

## 5.1 Insiemi ed elementi

In matematica usiamo la parola *insieme* per indicare un raggruppamento, una collezione, una raccolta di oggetti, individui, simboli, numeri, figure che sono detti *elementi* dell'insieme e che sono ben definiti e distinti tra di loro.

La nozione di insieme e quella di elemento di un insieme in matematica sono considerate nozioni primitive, nozioni che si preferisce non definire mediante altre più semplici.

**Esempio 5.1.** Sono insiemi:


- a) l'insieme delle lettere della parola RUOTA;
- b) l'insieme delle canzoni che ho ascoltato la settimana scorsa;
- c) l'insieme delle città della Puglia con più di 15 000 abitanti;
- d) l'insieme delle lettere dell'alfabeto italiano;
- e) l'insieme dei numeri 1, 2, 3, 4, 5;
- f) l'insieme delle montagne d'Italia più alte di 1 000 metri.

Per poter assegnare un insieme occorre soddisfare le seguenti condizioni:

- ➔ bisogna poter stabilire con certezza e oggettività se un oggetto è o non è un elemento dell'insieme;
- ➔ gli elementi di uno stesso insieme devono essere differenti tra loro, cioè un elemento non può essere ripetuto nello stesso insieme.

Non possono essere considerati insiemi:

- ➔ i film interessanti (non c'è un criterio oggettivo per stabilire se un film è interessante oppure no, uno stesso film può risultare interessante per alcune persone e non interessante per altre);
- ➔ le ragazze simpatiche di una classe (non possiamo stabilire in maniera oggettiva se una ragazza è simpatica);
- ➔ le montagne più alte d'Italia (non possiamo dire se una montagna è tra le più alte poiché non è fissata un'altezza limite);
- ➔ l'insieme delle grandi città d'Europa (non c'è un criterio per stabilire se una città è grande);

 *Esercizio proposto:* 5.1

In generale, gli insiemi si indicano con lettere maiuscole  $A, B, C \dots$ ; gli elementi con lettere minuscole  $a, b, c \dots$ . Se un elemento  $a$  sta nell'insieme  $A$  si scrive  $a \in A$  e si legge "a appartiene ad A". Il simbolo " $\in$ " si chiama simbolo di *appartenenza*.

Se un elemento  $b$  non sta nell'insieme  $A$  si dice che esso non appartiene all'insieme, si scrive  $b \notin A$ , si legge “ $b$  non appartiene ad  $A$ ”. Il simbolo “ $\notin$ ” si chiama simbolo di *non appartenenza*.

Il criterio che stabilisce se un elemento appartiene a un insieme si chiama *proprietà caratteristica*.

Gli elementi di un insieme si elencano separati dalla virgola e racchiusi tra parentesi graffe:  $A = \{a, b, c, d\}$ .

Alcuni simboli sono utilizzati per indicare alcuni insiemi specifici:

- $\mathbb{N}$  si utilizza per indicare l'insieme dei numeri naturali:  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ ;
- $\mathbb{Z}$  si utilizza per indicare i numeri interi relativi:  $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$ ;
- $\mathbb{Q}$  si utilizza per indicare i numeri razionali:  $\mathbb{Q} = \{\frac{1}{2}, -\frac{3}{5}, \frac{5}{1}, -\frac{4}{17}, 12, 34, 0, \overline{25}, \dots\}$ .

**Esempio 5.2.** Indica con il simbolo opportuno quali dei seguenti elementi appartengono o non appartengono all'insieme  $A$  dei giorni della settimana: lunedì, martedì, gennaio, giovedì, dicembre, estate.

Gennaio e dicembre sono mesi dell'anno, perciò scriviamo:

lunedì  $\in A$ , martedì  $\in A$ , gennaio  $\notin A$ , giovedì  $\in A$ , dicembre  $\notin A$ , estate  $\notin A$ .

Consideriamo l'insieme  $A = \{r, s, t\}$  e l'insieme  $B$  delle consonanti della parola “risate”. Possiamo osservare che  $A$  e  $B$  sono due insiemi costituiti dagli stessi elementi; diremo che sono *insiemi uguali*.

**Definizione 5.1.** Due insiemi  $A$  e  $B$  si dicono *uguali* se sono formati dagli stessi elementi, anche se disposti in ordine diverso: in simboli  $A = B$ . Due insiemi  $A$  e  $B$  si dicono *diversi* se non contengono gli stessi elementi: in simboli  $A \neq B$ .

🔗 Esercizi proposti: [5.2](#), [5.3](#), [5.4](#), [5.5](#), [5.6](#), [5.7](#), [5.8](#), [5.9](#)

## 5.2 Insieme vuoto, insieme universo, cardinalità

Consideriamo l'insieme  $A = \{\text{consonanti della parola "AIA"}\}$ . Poiché la parola “AIA” non contiene consonanti, l'insieme  $A$  è privo di elementi.

**Definizione 5.2.** Un insieme privo di elementi si chiama *insieme vuoto*, lo si indica con il simbolo  $\emptyset$  o  $\{\}$ .

❑ **Osservazione**  $\{\} = \emptyset$  ma  $\{\emptyset\} \neq \emptyset$  dato che  $\{\emptyset\}$  rappresenta un insieme che ha come unico elemento l'insieme vuoto.

**Esempio 5.3.** Alcuni insiemi vuoti.

- a) L'insieme dei numeri negativi maggiori di 5 è vuoto;
- b) l'insieme delle capitali europee con meno di 50 abitanti è vuoto;

c) l'insieme dei numeri naturali minori di 0 è vuoto.

La frase «l'insieme degli studenti che vengono a scuola con il motorino» non definisce un insieme particolare. Occorre definire il contesto, l'ambiente che fa individuare gli elementi dell'insieme. Se l'ambiente è la classe 1C gli elementi saranno certamente diversi, probabilmente meno numerosi, di quelli che compongono l'ambiente di un'intera scuola o di un'intera città. Quando si identifica un insieme, occorre indicare anche l'ambiente di riferimento da cui trarre gli elementi che appartengono al nostro insieme. Questo insieme si chiama *Insieme Universo* e rappresenta il contesto, l'ambiente su cui faremo le nostre osservazioni. In generale un insieme universo per un insieme  $A$  è semplicemente un insieme che contiene  $A$ . Solitamente si indica con  $U$  l'insieme universo.


### 5.2.1 Cardinalità

**Definizione 5.3.** Si definisce cardinalità (o potenza) di un insieme finito il numero degli elementi dell'insieme. Viene indicata con uno dei seguenti simboli  $|A|$ ,  $\#(A)$  o  $\text{card } A$ .

Per poter parlare di cardinalità di un insieme qualsiasi, che comprenda anche insiemi infiniti come gli insiemi numerici, occorre una definizione più complessa che qui non daremo.

**Esempio 5.4.** Esempi di cardinalità.

- a) L'insieme  $A$  delle vocali dell'alfabeto italiano ha 5 elementi, quindi  $\text{card } A = 5$ ;
- b) l'insieme  $B$  dei multipli di 3 minori di 10 ha 3 elementi, quindi  $\text{card } B = 3$ .

 Esercizi proposti: [5.10](#), [5.11](#), [5.12](#), [5.13](#), [5.14](#), [5.15](#)

### 5.3 Esercizi

#### 5.3.1 Esercizi dei singoli paragrafi

##### 5.1 - Insiemi ed elementi

**5.1.** Barra con una crocetta i raggruppamenti che ritieni siano degli insiemi.

- |  |  |
|--|--|
| a) I fiumi più lunghi d'Italia;            | f) gli animali con 2 zampe;                |
| b) le persone con più di 30 anni;          | g) le vocali dell'alfabeto italiano;       |
| c) i numeri 1, 20, 39, 43, 52;             | h) i professori bravi;                     |
| d) i libri più pesanti nella tua cartella; | i) i gatti con due code;                   |
| e) i punti di una retta;                   | j) i calciatori che hanno fatto pochi gol. |

**5.2.** Per ciascuno dei seguenti casi inserisci il simbolo adatto fra " $\in$ " e " $\notin$ ". A è l'insieme delle lettere dell'alfabeto italiano.  $b \dots A$ ,  $i \dots A$ ,  $j \dots A$ ,  $e \dots A$ ,  $w \dots A$ ,  $z \dots A$ .

**5.3.** Le vocali delle parole che seguono formano insiemi uguali, tranne in un caso. Quale?

☐ A sito   ☐ B micio   ☐ C zitto   ☐ D fiocco   ☐ E lecito   ☐ F dito.

**5.4.** Individua tra i seguenti insiemi quelli che sono uguali:

- |                                     |                                  |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| a) vocali della parola "SASSO";     | c) vocali della parola "PIETRA"; |
| b) consonanti della parola "SASSO"; | d) vocali della parola "PASSO".  |

**5.5.** Quali delle seguenti frasi rappresentano criteri oggettivi per individuare un insieme? Spiega perché.

- a) Le città che distano meno di 100 Km da Lecce;  
 b) i laghi d'Italia;  
 c) le città vicine a Roma;  
 d) i calciatori della Juventus;  
 e) i libri di Mauro;  
 f) i professori bassi della tua scuola;  
 g) i tuoi compagni di scuola il cui nome inizia per M;  
 h) i tuoi compagni di classe che sono gentili;  
 i) gli zaini neri della tua classe.

<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F

**5.6.** Scrivi al posto dei puntini il simbolo mancante tra " $\in$ " e " $\notin$ ".

- a) La Polo ..... all'insieme delle automobili Fiat;  
 b) il cane ..... all'insieme degli animali domestici;  
 c) la Puglia ..... all'insieme delle regioni italiane;  
 d) Firenze ..... all'insieme delle città francesi;  
 e) il numero 10 ..... all'insieme dei numeri naturali;  
 f) il numero 3 ..... all'insieme dei numeri pari.

**5.7.** Quali delle seguenti proprietà sono caratteristiche per un insieme?

- a) Essere città italiana il cui nome inizia per W;

<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
----------------------------	----------------------------

- b) essere un bravo cantante;
- c) essere un monte delle Alpi;
- d) essere un ragazzo felice;
- e) essere un numero naturale grande;
- f) essere un ragazzo nato nel 1985;
- g) essere gli alunni della classe 1<sup>a</sup>C;
- h) essere le lettere dell'alfabeto inglese;
- i) essere le rette del piano;
- j) essere i libri interessanti della biblioteca;
- k) essere gli italiani viventi nati nel 1850;
- l) essere gli italiani colti.

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

**5.8.** Scrivi al posto dei puntini il simbolo mancante tra "=" e "≠".

- a) L'insieme delle lettere della parola "CANE" e della parola "PANE" sono .....
- b) l'insieme delle vocali della parola "INSIEME" e della parola "MIELE" sono .....
- c) l'insieme delle consonanti della parola "LETTO" e della parola "TETTO" sono .....
- d) l'insieme delle lettere della parola "CONTRO" e della parola "TRONCO" sono .....
- e) l'insieme delle vocali della parola "LIBRO" e della parola "MINISTRO" sono .....
- f) l'insieme delle vocali della parola "DIARIO" e della parola "RAMO" sono .....
- g) l'insieme delle lettere della parola "MOUSE" e della parola "MUSEO" sono .....
- h) l'insieme delle consonanti della parola "SEDIA" e della parola "ADESSO" sono .....
- i) l'insieme dei numeri pari minori di 5 e l'insieme vuoto sono .....
- j) l'insieme dei numeri pari e l'insieme dei multipli di 2 sono .....

**5.9.** Le stelle dell'universo formano un insieme, le stelle visibili a occhio nudo formano un insieme? Spiega il tuo punto di vista.

## 5.2 - Insieme vuoto, insieme universo, cardinalità

**5.10.** Indica se gli insiemi  $G = \{\text{gatti con 6 zampe}\}$  e  $P = \{\text{polli con 2 zampe}\}$  sono o non sono vuoti.

**5.11.** Barra con una croce gli insiemi vuoti.

- a) L'insieme dei numeri positivi minori di 0;
- b) l'insieme dei numeri negativi minori di 100;
- c) l'insieme dei numeri pari minori di 100;
- d) l'insieme delle capitali europee della regione Lombardia;
- e) l'insieme dei triangoli con quattro angoli;
- f) l'insieme delle capitali italiane del Lazio
- g) l'insieme dei punti di intersezione di due rette parallele.

**5.12.** Quali delle seguenti scritture sono corrette per indicare l'insieme vuoto?

☐ A  $\emptyset$  ☐ B 0 ☐ C  $\{\emptyset\}$  ☐ D  $\{0\}$  ☐ E  $\{\}$ .

**5.13.** Quali dei seguenti insiemi sono vuoti? Per gli insiemi non vuoti indica la cardinalità.

- a) L'insieme degli uccelli con 6 ali;
- b) l'insieme delle lettere della parola "VOLPE";

- c) l'insieme dei cani con 5 zampe;
- d) l'insieme delle vocali della parola "COCCODRILLO";
- e) l'insieme delle vocali dell'alfabeto italiano;
- f) l'insieme degli abitanti della luna;
- g) l'insieme dei numeri sulla tastiera del telefonino.

**5.14.** Scrivi per ciascun insieme un possibile insieme universo.

- a) l'insieme dei rettangoli;
- b) l'insieme dei multipli di 3;
- c) l'insieme delle lettere della parola "MATEMATICA";
- d) l'insieme dei libri di matematica;
- e) l'insieme dei ragazzi che hanno avuto un'insufficienza in matematica.

**5.15.** Dato l'insieme  $A = \{0, 3, 5\}$  determina se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- a)  $0 \in A$ .
- b)  $5 \in A$ .
- c)  $\emptyset \in A$ .
- d)  $\emptyset \in A$ .
- e)  $A \in A$ .
- f)  $3, 5 \in A$ .

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F