di due quadrati.

- a) $(a-1)^2 - (a+1)^2$;
 b) $a^{2n} - 4$;
 c) $a^{2m} - b^{2n}$;
 d) $x^{2n} - y^4$.

16.5.2 Risposte

16.9 a) $6a(2a+1)^2$, b) $3x(a-2b)^2$, c) $\frac{1}{5}(x+5a)^2$, d) $x^2y(x^2+1)^2$.

16.10 a) $x^3(x+2)^2$, b) $2y(3x-y)^2$, c) $-2t(5t-2)^2$, d) $(2^5x+3^{20})^2$.

16.11 a) $2^{20}x^{40}(1-2^5x^{10})^2$, b) $10^{50}(10^{25}x^{25}-1)^2$.

16.12 a) $10^6(10^5x^{10}-2 \cdot 10^3x^5+1)$, b) $(x^n+1)^2$.

16.17 a) $(a+2b-1)^2$, b) $(ab+a+2b)^2$, c) $(x-3y+3)^2$.

16.26 a) $(a^2+b^2)^3$, b) $(2a-3b)^3$, c) $a^3(a+1)^3$, d) $a(a^3-2)^3$.

16.35 a) $(b+3-x)(b+3+x)$, b) $(a^4-b+1)(a^4+b-1)$, c) $(x+a-1)(x-a-1)$.

16.37 a) $(2x+3y-3)(2x-3y-3)$, b) $(x+y)(x-y+2)$, c) $(x+y+1)(x-y+1)$.

16.39 a) $4(x+y+2)(x-y+1)$, b) $(a-b-2)(a-b+2)$, c) $(3x-4a)(x-2a)$.

16.41 a) $-(x+a+1)(x-a+7)$, b) $(x+y)(x-y+10)$.