

APPUNTI SUL CALCOLO LETTERALE

Monomi

- Un'espressione **algebraica letterale** è un insieme di numeri e lettere legati tra loro da segni di operazione;
- Un **monomio** è un'espressione letterale in cui i numeri e le lettere sono legati tra loro solamente dall'operazione di moltiplicazione. Per esempio $-3a^4b$ è un monomio, il numero -3 prende il nome di **coefficiente** mentre la parte restante a^4b si chiama **parte letterale**;
- Il **segno** di un monomio è il segno del suo coefficiente numerico, se non ha nessun coefficiente si sottintende il coefficiente $+1$, se il monomio è preceduto dal segno “-“ si deve sottintendere il numero -1 .
Per esempio i monomi $+x^2y^3$ e a^2b hanno come coefficiente $+1$; il monomio $-abc^4$ ha coefficiente numerico -1 .
- Il **grado di un monomio rispetto a un lettera** è l'esponente con cui questa è presente nel monomio. Il **grado complessivo o totale** di un monomio è la somma degli esponenti delle varie lettere che in esso compaiono.
Per esempio $+x^2y^3$ è di grado due rispetto alla x , di grado tre rispetto alla y , il grado complessivo è cinque. Il monomio $-3a^4b$ ha grado complessivo 5 perché a ha grado 4 e b ha grado 1 .
- Due monomi si dicono **simili** se hanno la stessa parte letterale, cioè le stesse lettere con gli stessi esponenti a meno dell'ordine con cui compaiono le lettere. Due monomi si dicono **opposti** se sono simili e hanno coefficienti opposti. Due monomi si dicono **uguali** se sono simili e hanno lo stesso coefficiente.

$+6b^3a^2$	$-3a^2b^3$	sono simili
$+4x^5y^2$	$-4x^5y^2$	sono opposti
$-3b$	$-3b$	sono uguali

Operazioni con i monomi

- L'**addizione algebrica** di due monomi si può effettuare solo tra **monomi simili**, il risultato è un monomio simile agli addendi avente per coefficiente la somma algebrica dei coefficienti. Se i monomi non sono simili non è possibile effettuare l'addizione e l'operazione si lascia indicata.

$$-3x^3y^2z + 5x^3y^2z = (-3+5)x^3y^2z = +2x^3y^2z$$

$$+4xy + 4x^2y \quad \text{rimane indicata}$$
- La **moltiplicazione** di due o più monomi si può sempre effettuare, il prodotto è un monomio che ha per coefficiente il prodotto dei coefficienti e per parte letterale tutte le lettere presenti nei vari monomi, ciascuna scritta una sola volta, con esponente uguale alla somma degli esponenti della stessa lettera.

$$+3ab^3 \times (-2ab^2) = -6a^2b^5$$
- La **divisione** di due monomi, con il secondo non nullo, ha come quoziente un monomio avente per coefficiente il quoziente dei coefficienti e per parte letterale tutte le lettere presenti nel dividendo, ciascuna scritta una sola volta, con esponente uguale alla differenza fra gli esponenti della stessa lettera.

$$+72x^3y^4z^5 : (+8x^3y^3) = (+72) : (+8) x^{(3-3)} y^{(4-3)} z^5 = +9x^0y^1z^5 = +9yz^5$$
- La **potenza** di un monomio è un monomio che ha per coefficiente il coefficiente elevato all'esponente della potenza e per parte letterale tutte le lettere aventi per esponente il prodotto tra i loro esponenti e quello della potenza.

$$(-5x^3yz^5)^2 = (-5)^2 x^{3 \times 2} y^{1 \times 2} z^{5 \times 2} = +25x^6y^2z^{10}$$

Polinomi

- Un **polinomio** è la somma algebrica di più monomi non simili tra loro ($+4x^2+36xy-9y^2+12$). La somma di due monomi prende il nome di **binomio** ($-a+2b$), la somma di tre monomi si dice **trinomio** ($a^2+2ab+b^2$).
- Il **grado complessivo** di un polinomio è il maggiore fra i gradi dei monomi che lo costituiscono; il **grado relativo** rispetto a una lettera è il massimo esponente con cui quella lettera compare.
 $x^3-3x^2y+3xy^3-y^3$ è un polinomio di quarto grado perché $3xy^3$ è un monomio di quarto grado
 $-2ab^3+7a^2b^6c$ è un polinomio di secondo grado rispetto alla lettera a e di sesto grado rispetto alla lettera b .
- Un **polinomio è ordinato** secondo le potenze decrescenti o crescenti di una lettera se gli esponenti della lettera stessa si succedono in modo decrescente o crescente.
 $+8a^3-12a^2b+6ab^2-b^3$ è ordinato secondo le potenze decrescenti della lettera a e crescenti della lettera b .
- un **polinomio è omogeneo** se tutti i suoi termini hanno lo stesso grado.
 $+9x^2y^2-4x^3y-6xy^3+5y^4-5x^4$ è un polinomio omogeneo di quarto grado.
- Per **addizionare** due polinomi si scrivono i due polinomi uno di seguito all'altro tutti i monomi e sommando poi i monomi simili.
 $(4ab^3+12b^2-6ab)+(-2b^2-2ab-6+3a) = 4ab^3+12b^2-6ab-2b^2-2ab-6+3a = 4ab^3+10b^2-8ab-6+3a$.
- La **differenza** tra due polinomi si presenta con un segno meno davanti a una parentesi che racchiude un polinomio, per togliere le parentesi è necessario cambiare il segno di tutti i termini racchiusi dalle parentesi e poi procedere sommando i monomi simili.
 $(4ab^3+12b^2-6ab)-(-2b^2-2ab-6+3a) = 4ab^3+12b^2-6ab+2b^2+2ab+6-3a = 4ab^3+14b^2-4ab+6-3a$.
- Per **moltiplicare un polinomio per un monomio** basta moltiplicare ciascun termine del polinomio per il monomio.
 $a(x+y+2x^2)=ax+ay+2ax^2$
- Per **moltiplicare due polinomi** si moltiplica ciascun termine del primo polinomio per tutti i termini del secondo e poi si esegue la somma algebrica tra i monomi simili ottenuti.
 $(a+b+c)(x+y) = ax+ay+bx+by+cx+cy$
- Per **moltiplicare tre o più polinomi** si moltiplica il primo polinomio per il secondo, il polinomio ottenuto per il terzo e così via. Dopo ogni prodotto è utile eseguire l'addizione algebrica dei monomi simili.
 $(a+b)(x+y)(m+n)=(ax+ay+bx+by)(m+n)=axm+axn+aym+ayn+bxm+bxn+bym+byn$
- Per **dividere un polinomio per un monomio**, non nullo, si divide ciascun termine del polinomio per il monomio.
 $(4ab^3+12b^2-6ab^2):(-2b^2)=-2ab-6+3a$

Prodotti notevoli

- Il **prodotto della somma di due monomi per la loro differenza** è uguale al quadrato del primo monomio meno il quadrato del secondo.
 $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$
- Il **quadrato di un binomio** è uguale al quadrato del primo monomio, più (o meno) il doppio prodotto del primo per il secondo, più il quadrato del secondo.
 $(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$ $(a-2b)^2 = a^2-4ab+4b^2$
- Il **quadrato di un trinomio** è uguale alla somma dei quadrati di tutti i monomi più il doppio prodotto del primo per il secondo più il doppio prodotto del primo per il terzo più il doppio prodotto del secondo per il terzo.
 $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$
- Il **cubo di un binomio** è uguale al cubo del primo monomio più il triplo prodotto del quadrato del primo per il secondo più il triplo prodotto del primo per il quadrato del secondo più il cubo del secondo monomio.
 $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$