

Scomposizione in fattori

15

15.1 Cosa vuol dire scomporre in fattori

Scomporre un polinomio in fattori significa scrivere il polinomio come il prodotto di polinomi e monomi che moltiplicati tra loro danno come risultato il polinomio stesso. Si può paragonare la scomposizione in fattori di un polinomio alla scomposizione in fattori dei numeri naturali.

Per esempio, scomporre il numero 36 significa scriverlo come $2^2 \cdot 3^2$ dove 2 e 3 sono i suoi fattori primi. Anche $36 = 9 \cdot 4$ è una scomposizione, ma non è in fattori primi. Allo stesso modo un polinomio va scomposto in fattori non ulteriormente scomponibili che si chiamano irriducibili.

Il polinomio $3a^3b^2 - 3ab^4$ si può scomporre in fattori in questo modo

$$3ab^2(a - b)(a + b),$$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 3 \\ 6 & 3 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

infatti eseguendo i prodotti si ottiene


$$3ab^2(a - b)(a + b) = 3ab^2(a^2 + ab - ba - b^2) = 3ab^2(a^2 - b^2) = 3a^3b^2 - 3ab^4.$$

La scomposizione termina quando non è possibile scomporre ulteriormente i fattori individuati. Come per i numeri la scomposizione in fattori dei polinomi identifica il polinomio in maniera univoca (a meno di multipli).

Definizione 15.1. Un polinomio si dice *riducibile* (scomponibile) se può essere scritto come prodotto di due o più polinomi (detti fattori) di grado maggiore di zero. In caso contrario esso si dirà *irriducibile*.

La caratteristica di un polinomio di essere irriducibile dipende dall'insieme numerico al quale appartengono i coefficienti del polinomio; uno stesso polinomio può essere irriducibile nell'insieme dei numeri razionali, ma riducibile in quello dei numeri reali o ancora in quello dei complessi. Dalla definizione consegue che un polinomio di primo grado è irriducibile.

Definizione 15.2. La scomposizione in fattori di un polinomio è la sua scrittura come prodotto di fattori irriducibili.

 *Esercizio proposto:* [15.1](#)

15.2 Raccoglimento totale a fattore comune

Questo è il primo metodo che si deve cercare di utilizzare per scomporre un polinomio.

Il metodo si basa sulla proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.

Prendiamo in considerazione il seguente prodotto: $a(x + y + z) = ax + ay + az$.

Il nostro obiettivo è ora quello di procedere da destra verso sinistra, cioè avendo il polinomio $ax + ay + az$ come possiamo fare per individuare il prodotto che lo ha generato? In questo caso semplice possiamo osservare che i tre monomi contengono tutti la lettera a , che quindi si può mettere in comune, o come anche si dice "in evidenza". Perciò scriviamo

$$ax + ay + az = a(x + y + z).$$

Esempio 15.1. Analizziamo la scomposizione in fattori $3a^2b(2a^3 - 5b^2 - 7c)$.

$$\begin{aligned} 3a^2b(2a^3 - 5b^2 - 7c) &= 3a^2b(2a^3) + 3a^2b(-5b^2) + 3a^2b(-7c) \\ &= 6a^5b - 15a^2b^3 - 21a^2bc. \end{aligned}$$

L'ultima uguaglianza, letta da destra verso sinistra, è il raccoglimento totale a fattore comune. Partendo da $6a^5b - 15a^2b^3 - 21a^2bc$ possiamo notare che i coefficienti numerici 6, 15 e 21 hanno il 3 come fattore in comune. Notiamo anche che la lettera a è in comune, come la lettera b . Raccogliendo tutti i fattori comuni si avrà il prodotto $3a^2b(2a^3 - 5b^2 - 7c)$ di partenza.

Procedura 15.1. Mettere in evidenza il fattore comune:

- trovare il MCD di tutti i termini che formano il polinomio: tutti i fattori in comune con l'esponente minimo con cui compaiono;
- scrivere il polinomio come prodotto del MCD per il polinomio ottenuto dividendo ciascun monomio del polinomio di partenza per il MCD;
- verificare la scomposizione eseguendo la moltiplicazione per vedere se il prodotto dà come risultato il polinomio da scomporre.

Esempio 15.2. Scomporre in fattori $5a^2x^2 - 10ax^5$.

- Tra i coefficienti numerici il fattore comune è 5;
- tra la parte letterale sono in comune le lettere a e x , la a con esponente 1, la x con esponente 2;
- pertanto il MCD è $5ax^2$;
- passiamo quindi a scrivere $5a^2x^2 - 10ax^5 = 5ax^2(\dots\dots\dots)$;
- nella parentesi vanno i monomi che si ottengono dalle divisioni $5a^2x^2 : 5ax^2 = a$ e $-10ax^5 : 5ax^2 = -2x^3$.

In definitiva $5a^2x^2 - 10ax^5 = 5ax^2(a - 2x^3)$.

Esempio 15.3. Scomporre in fattori $10x^5y^3z - 15x^3y^5z - 20x^2y^3z^2$.

- Trovo tutti i fattori comuni con l'esponente minore per formare il MCD. $\text{MCD} = 5x^2y^3z$;
- divido ciascun termine del polinomio per $5x^2y^3z$:
 $\Rightarrow 10x^5y^3z : 5x^2y^3z = 2x^3$;

$$\Rightarrow -15x^3y^5z : 5x^2y^3z = -3xy^2;$$

$$\Rightarrow -20x^2y^3z^2 : 5x^2y^3z = -4z;$$

- c) il polinomio si può allora scrivere come $5x^2y^3z \cdot (2x^3 - 3xy^2 - 4z)$;
 d) Il fattore da raccogliere a fattore comune può essere scelto con il segno (+) o con il segno (-). Nell'esempio precedente è valida anche la seguente scomposizione: $10x^5y^3z - 15x^3y^5z - 20x^2y^3z^2 = -5x^2y^3z \cdot (-2x^3 + 3xy^2 + 4z)$.

Esempio 15.4. Scomporre in fattori $-8x^2y^3 + 10x^3y^2$.

- a) Poiché il primo termine è negativo possiamo mettere a fattore comune un numero negativo. Tra 8 e 10 il MCD è 2. Tra x^2y^3 e x^3y^2 mettiamo a fattore comune le lettere x e y , entrambe con esponente 2, perché è il minimo esponente con cui compaiono. In definitiva il monomio da mettere a fattore comune è $-2x^2y^2$;
 b) pertanto possiamo cominciare a scrivere $-2x^2y^2(\dots\dots\dots)$;
 c) eseguiamo le divisioni $-8x^2y^3 : (-2x^2y^2) = +4y$ e $10x^3y^2 : (-2x^2y^2) = -5x$. I quozienti trovati $+4y$ e $-5x$ vanno nelle parentesi.

In definitiva $-8x^2y^3 + 10x^3y^2 = -2x^2y^2(4y - 5x)$.

Esempio 15.5. Scomporre in fattori $6a(x - 1) + 7b(x - 1)$.

- a) Il fattore comune è $(x - 1)$, quindi il polinomio si può scrivere come $(x - 1) \cdot [\dots\dots\dots]$;
 b) nella parentesi quadra scriviamo i termini che si ottengono dalle divisioni:
 $\Rightarrow 6a(x - 1) : (x - 1) = 6a$;
 $\Rightarrow 7b(x - 1) : (x - 1) = 7b$.

In definitiva $6a(x - 1) + 7b(x - 1) = (x - 1)(6a + 7b)$.

Esempio 15.6. Scomporre in fattori $10(x + 1)^2 - 5a(x + 1)$.

- a) Il fattore comune è $5(x + 1)$, quindi possiamo cominciare a scrivere $5(x + 1) \cdot [\dots\dots\dots]$;
 b) nella parentesi quadra scriviamo i termini che si ottengono dalle divisioni:
 $\Rightarrow 10(x + 1)^2 : 5(x + 1) = 2(x + 1)$;
 $\Rightarrow -5a(x + 1) : 5(x + 1) = -a$.

In definitiva $10(x + 1)^2 - 5a(x + 1) = 5(x + 1)[2(x + 1) - a]$.

 Esercizi proposti: 15.2, 15.3, 15.4, 15.5, 15.6, 15.7, 15.8, 15.9, 15.10, 15.11, 15.12, 15.13

15.14

15.3 Raccoglimento parziale a fattore comune

Quando un polinomio non ha alcun fattore comune a tutti i suoi termini, possiamo provare a mettere in evidenza tra gruppi di monomi e successivamente individuare il polinomio in comune.

Osserviamo il prodotto $(a + b)(x + y + z) = ax + ay + az + bx + by + bz$. Supponiamo ora di avere il polinomio $ax + ay + az + bx + by + bz$ come possiamo fare a tornare indietro per scriverlo come prodotto di polinomi?

Esempio 15.7. Scomponiamo in fattori $ax + ay + az + bx + by + bz$. Non c'è nessun fattore comune a tutto il polinomio.

Proviamo a mettere in evidenza per gruppi di termini. Evidenziamo a tra i primi tre termini e b tra gli ultimi tre, avremo: $a(x + y + z) + b(x + y + z)$. Ora risulta semplice vedere che il trinomio $(x + y + z)$ è in comune e quindi lo possiamo mettere in evidenza $ax + ay + az + bx + by + bz = a(x + y + z) + b(x + y + z) = (x + y + z)(a + b)$.

Procedura 15.2. Eseguire il raccoglimento parziale.

- a) Dopo aver verificato che non è possibile effettuare un raccoglimento a fattore comune totale raggruppo i monomi in modo che in ogni gruppo sia possibile mettere in comune qualche fattore;
- b) verifico se la nuova scrittura del polinomio ha un polinomio (binomio, trinomio...) comune a tutti i termini;
- c) se è presente il fattore comune a tutti i termini lo metto in evidenza;
- d) se il fattore comune non è presente la scomposizione è fallita, allora posso provare a raggruppare diversamente i monomi o abbandonare questo metodo.

Esempio 15.8. Scomporre in fattori $ax + ay + bx + ab$.

- a) Provo a mettere in evidenza la a nel primo e secondo termine e la b nel terzo e quarto termine: $ax + ay + bx + ab = a(x + y) + b(x + a)$;
- b) in questo caso non c'è nessun fattore comune: il metodo è fallito. In effetti il polinomio non si può scomporre in fattori.

Esempio 15.9. Scomporre in fattori $bx - 2ab + 2ax - 4a^2$.


- a) Non vi sono fattori da mettere a fattore comune totale, proviamo con il raccoglimento parziale: b nei primi due monomi e $2a$ negli altri due;
- b) $\underline{bx} - \underline{2ab} + \underline{2ax} - \underline{4a^2} = b(\underline{x - 2a}) + 2a(\underline{x - 2a}) = (x - 2a)(b + 2a)$.

Esempio 15.10. Scomporre in fattori $bx^3 + 2x^2 - bx - 2 + abx + 2a$.

- a) Raggruppiamo nel seguente modo: $\underline{bx^3} + \underline{2x^2} - \underline{bx} - \underline{2} + \underline{abx} + \underline{2a}$ tra quelli con sottolineatura semplice metto a fattore comune bx , tra quelli con doppia sottolineatura metto a fattore comune 2 ;
- b) $\underline{bx^3} + \underline{2x^2} - \underline{bx} - \underline{2} + \underline{abx} + \underline{2a} = bx(\underline{x^2 - 1 + a}) + 2(\underline{x^2 - 1 + a}) = (x^2 - 1 + a)(bx + 2)$.

Esempio 15.11. Scomporre in fattori $5ab^2 - 10abc - 25abx + 50acx$.

- a) Il fattore comune è $5a$, quindi:
 $\rightarrow 5ab^2 - 10abc - 25abx + 50acx = 5a(b^2 - 2bc - 5bx + 10cx)$;
- b) vediamo se è possibile scomporre il polinomio in parentesi con un raccoglimento parziale $5a(\underline{b^2} - \underline{2bc} - \underline{5bx} + \underline{10cx}) = 5a[b(\underline{b - 2c}) - 5x(\underline{b - 2c})] = 5a(b - 2c)(b - 5x)$.

 Esercizi proposti: 15.16, 15.17, 15.18, 15.19, 15.20, 15.21, 15.22, 15.23, 15.24, 15.25, 15.26

15.27, 15.28

15.4 Esercizi**15.4.1 Esercizi dei singoli paragrafi****15.1 - Cosa vuol dire scomporre in fattori**

15.1. Associa le espressioni a sinistra con i polinomi a destra.

- | | |
|--------------------------|--|
| a) $(a + 2b)^2$; | g) $2a^2 - 4ab + 3ab - 6b^2$; |
| b) $3ab^2(a^2 - b)$; | h) $a^2 + 4ab + 4b^2$; |
| c) $(2a + 3b)(a - 2b)$; | i) $9a^2 - b^2$; |
| d) $(3a - b)(3a + b)$; | j) $3a^3b^2 - 3ab^3$; |
| e) $(a + b)^3$; | k) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$; |
| f) $(a + b + c)^2$; | l) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. |

15.2 - Raccoglimento totale a fattore comune

15.2 (*). Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| a) $ax + 3a^2x - abx$; | c) $15x^2y - 10xy + 25x^2y^2$. |
| b) $15b^2 + 12bc + 21abx + 6ab^2$; | |

15.3 (*). Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- | | |
|--|---------------------------|
| a) $-12a^8b^9 - 6a^3b^3 - 15a^4b^3$; | c) $2m^7 + 8m^6 + 8m^5$. |
| b) $2ab^2 + 2b^2c - 2a^2b^2 - 2b^2c^2$; | |

15.4 (*). Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| a) $9x^2b + 6xb + 18xb^2$; | b) $20a^5 + 15a^7 + 10a^4$; | c) $x^2b - x^5 - 4x^3b^2$. |
|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|

15.5. Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- | | | |
|---------------------------|--------------------|--------------------|
| a) $3xy + 6x^2$; | c) $3xy - 12y^2$; | e) $9a^3 - 6a^2$; |
| b) $b^3 + \frac{1}{3}b$; | d) $x^3 - ax^2$; | f) $5x^2 - 15x$. |

15.6. Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- | | | |
|-----------------------|--------------------|----------------------------|
| a) $18x^2y - 12y^2$; | c) $5x^3 - 2x^2$; | e) $3a + 3$; |
| b) $4x^2y - x^2$; | d) $-2x^3 + 2x$; | f) $-8x^2y^3 - 10x^3y^2$. |

15.7. Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

- | | |
|--|--|
| a) $\frac{2}{3}a^2b - \frac{4}{3}a^4b^3 - \frac{5}{9}a^2b^2$; | c) $\frac{2}{3}a^4bc^2 - 4ab^3c^2 + \frac{10}{3}abc^2$; |
| b) $12a^3x^5 - 18ax^6 - 6a^3x^4 + 3a^2x^4$; | d) $-\frac{3}{5}a^4bx + \frac{3}{2}ab^4x - 2a^3b^2x$. |

15.8. Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

a) $-\frac{5}{2}a^3b^3 - \frac{5}{3}a^4b^2 + \frac{5}{6}a^3b^4;$

c) $\frac{2}{3}a^2x + \frac{5}{4}ax^2 - \frac{5}{4}ax;$

b) $91m^5n^3 + 117m^3n^4;$

d) $-5a^2 + 10ab^2 - 15a.$

15.9. Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

a) $ab^2 - a + a^2;$

c) $2a^2b^2x - 4a^2b;$

e) $-3a^2b^2 + 6ab^2 - 15b;$

b) $2b^6 + 4b^4 - b^9;$

d) $-a^4 - a^3 - a^5;$

f) $a^2b - b + b^2.$

15.10. Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

a) $2b^6 + 4b^4 - b^9;$

c) $-a^2b^2 - a^3b^5 + b^3;$

e) $-2x^2z^3 + 4z^5 - 6x^3z^3;$

b) $-5a^4 - 10a^2 - 30a;$

d) $-2x^6 + 4x^5 - 6x^3y^9;$

f) $-\frac{4}{9}x + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x^3.$

15.11. Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

a) $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a;$

c) $\frac{1}{3}ab^3 + \frac{1}{6}a^3b^2;$

b) $a^n + a^{n-1} + a^{n-2};$

d) $a^n + a^{2n} + a^{3n}.$

15.12. Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

a) $2x^{2n} - 6x^{(n-1)} + 4x^{(3n+1)};$

c) $a(x+y) - b(x+y);$

b) $a^2x^{n-1} - 2a^3x^{n+1} + a^4x^{2n};$

d) $(x+y)^3 - (x+y)^2.$

15.13 (*). Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

a) $a^n + a^{n+1} + a^{n+2};$

c) $2a(x-2) + 3x(x-2)^2 - (x-2)^2.$

b) $(a+2)^3 - (a+2)^2 - a - 2;$

15.14 (*). Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

a) $x^2(a+b)^3 + x^3(a+b) + x^5(a+b)^2;$

b) $3(x+y)^2 - 6(x+y) + 2x(x+y).$

15.15. Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

a) $5y^3(x-y)^3 - 3y^2(x-y);$

c) $2x(x-1) - 3a^2(x-1);$

b) $5a(x+3y) - 3(x+3y);$

d) $2(x-3y) - y(3y-x).$

15.16 (*). Scomponi in fattori raccogliendo a fattore comune.

a) $3x^2(a+b) - 2x^3(a+b) + 5x^5(a+b);$

b) $(2x-y)^2 - 5x^3(2x-y) - 3y(2x-y)^3.$

15.3 - Raccoglimento parziale a fattore comune

15.17 (*). Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

a) $2x - 2y + ax - ay$;

b) $3ax - 6a + x - 2$;

c) $ax + bx - ay - by.$

15.18. Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

a) $3ax - 9a - x + 3;$

c) $2ax - 4a - x + 2;$

b) $ax^3 + ax^2 + bx + b$;

d) $b^2x + b^2y + 2ax + 2ay.$

15.19 (*). Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

a) $3x^3 - 3x^2 + 3x - 3$;

b) $x^3 - x^2 + x - 1$;

c) $ay + 2x^3 - 2ax^3 - y.$

15.20. Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

a) $-x^3 + x^2 + x - 1$;

c) $x^3 - 1 - x + x^2$;

b) $x^3 + x^2 - x - 1$;

d) $-x^3 - x - 1 - x^2$.

15.21. Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

a) $x^3 + x^2 + x + 1$;

c) $b^2x - b^2y - 2ax - 2ay$;

b) $b^2x - b^2y + 2x - 2y;$

d) $xy + x + ay + a + by + b$.

15.22. Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

a) $3x + 6 + ax + 2a + bx + 2b$;

c) $2x - 2 + bx - b - ax + a$;

b) $2x - 2 + bx - b + ax - a$;

d) $2x + 2 + bx - b - ax + a$.

15.23. Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

a) $2x - b + ax - a - 2 + bx$;

c) $a^2x + ax - a - 1$;

b) $a^3 + 2a^2 + a + 2$:

d) $3xy^3 - 6xy - ay^2 + 2a$.

15.24. Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

a) $a^2x^3 + a^2x^2 + a^2x - 2x^2 - 2x - 2;$

c) $2ax - 2a + abx - ab + a^2x - a^2;$

b) $3x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x$;

d) $3x^4y^4 - 6x^4y^2 - ax^3y^3 + 2ax^3y.$

15.25. Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

a) $b^2x - 2bx + by - 2y;$

c) $ax + bx + 2x - a - b - 2;$

b) $\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + 2x - 1;$

d) $3(x+y)^2 + 5x + 5y$.

15.26 (*). Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

a) $bx^2 - bx + b + x^2 - x + 1$;

b) $a^3 - a^2b^2 - ab + b^3$;

c) $\frac{1}{5}a^2b + 3ab^2 - \frac{1}{3}a - 5b$.

15.27. Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

a) $3x^4 + 9x^2 - 6x^3 - 18x$;

b) $2a - a^2 + 8b - 4ab$;

c) $4x^2 + 3a + 4xy - 4ax - 3y - 3x$;

d) $3x^4 - 3x^3 + 2x - 2$.

15.28 (*). Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

a) $(a-2)(a-3) + ab - 2b$;

b) $\frac{1}{8}x^3 - 2xy^2 + \frac{1}{2}yx^2 - 8y^3$;

c) $ab - bx^2 - \frac{2}{3}ax + \frac{2}{3}x^3$.

15.29 (*). Scomponi in fattori con il raccoglimento parziale a fattore comune, se possibile.

a) $45x^3 + 15xy + 75x^2y + 21x^2y^2 + 7y^3 + 35xy^3$;

b) $10x^3 - 12x^2 - 5xy + 6y$;

c) $6a^3 + 3a^2b - 2ab^3 - b^4$.

15.30 (*). Scomponi in fattori raccogliendo prima a fattore comune totale e poi parziale.

a) $a^{14} + 4a^{10} - 2a^{12} - 8a^8$;

b) $3x^2(x+y)^2 + 5x^3 + 5x^2y$;

c) $ax^3y + ax^2y + axy + ay$.

15.31. Scomponi in fattori raccogliendo prima a fattore comune totale e poi parziale.

a) $b^2x + b^2y - 2bx - 2by$;

b) $b^2x - 2bx - 2by + b^2y$;

c) $2ab^2 + 2b^2c - 2a^2b^2 - 2ab^2c$;

d) $3ax + 6a + a^2x + 2a^2 + abx + 2ab$.

15.32 (*). Scomponi in fattori raccogliendo prima a fattore comune totale e poi parziale.

a) $2^{11}x^2 + 2^{12}x + 2^{15}x + 2^{16}$;

b) $6x^2 + 6xy - 3x(x+y) - 9x^2(x+y)^2$;

c) $2x^3 + 2x^2 - 2ax^2 - 2ax$.

15.33. Scomponi in fattori raccogliendo prima a fattore comune totale e poi parziale.

a) $2bx^2 + 4bx - 2x^2 - 4ax$;

b) $x^4 + x^3 - x^2 - x$;

c) $15x(x+y)^2 + 5x^2 + 5xy$;

d) $2a^2mx - 2ma^2 - 2a^2x + 2a^2$.

15.34 (*). Scomponi in fattori raccogliendo prima a fattore comune totale e poi parziale.

a) $\frac{2}{3}ax^3 - \frac{1}{3}ax^2 + \frac{2}{3}ax - \frac{1}{3}a$;

b) $\frac{7}{3}x^2 - \frac{7}{3}xy + \frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{9}x^2y - \frac{5}{9}(x^2 - xy)$;

c) $2b(x+1)^2 - 2bax - 2ba + 4bx + 4b$.

15.4.2 Risposte

15.2 a) $ax(3a - b + 1)$, b) $3b(7ax + 2ab + 5b + 4c)$, c) $5xy(5xy + 3x - 2)$.

15.3 a) $-3a^3b^3(4a^5b^6 + 5a + 2)$, b) $2b^2(a + c - a^2 - c^2)$, c) $2m^5(m + 2)^2$.

15.4 a) $3bx(3x + 6b + 2)$, b) $5a^4(3a^3 + 4a + 2)$, c) $-x^2(x^3 + 4b^2x - b)$.

15.13 a) $a^n(1 + a + a^2)$, b) $(a + 2)(a^2 + 3a + 1)$, c) $(x - 2)(3x^2 - 7x + 2a + 2)$.

15.14 a) $x^2(a + b)(ax^3 + bx^3 + x + a^2 + 2ab + b^2)$, b) $(x + y)(5x + 3y - 6)$.

15.16 a) $x^2(a + b)(5x^3 - 2x + 3)$, b) $(2x - y)(2x - y - 5x^3 - 12x^2y + 12xy^2 - 3y^3)$.

15.17 a) $(x - y)(2 + a)$, b) $(x - 2)(3a + 1)$, c) $(a + b)(x - y)$.

15.19 a) $(3x - 3)(x^2 + 1)$, b) $(x - 1)(x^2 + 1)$, c) $(a - 1)(y - 2x^3)$.

15.26 a) $(b + 1)(x^2 - x + 1)$, b) $(a^2 - b)(a - b^2)$, c) $(\frac{3}{5}ab - 1)(\frac{1}{3}a + 5b)$.

15.28 a) $(a - 2)(a - 3 + b)$, b) $(x + 4y)(\frac{1}{8}x^2 - 2y^2)$, c) $(a - x^2)(b - \frac{2}{3}x)$.

15.29 a) $(15x + 7y^2)(3x^2 + y + 5xy)$, b) $(2x^2 - y)(5x - 6)$, c) $(3a^2 - b^3)(2a + b)$.

15.30 a) $a^8(a^2 - 2)(a^4 + 4)$, b) $x^2(x + y)(3x + 3y + 5)$, c) $ay(x + 1)(x^2 + 1)$.

15.32 a) $2^{11}(x + 2)(x + 16)$, b) $-3x(x + y)(3x^2 + 3xy - 1)$, c) $2x(x + 1)(x - a)$.

15.34 a) $\frac{1}{3}a(x^2 + 1)(2x - 1)$, b) $\frac{1}{9}x(x - y)(16 + x)$, c) $2b(x + 1)(x - a + 3)$.