Problemi di I grado in un'incognita 14

14.1 Un po' di storia e qualche aneddoto

Sin dall'antichità l'uomo si è trovato di fronte a difficoltà pratiche, legate alla vita quotidiana e ha perciò messo a punto strategie per superarle.

Sembra che nell'antico Egitto le periodiche piene del Nilo abbiano spinto l'uomo a sviluppare la capacità di tracciare rette parallele, rette perpendicolari, di misurare il perimetro e l'area di particolari figure geometriche o viceversa di calcolare le misure dei lati di poligoni di dato perimetro o data area per poter ridefinire i confini degli appezzamenti di terreno.

Il *papiro di Rhind*[1], testo egizio scritto in ieratico, risalente al 1700 a.C., si autodefinisce "istruzioni per conoscere tutte le cose oscure" contiene più di 85 problemi con relativi metodi di soluzione riguardanti il calcolo della capacità di recipienti e di magazzini, la ricerca dell'area di appezzamenti di terreno e altre questioni aritmetiche.

Nel problema 24 del papiro, ad esempio, viene calcolato il mucchio quando esso ed il suo settimo sono uguali a 19. Mucchio è l'incognita del problema, indicata con il termine *aha* il cui segno è .

Noi traduciamo la richiesta nell'equazione $x + \frac{1}{7}x = 19$.

Nel 1202 Leonardo Pisano, conosciuto col nome paterno di 'filius Bonacci' o Fibonacci, pubblicò il *Liber Abaci* in cui, a partire dall'ottavo capitolo, presenta vari metodi algebrici per la risoluzione di problemi di matematica applicata, legati alla realtà dell'epoca, in particolare all'ambiente commerciale. I nuovi "algoritmi" presentati da Fibonacci, intendevano facilitare la risoluzione dei problemi di calcolo evitando l'utilizzo dell'abaco. Nel 1223 a Pisa, l'imperatore Federico II di Svevia, assistette a un singolare torneo tra matematici dell'epoca; il problema proposto era il seguente:

«Quante coppie di conigli si ottengono in un anno (salvo i casi di morte) supponendo che ogni coppia dia alla luce un'altra coppia ogni mese e che le coppie più giovani siano in grado di riprodursi già al secondo mese di vita?».

Fibonacci vinse la gara dando al quesito una risposta così rapida da far persino sospettare che il torneo fosse truccato. La soluzione fu trovata tramite l'individuazione di una particolare successione di numeri, nota come successione di Fibonacci.

Secondo la leggenda, il grande matematico Carl Fiedrich Gauss già all'età di tre anni avrebbe corretto un errore di suo padre nel calcolo delle sue finanze. All'età di 10 anni fu autorizzato a seguire le lezioni di aritmetica di un certo Buttner. Un giorno, agli studenti particolarmente turbolenti, Buttner diede come compito di punizione il calcolo della somma dei primi 100 numeri, da 1 a 100. Poco dopo, sorprendendo tutti, il giovanissimo Carl diede la risposta esatta, "5050". Si era accorto che mettendo in riga tutti i numeri da 1 a 100 e nella

[1] Dal nome dell'inglese A. H. Rhind che lo comprò a Luxor nel 1858.

riga sottostante i numeri da 100 a 1, ogni colonna dava come somma 101; fece dunque il prodotto 100×101 e divise per 2, ottenendo facilmente il risultato: Buttner rimase sgomento.

14.1.1 Risoluzione dei problemi

> La risoluzione dei problemi …serve ad acuire l'ingegno e a dargli la facoltà di penetrare l'intera ragione di tutte le cose.
>
> R. DESCARTES

I problemi che possono presentarsi nel corso degli studi o nell'attività lavorativa sono di diversa natura: di tipo economico, scientifico, sociale, possono riguardare insiemi numerici o figure geometriche. La matematica ci può aiutare a risolvere i problemi quando essi possono essere tradotti in "forma matematica", quando cioè è possibile trascrivere in simboli le relazioni che intercorrono tra le grandezze del problema.

Analizzeremo problemi di tipo algebrico o geometrico, che potranno essere formalizzati attraverso equazioni di primo grado in una sola incognita. Prima di buttarci alla risoluzione del problema, procediamo a:

a) una lettura "attenta" del testo al fine di individuare l'ambiente del problema, le parole chiave, i dati e le informazioni implicite, l'obiettivo;
b) la scelta della grandezza incognita e la descrizione dell'insieme in cui si ricerca il suo valore, ragionando sull'obiettivo del problema (condizioni sull'incognita);
c) la traduzione in "forma matematica" delle relazioni che intercorrono tra i dati e l'obiettivo, cioè l'individuazione dell'equazione risolvente;
d) la risoluzione dell'equazione trovata;
e) il confronto tra la soluzione trovata e le condizioni poste su di essa.

Problema 14.1. Un mattone pesa un chilo più mezzo mattone. Quanto pesa un mattone?

Soluzione La situazione può essere materialmente descritta con una figura. Togliamo da ogni piatto della bilancia mezzo mattone, la bilancia è ancora in equilibrio come mostra la figura 2, da ciò possiamo dedurre che mezzo mattone pesa un chilo. Il mattone intero pesa dunque due chili.

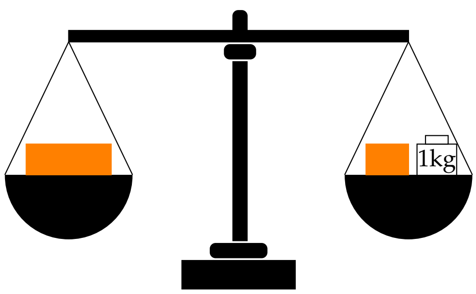


Figura 1

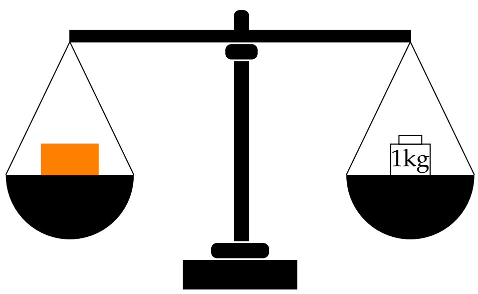


Figura 2

Risolviamo ora il problema seguendo la procedura sopra suggerita:

Dati: peso di un mattone = peso di mezzo mattone +1 kg.

Obiettivo: peso del mattone.

Procedura risolutiva:

Come incognita del problema possiamo scegliere il peso del mattone: la indichiamo con p. Il valore di p dovrà essere un numero positivo. L'equazione risolvente è la traduzione con formalismo matematico dell'unica relazione contenuta nel testo del problema: $p = \frac{1}{2}p + 1$.

Risolviamo l'equazione: $p - \frac{1}{2}p = 1 \Rightarrow \frac{1}{2}p = 1 \Rightarrow p = 2\,\text{Kg}$. La soluzione ottenuta è accettabile; il problema è determinato.

♦

Problema 14.2. Aggiungendo ad un numero naturale i suoi tre quarti, si ottiene il suo doppio aumentato di 10. Qual è il numero?

Soluzione L'ambiente del problema è numerico: si cerca un numero naturale. Indichiamo con n l'incognita cerchiamo quindi $n \in \mathbb{N}$. La lettura attenta del testo mette in luce le operazioni che dobbiamo eseguire sull'incognita e che traduciamo nei dati:

Dati: $n + \dfrac{3}{4}n = 2n + 10$.

Obiettivo: $n \in \mathbb{N}$.

Procedura risolutiva:

L'equazione risolvente è già indicata nei dati $n + \dfrac{3}{4}n = 2n + 10$.

Per risolverla moltiplichiamo ambo i membri per 4, otteniamo:

$$4n + 3n - 8n = 40 \Rightarrow -n = 40 \Rightarrow n = -40.$$

La soluzione non è accettabile per le condizioni poste; il problema non ha soluzione.

♦

Problema 14.3. Il 1° gennaio 1990 Chiara aveva il doppio dell'età di Aldo; il 1° gennaio 2000 Chiara aveva vent'anni più di Aldo. Quale sarà l'età di Chiara il 1° gennaio 2010?

Soluzione Leggendo attentamente il problema notiamo che le incognite sono due: l'età di Chiara e l'età di Aldo. Indichiamo perciò con a l'età di Chiara al 1990 e con p quella di Aldo.

Nel 2000 la loro età sarà aumentata di 10 anni. Naturalmente la soluzione del problema sarà nell'insieme dei numeri naturali. Scriviamo dati e obiettivo usando il formalismo matematico:

Dati: nel 1990: $a = 2p$, nel 2000: $a + 10 = (p + 10) + 20$.

Obiettivo: L'età di Chiara nel 2010.

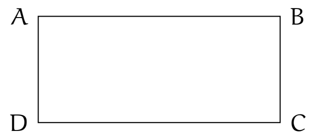
Procedura risolutiva: Osserviamo che una volta determinata l'età di Chiara nel 1990, basterà aggiungere a questa 20 per ottenere la soluzione, pertanto l'età di Chiara nel 2010 è $a + 20$. Trasformiamo la seconda relazione riportata nei dati sostituendo l'informazione relativa al 1990, si ottiene $2p + 10 = p + 10 + 20 \Rightarrow 2p - p = 20 \Rightarrow p = 20$. L'età di Aldo nel 1990 era 20, quindi $a = 40$. Infine, l'età di Chiara nel 2010 è $40 + 20 = 60$. La soluzione è accettabile; il problema è determinato.

♦

Problema 14.4. Calcolare l'area di un rettangolo in cui l'altezza supera $\frac{1}{3}$ della base di 8m e il perimetro è $\frac{20}{7}$ della base stessa.

Soluzione Il problema è di tipo geometrico e riguarda un rettangolo. Facendo riferimento alla figura abbiamo:

Dati: $AD = \frac{1}{3}AB + 8$, $2p = \frac{20}{7}AB$.



Obiettivo: L'Area$(ABCD)$.

Procedura risolutiva: $\text{Area}(ABCD) = \text{ misura base } \cdot \text{ misura altezza } = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$.

Dobbiamo dunque determinare queste due misure. I dati del problema indicano che la misura dell'altezza dipende da quella della base; una volta trovata questa misura basta farne un terzo e aggiungere 8 per avere quella dell'altezza; questo ragionamento ci fa scegliere come incognita $\overline{AB} = x$ con x numero reale positivo.

Traduciamo con formalismo matematico la prima e la seconda relazione contenuta nei dati: $\overline{AD} = \frac{1}{3}x + 8$ e $2p = \frac{20}{7}x$.

Sappiamo che il perimetro di un rettangolo è il doppio della somma della base con l'altezza. Riscriviamo con linguaggio matematico anche questa relazione: $2 \cdot \left(x + \frac{1}{3}x + 8\right) = \frac{20}{7}x$ che risulta l'equazione risolvente.

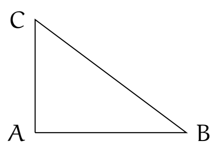
Svolgiamo i calcoli e otteniamo $4x = 21 \cdot 16 \Rightarrow x = 84 \Rightarrow \overline{AB} = 84$ e quindi $\overline{AD} = 36$. Ottenute le misure della base e dell'altezza calcoliamo $\text{Area}(ABCD) = 36 \cdot 84 = 3024\,\text{m}^2$.

♦

Problema 14.5. In un triangolo rettangolo il perimetro è 120 cm e un cateto è 3/5 dell'ipotenusa. Determinare l'area del triangolo.

Soluzione Il problema è di tipo geometrico e riguarda un triangolo rettangolo. Rappresentiamo il triangolo:

Dati: $C\hat{A}B = \text{angolo retto}$, $2p = 120$, $AC = \frac{3}{5}CB$.



Obiettivo: L'Area(ABC).

Procedura risolutiva: $\text{Area}(ABC) = \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot \overline{AC}$.

Per calcolare l'area, occorre determinare la misura dei cateti del triangolo rettangolo; i dati del problema ci danno una relazione tra la misura di un cateto e la misura dell'ipotenusa; conosciamo anche il perimetro del triangolo.

Scegliamo come incognita la misura in cm di CB, cioè $\overline{CB} = x$ con $x \in \mathbb{R}^+$.

Formalizziamo i dati:

$$\overline{CB} = x; \quad \overline{AC} = \frac{3}{5}x; \quad \overline{AB} + x + \frac{3}{5}x = 120. \tag{14.1}$$

Per poter scrivere una equazione che ci permetta di determinare il valore dell'incognita ci manca la misura di AB. Sembra che il problema sia privo di una informazione. Tuttavia, il triangolo dato è rettangolo quindi tra i suoi lati sussiste la relazione del teorema di Pitagora: $\overline{CB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$.

Pertanto possiamo determinare la misura di AB:

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{CB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{x^2 - \left(\frac{3}{5}x\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{25}x^2} = \frac{4}{5}x.$$

Con questo dato riscriviamo la 14.1 che risulta essere l'equazione risolvente del problema

$$\frac{4}{5}x + x + \frac{3}{5}x = 120 \Rightarrow \ 12x = 120 \cdot 5 \Rightarrow x = 50 \Rightarrow \overline{CB} = 50.$$

Quindi $\overline{AC} = 30\,\text{cm}$ e $\overline{AB} = 40\,\text{cm}, \ \text{Area}(ABC) = \dfrac{30 \cdot 40}{2} = 600\,\text{cm}^2$.

♦

Gli esercizi indicati con (†) sono tratti da *Matematica 1*, Dipartimento di Matematica, ITIS V. Volterra, San Donà di Piave, Versione [11-12][S-A11], pg. 90; licenza CC,BY-NC-BD, per gentile concessione dei professori che hanno redatto il libro. Il libro è scaricabile da http://www.istitutovolterra.it/dipartimenti/matematica/dipmath/docs/M1_1112.pdf

14.2 Esercizi

14.2.1 Problemi con i numeri

14.1 (*). Determina due numeri, sapendo che la loro somma vale 70 e il secondo supera di 16 il doppio del primo.

14.2 (*). Determina due numeri, sapendo che il secondo supera di 17 il triplo del primo e che la loro somma è 101.

14.3 (*). Determinare due numeri dispari consecutivi sapendo che il minore supera di 10 i $\frac{3}{7}$ del maggiore.

14.4 (*). Sommando 15 al doppio di un numero si ottengono i $\frac{7}{2}$ del numero stesso. Qual è il numero?

14.5. Determinare due numeri consecutivi sapendo che i $\frac{4}{9}$ del maggiore superano di 8 i $\frac{2}{13}$ del minore.

14.6 (*). Se ad un numero sommiamo il suo doppio, il suo triplo, il suo quintuplo e sottraiamo 21, otteniamo 100. Qual è il numero?

14.7 (*). Trova il prodotto tra due numeri, sapendo che: se al primo numero sottraiamo 50 otteniamo 50 meno il primo numero; se al doppio del secondo aggiungiamo il suo consecutivo, otteniamo 151.

14.8 (*). Se a $\frac{1}{25}$ sottraiamo un numero, otteniamo la quinta parte del numero stesso. Qual è questo numero?

14.9 (*). Carlo ha 152 caramelle e vuole dividerle con le sue due sorelline. Quante caramelle resteranno a Carlo se le ha distribuite in modo che ogni sorellina ne abbia la metà delle sue?

14.10 (*). Se a $\frac{5}{2}$ sottraiamo un numero, otteniamo il numero stesso aumentato di $\frac{2}{3}$. Di quale numero si tratta?

14.11 (*). Se ad un numero sottraiamo 34 e sommiamo 75, otteniamo 200. Qual è il numero?

14.12 (*). Se alla terza parte di un numero sommiamo 45 e poi sottraiamo 15, otteniamo 45. Qual è il numero?

14.13 (*). Se ad un numero sommiamo il doppio del suo consecutivo otteniamo 77. Qual è il numero?

14.14 (*). Se alla terza parte di un numero sommiamo la sua metà, otteniamo il numero aumentato di 2. Qual è il numero?

14.15 (*). Il doppio di un numero equivale alla metà del suo consecutivo più 1. Qual è il numero?

14.16 (*). Un numero è uguale al suo consecutivo meno 1. Trova il numero.

14.17 (*). La somma tra un numero e il suo consecutivo è uguale al numero aumentato di 2. Trova il numero.

14.18 (*). La somma tra un numero ed il suo consecutivo aumentato di 1 è uguale a 18. Qual è il numero?

14.19. La somma tra un numero e lo stesso numero aumentato di 3 è uguale a 17. Qual è il numero?

14.20 (*). La terza parte di un numero aumentata di 3 è uguale a 27. Trova il numero.

14.21 (*). La somma tra due numeri x e y vale 80. Del numero x sappiamo che questo stesso numero aumentato della sua metà è uguale a 108.

14.22 (*). Sappiamo che la somma fra tre numeri (x, y, z) è uguale a 180. Il numero x è uguale a se stesso diminuito di 50 e poi moltiplicato per 6. Il numero y aumentato di 60 è uguale a se stesso diminuito di 40 e poi moltiplicato per 6, trova x, y, z.

14.23 (*). La somma tra la terza parte di un numero e la sua quarta parte è uguale alla metà del numero aumentata di 1. Trova il numero.

14.24. Determina due numeri interi consecutivi tali che la differenza dei loro quadrati è uguale a 49.

14.25. Trova tre numeri dispari consecutivi tali che la loro somma sia uguale a 87.

14.26. Trova cinque numeri pari consecutivi tali che la loro somma sia uguale a 1000.

14.27 (*). Determinare il numero naturale la cui metà, aumentata di 20, è uguale al triplo del numero stesso diminuito di 95.

14.28 (*). Trova due numeri dispari consecutivi tali che la differenza dei loro cubi sua uguale a 218.

14.29 (*). Trova un numero tale che se calcoliamo la differenza tra il quadrato del numero stesso e il quadrato del precedente otteniamo 111.

14.30. Qual è il numero che sommato alla sua metà è uguale a 27?

14.31 (*). Moltiplicando un numero per 9 e sommando il risultato per la quarta parte del numero si ottiene 74. Qual è il numero?

14.32. La somma di due numeri pari e consecutivi è 46. Trova i due numeri.

14.33 (*). La somma della metà di un numero con la sua quarta parte è uguale al numero stesso diminuito della sua quarta parte. Qual è il numero?

14.34 (*). Di y sappiamo che il suo triplo è uguale al suo quadruplo diminuito di 2; trova y.

14.35. Il numero z aumentato di 60 è uguale a se stesso diminuito di 30 e moltiplicato per 4.

14.36 (*). Determinare un numero di tre cifre sapendo che la cifra delle centinaia è $\frac{2}{3}$ di quella delle unità, la cifra delle decine è $\frac{1}{3}$ delle unità e la somma delle tre cifre è 12.

14.37 (*). Dividere il numero 576 in due parti tali che $\frac{5}{6}$ della prima parte meno $\frac{3}{4}$ della seconda parte sia uguale a 138.

14.38 (*). Determina due numeri naturali consecutivi tali che la differenza dei loro quadrati è uguale a 49.

14.2.2 Problemi dalla realtà

14.39 (*). Luca e Andrea posseggono rispettivamente € 200 e € 180; Luca spende € 10 al giorno e Andrea € 8 al giorno. Dopo quanti giorni avranno la stessa somma?

14.40 (*). Ad un certo punto del campionato la Fiorentina ha il doppio dei punti della Juventus e l'Inter ha due terzi dei punti della Fiorentina. Sapendo che in totale i punti delle tre squadre sono 78, determinare i punti delle singole squadre.

14.41 (*). Per organizzare una gita collettiva, vengono affittati due pulmini dello stesso modello, per i quali ciascun partecipante deve pagare € 12. Sui pulmini restano, in tutto, quattro posti liberi. Se fossero stati occupati anche questi posti, ogni partecipante avrebbe risparmiato € 1,50. Quanti posti vi sono su ogni pulmino? ("La settimana enigmistica")

14.42. Un rubinetto, se aperto, riempie una vasca in 5 ore; un altro rubinetto riempie la stessa vasca in 7 ore. Se vengono aperti contemporaneamente, quanto tempo ci vorrà per riempire $\frac{1}{6}$ della vasca?

14.43 (*). L'età di Antonio è i $\frac{3}{8}$ di quella della sua professoressa. Sapendo che tra 16 anni l'età della professoressa sarà doppia di quella di Antonio, quanti anni ha la professoressa?

14.44 (*). Policrate, tiranno di Samos, domanda a Pitagora il numero dei suoi allievi. Pitagora risponde che: " la metà studia le belle scienze matematiche; l'eterna Natura è oggetto dei lavori di un quarto; un settimo si esercita al silenzio e alla meditazione; vi sono inoltre tre donne". Quanti allievi aveva Pitagora? ("Matematica dilettevole e curiosa")

14.45. Trovare un numero di due cifre sapendo che la cifra delle decine è inferiore di 3 rispetto alla cifra delle unità e sapendo che invertendo l'ordine delle cifre e sottraendo il numero stesso, si ottiene 27. ("Algebra riceativa")

14.46. Al cinema "Matematico" hanno deciso di aumentare il biglietto del 10%; il numero degli spettatori è calato, però, del 10%. È stato un affare?

14.47. A mezzogiorno le lancette dei minuti e delle ore sono sovrapposte. Quando saranno di nuovo sovrapposte?

14.48. Con due qualità di caffè da 3 €/ kg e 5 €/ kg si vuole ottenere un quintale di miscela da 3,25 €/ kg. Quanti kg della prima e quanti della seconda qualità occorre prendere?

14.49 (*). In un supermercato si vendono le uova in due diverse confezioni, che ne contengono rispettivamente 10 e 12. In un giorno è stato venduto un numero di contenitori da 12 uova doppio di quelli da 10, per un totale di 544 uova. Quanti contenitori da 10 uova sono stati venduti?

14.50 (*). Ubaldo, per recarsi in palestra, passa sui mezzi di trasporto 20 minuti, tuttavia il tempo totale per completare il tragitto è maggiore a causa dei tempi di attesa. Sappiamo che Ubaldo utilizza 3 mezzi, impiega i $\frac{3}{10}$ del tempo totale per l'autobus, i $\frac{3}{5}$ del tempo totale per la metropolitana e 10 minuti per il treno. Quanti minuti è costretto ad aspettare i mezzi di trasporto? (*poni x il tempo di attesa*)

14.51 (*). Anna pesa un terzo di Gina e Gina pesa la metà di Alfredo. Se la somma dei tre pesi è 200 kg, quanto pesa Anna?

14.52. In una partita a dama dopo i primi 10 minuti sulla scacchiera restano ancora 18 pedine. Dopo altri 10 minuti un giocatore perde 4 pedine nere e l'altro 6 pedine bianche ed entrambi rimangono con lo stesso numero di pedine. Calcolate quante pedine aveva ogni giocatore dopo i primi 10 minuti di gioco.

14.53 (*). Due numeri naturali sono tali che la loro somma è 16 e il primo, aumentato di 1, è il doppio del secondo diminuito di 3. Trovare i due numeri.

14.54. Un dvd recoder ha due modalità di registrazione: SP e LP. Con la seconda modalità è possibile registrare il doppio rispetto alla modalità SP. Con un dvd dato per 2 ore in SP, come è possibile registrare un film della durata di 3 ore e un quarto? Se voglio registrare il più possibile in SP (di qualità migliore rispetto all'altra) quando devo necessariamente passare all'altra modalità LP?

14.55 (*). Tizio si reca al casinò e gioca tutti i soldi che ha; dopo la prima giocata, perde la metà dei suoi soldi. Gli vengono prestati € 2 e gioca ancora una volta tutti i suoi soldi; questa volta vince e i suoi averi vengono quadruplicati. Torna a casa con € 100. Con quanti soldi era arrivato al casinò?

14.56 (*). I sette nani mangiano in tutto 127 bignè; sapendo che il secondo ne ha mangiati il doppio del primo, il terzo il doppio del secondo e così via, quanti bignè ha mangiato ciascuno di loro?

14.57 (*). Babbo Natale vuole mettere in fila le sue renne in modo tale che ogni fila abbia lo stesso numero di renne. Se le mette in fila per quattro le file sono due di meno rispetto al caso in cui le mette in fila per tre. Quante sono le renne?

14.58 (*). Cinque fratelli si devono spartire un'eredità di €180000 in modo tale che ciascuno ottenga € 8000 in più del fratello immediatamente minore. Quanto otterrà il fratello più piccolo?

14.59 (*). Giovanni ha tre anni in più di Maria. Sette anni fa la somma delle loro età era 19. Quale età hanno attualmente?

14.60 (*). Lucio ha acquistato un paio di jeans e una maglietta spendendo complessivamente € 518. Calcolare il costo dei jeans e quello della maglietta, sapendo che i jeans costano € 88 più della maglietta.

14.61 (*). Francesca ha il triplo dell'età di Anna. Fra sette anni Francesca avrà il doppio dell'età di Anna. Quali sono le loro età attualmente?

14.62 (*). In una fattoria ci sono tra polli e conigli 40 animali con 126 zampe. Quanti sono i conigli?

14.63 (*). Due anni fa ho comprato un appartamento. Ho pagato alla consegna $\frac{1}{3}$ del suo prezzo, dopo un anno $\frac{3}{4}$ della rimanenza; oggi ho saldato il debito sborsando € 40500. Qual è stato il prezzo dell'appartamento?

14.64 (*). Un ciclista pedala in una direzione a 30 km/h, un marciatore parte a piedi dallo stesso punto e alla stessa ora e va nella direzione contraria a 6 km/h. Dopo quanto tempo saranno lontani 150 km?

14.65 (*). Un banca mi offre il 2% di interesse su quanto depositato all'inizio dell'anno. Alla fine dell'anno vado a ritirare i soldi depositati più l'interesse: se ritiro € 20400, quanto avevo depositato all'inizio? Quanto dovrebbe essere la percentuale di interesse per ricevere € 21000 depositando i soldi calcolati al punto precedente?

14.66 (*). Si devono distribuire € 140800 fra 11 persone che hanno vinto un concorso. Alcune di esse rinunciano alla vincita e quindi la somma viene distribuita tra le persone rimanenti. Sapendo che ad ognuna di esse sono stati dati € 4800 euro in più, quante sono le persone che hanno rinunciato al premio?

14.67 (*). Un treno parte da una stazione e viaggia alla velocità costante di 120 km/h. Dopo 80 minuti parte un secondo treno dalla stessa stazione e nella stessa direzione alla velocità di 150 km/h. Dopo quanti km il secondo raggiungerà il primo?

14.68 (*). Un padre ha 32 anni, il figlio 5. Dopo quanti anni l'età del padre sarà 10 volte maggiore di quella del figlio? Si interpreti il risultato ottenuto.

14.69 (*). Uno studente compra 4 penne, 12 quaderni e 7 libri per un totale di € 180. Sapendo che un libro costa quanto 8 penne e che 16 quaderni costano quanto 5 libri, determinare il costo dei singoli oggetti.

14.70 (*). Un mercante va ad una fiera, riesce a raddoppiare il proprio capitale e vi spende € 500; ad una seconda fiera triplica il suo avere e spende € 900; ad una terza poi quadruplica il suo denaro e spende € 1200. Dopo ciò gli sono rimasti € 800. Quanto era all'inizio il suo capitale?

14.71 (*). L'epitaffio di Diofanto. "Viandante! Qui furono sepolti i resti di Diofanto. E i numeri possono mostrare, oh, miracolo! Quanto lunga fu la sua vita, la cui sesta parte costituì la sua felice infanzia. Aveva trascorso ormai la dodicesima parte della sua vita, quando di peli si coprì la guancia. E la settima parte della sua esistenza trascorse in un matrimonio senza figli. Passò ancora un quinquiennio e gli fu fonte di gioia la nascita del suo primogenito, che donò il suo corpo, la sua bella esistenza alla terra, la quale durò solo la metà di quella del padre. Il quale, con profondo dolore discese nella sepoltura, essendo sopravvenuto solo quattro anni al proprio figlio. Dimmi quanti anni visse Diofanto."

14.72 (*, †). Un cane cresce ogni mese di $\frac{1}{3}$ della sua altezza. Se dopo 3 mesi dalla nascita è alto 64 cm, quanto era alto appena nato?

14.73 (*, †). La massa di una botte colma di vino è di 192 kg mentre se la botte è riempita di vino per un terzo la sua massa è di 74 kg. Trovare la massa della botte vuota.

14.74 (*, †). Carlo e Luigi percorrono in auto, a velocità costante, un percorso di 400 km, ma in senso opposto. Sapendo che partono alla stessa ora dagli estremi del percorso e che Carlo corre a 120 km/h mentre Luigi viaggia a 80 km/h, calcolare dopo quanto tempo si incontrano.

14.75 (*, †). Un fiorista ordina dei vasi di stelle di Natale che pensa di rivendere a € 12 al vaso con un guadagno complessivo di € 320. Le piantine però sono più piccole del previsto, per questo è costretto a rivendere ogni vaso a € 7 rimettendoci complessivamente € 80. Quanti sono i vasi comprati dal fiorista?

14.76 (*, †). Un contadino possiede 25 tra galline e conigli; determinare il loro numero sapendo che in tutto hanno 70 zampe.

14.77 (*, †). Un commerciante di mele e pere carica nel suo autocarro 139 casse di frutta per un peso totale di 23,5 quintali. Sapendo che ogni cassa di pere e mele pesa rispettivamente 20 kg e 15 kg, determinare il numero di casse per ogni tipo caricate.

14.78 (*, †). Determina due numeri uno triplo dell'altro sapendo che dividendo il maggiore aumentato di 60 per l'altro diminuito di 20 si ottiene 5.

14.79 (*, †). Un quinto di uno sciame di api si posa su una rosa, un terzo su una margherita. Tre volte la differenza dei due numeri vola sui fiori di pesco, e rimane una sola ape che si libra qua e là nell'aria. Quante sono le api dello sciame?

14.80 (*, †). Per organizzare un viaggio di 540 persone un'agenzia si serve di 12 autobus, alcuni con 40 posti a sedere e altri con 52; quanti sono gli autobus di ciascun tipo?

14.81 (†). Il papà di Paola ha venti volte l'età che lei avrà tra due anni e la mamma, cinque anni più giovane del marito, ha la metà dell'età che avrà quest'ultimo fra venticinque anni; dove si trova Paola oggi?

14.2.3 Problemi di geometria

14.82 (*). In un triangolo rettangolo uno degli angoli acuti è $\frac{3}{7}$ dell'altro angolo acuto. Quanto misurano gli angoli del triangolo?

14.83 (*). In un triangolo un angolo è il $\frac{3}{4}$ del secondo angolo, il terzo angolo supera di 10° la somma degli altri due. Quanto misurano gli angoli?

14.84. In un triangolo ABC, l'angolo in A è doppio dell'angolo in B e l'angolo in C è doppio dell'angolo in B. Determina i tre angoli.

14.85. Un triangolo isoscele ha il perimetro di 39. Determina le lunghezze dei lati del triangolo sapendo che la base è $\frac{3}{5}$ del lato.

14.86 (*). Un triangolo isoscele ha il perimetro di 122 m, la base di 24 m. Quanto misura ciascuno dei due lati obliqui congruenti?

14.87 (*). Un triangolo isoscele ha il perimetro di 188 cm, la somma dei due lati obliqui supera di 25 cm i $\frac{2}{3}$ della base. Calcola la lunghezza dei lati.

14.88 (*). In un trinagolo ABC di perimetro 186 cm il lato AB è $\frac{5}{7}$ di AC e BC è $\frac{3}{7}$ di AC. Quanto misurano i lati del triangolo?

14.89 (*). Un trapezio rettangolo ha la base minore che è $\frac{2}{5}$ della base minore e l'altezza è $\frac{5}{4}$ della base minore. Sapendo che il perimetro è $294,91$ m, calcola l'area del trapezio.

14.90 (*). Determina l'area di un rettangolo che ha la base che è $\frac{2}{3}$ dell'altezza, mentre il perimetro è 144 cm.

14.91 (*). Un trapezio isoscele ha la base minore pari a $\frac{7}{13}$ della base maggiore, il lato obliquo è pari ai $\frac{5}{6}$ della differenza tra le due basi. Sapendo che il perimetro misura 124 cm, calcola l'area del trapezio.

14.92 (*). Il rettangolo $ABCD$ ha il perimetro di 78 cm, inoltre sussiste la seguente relazione tra i lati: $\overline{AD} = \frac{8}{5}\overline{AB} + 12\,\text{cm}$. Calcola l'area del rettangolo.

14.93 (*). Un rettangolo ha il perimetro che misura 240 cm, la base è tripla dell'altezza. Calcola l'area del rettagolo.

14.94 (*). In un rettangolo l'altezza supera di 3 cm i $\frac{3}{4}$ della base, inoltre i $\frac{3}{2}$ della base hanno la stessa misura dei $\frac{2}{3}$ dell'altezza. Calcola le misure della base e dell'altezza.

14.95 (*). In un triangolo isoscele la base è gli $\frac{8}{5}$ del lato ed il perimetro misura 108 cm. Trovare l'area del triangolo e la misura dell'altezza relativa ad uno dei due lati obliqui.

14.96 (*). In un rombo la differenza tra le due diagonali è di 3 cm. Sapendo che la diagonale maggiore è $\frac{4}{3}$ della minore, calcolare il perimetro del rombo.

14.97 (*). Determinare le misure delle dimensioni di un rettangolo, sapendo che la minore è uguale a $\frac{1}{3}$ della maggiore e che la differenza tra il doppio della minore e la metà della maggiore è di 10 cm. Calcolare inoltre il lato del quadrato avente la stessa area del rettangolo dato.

14.98 (*). Antonello e Gianluigi hanno avuto dal padre l'incarico di arare due campi, l'uno di forma quadrata e l'altro rettangolare. "Io scelgo il campo quadrato - dice Antonello, - dato che il suo perimetro è di 4 metri inferiore a quello dell'altro". "Come vuoi! - commenta il fratello - Tanto, la superficie è la stessa, dato che la lunghezza di quello rettangolare è di 18 metri superiore alla larghezza". Qual è l'estensione di ciascun campo?

14.99 (*). In un trapezio rettangolo il lato obliquo e la base minore hanno la stessa lunghezza. La base maggiore supera di 7 cm i $\frac{4}{3}$ della base minore. Calcolare l'area del trapezio sapendo che la somma delle basi è 42 cm.

14.100 (*). L'area di un trapezio isoscele è 168 cm^2, l'altezza è 8 cm, la base minore è $\frac{5}{9}$ della maggiore. Calcolare le misure delle basi, del perimetro del trapezio e delle sue diagonali.

14.101 (*). Le due dimensioni di un rettangolo differiscono di 4 cm. Trovare la loro misura sapendo che aumentandole entrambe di 3 cm l'area del rettangolo aumenta di 69 cm^2.

14.102 (*). In un quadrato $ABCD$ il lato misura 12 cm. Detto M il punto medio del lato AB, determinare sul lato opposto CD un punto N tale che l'area del trapezio $AMND$ sia metà di quella del trapezio $MBCN$.

14.103 (*). Nel rombo $ABCD$ la somma delle diagonali è 20 cm ed il loro rapporto è $\frac{2}{3}$. Determinare sulla diagonale maggiore AC un punto P tale che l'area del triangolo APD sia metà di quella del triangolo ABD.

14.104. In un rettangolo $ABCD$ si sa che $\overline{AB} = 91\,\text{m}$ e $\overline{BC} = 27\,\text{m}$; dal punto E del lato AB, traccia la perpendicolare a DC e indica con F il punto d'intersezione con lo stesso lato. Determina la misura di AE, sapendo che $\text{Area}(AEFD) = \frac{3}{4}\,\text{Area}(EFCB)$.

14.2.4 Risposte

14.1. 18; 52.

14.2. 21; 80.

14.3. 19; 21.

14.4. 10.

14.6. 11.

14.7. 2500.

14.8. $\frac{1}{30}$.

14.9. 76.

14.10. $\frac{11}{12}$.

14.11. 159.

14.12. 45.

14.13. 25.

14.14. -12.

14.15. 1.

14.16. Indeterminato.

14.17. 1.

14.18. 8.

14.20. 72.

14.21. 72; 8.

14.22. 60; 60; 60.

14.23. 12.

14.27. 46.

14.28. 5; 7.

14.29. 56.

14.31. 8.

14.33. Indeterminato.

14.34. 2.

14.36. 426.

14.37. 216; 360.

14.38. 24; 25.

14.39. 10.

14.40. 36; 24; 18.

14.41. 16.

14.43. 64.

14.44. 28.

14.49. 16.

14.50. $80'$.

14.51. 20 kg.

14.53. Impossibile.

14.55. € 46.

14.56. $1, 2, 4, 6, 16, \ldots$

14.57. 24.

14.58. € 20000.

14.59. 15; 18.

14.60. € 303; € 215.

14.61. 7; 21.

14.62. 23.

14.63. € 243000.

14.64. $250'$.

14.65. € 20000; 5%.

14.66. € 3.

14.67. 800 km.

14.68. 2 anni fa.

14.69. € 2 penna; € 16 libro; € 5 quaderno.

14.70. € 483, 33.

14.71. 84.

14.72. 27 cm.

14.73. 15 kg.

14.74. 2 ore.

14.75. 80.

14.76. 15 galline e 10 conigli.

14.77. 80; 50.

14.78. 240; 80.

14.79. 15.

14.80. 7 da 40 posti e 5 da 52.

14.82. $63°; 27°; 90°$.

14.83. $36°, 43; 48°, 57; 95°$.

14.86. 49 m.

14.87. 97, 8 cm; 45, 1 cm; 45, 1 cm.

14.88. 32, 82 cm; 45, 95 cm; 107, 22 cm.

14.89. $4235\,\text{cm}^2$.

14.91. $683,38\,\text{cm}^2$.

14.92. $297,16\,\text{cm}^2$.

14.93. $2700\,\text{cm}^2$.

14.94. $2; \frac{9}{2}$.

14.95. $432\,\text{cm}^2; 28,8\,\text{cm}$.

14.96. 30 cm.

14.97. $60\,\text{cm}; 20\,\text{cm}; 20\sqrt{3}\,\text{cm}$.

14.98. $1600\,\text{m}^2$.

14.99. $189\,\text{cm}^2$.

14.100. 27 cm; 15 cm; 62 cm; 22, 47 cm.

14.101. 12 cm; 8 cm.

14.102. $DN = 2\,\text{cm}$.

14.103. $AP = 6\,\text{cm}$.