

Elementi di teoria degli insiemi

Cognome e nome: _____ Classe: _____ Data: _____

1. Quali dei seguenti raggruppamenti costituiscono un insieme in senso matematico?

- A. Le città più importanti d'Italia
- B. Le città italiane capoluogo di regione
- C. Gli studenti bravi di una classe
- D. Gli studenti promossi di una classe
- E. I numeri piccoli
- F. I numeri minori di 100

2. Dato l'insieme $A=\{3,6,9\}$, quale delle proprietà seguenti ne caratterizza gli elementi?

- A. $x \mid x$ è un numero dispari
- B. $x \mid x$ è un multiplo di 3
- C. $x \mid x$ è un numero dispari minore di 10
- D. $x \mid x$ è un multiplo di 3 minore di 10 e maggiore di 1

3. L'insieme dei primi cinque numeri dispari è rappresentato come $D=\{1,3,5,7,9\}$. Si tratta di una rappresentazione

- A. tabulare
- B. per caratteristica
- C. di Eulero-Venn
- D. grafica
- E. cartesiana

4. $A=\{2,4,6,8,10\}$; $B=\{3,6,9,12\}$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- A. $6 \in A$
- B. $9 \notin B$
- C. $7 \notin A$
- D. $2 \in B$
- E. $8 \in A$
- F. $6 \notin B$

5. Sia E l'insieme degli stati europei, quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- A. Grecia appartiene ad E
- B. Atene appartiene ad E
- C. Il Mare Egeo appartiene ad E
- D. L'isola di Corfù appartiene ad E
- E. La Sicilia appartiene ad E

6. $A = \{x \mid x \text{ è una vocale della parola MATEMATICA}\}$ $B = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola GEOMETRIA}\}$ Quali affermazioni sono corrette?

- A. $B-A=\{G,O,M,T,R\}$
- B. $A-B=\{O\}$
- C. $B-A=\{A\}$
- D. $A-B=\{T,C\}$
- E. $A-B=\{\}$

7. $A = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola ALGEBRA}\}$ $B = \{x \mid x \text{ è una lettera della parola GEOMETRIA}\}$ Quali affermazioni sono corrette?

- A. $A \cup B = \{A, L, G, E, B, R, O, M, T, I\}$
- B. $A \cup B = \{A, L, G, E, B, R, M, T, I\}$
- C. $A \cap B = \{A, G, E, R\}$
- D. $A \cap B = \{A, L, G, M\}$

8. $A=\{10\}$ e $B=\{5\}$ allora

- A. $A-B=\{5\}$
- B. $A-B=5$
- C. $A-B=\{10\}$
- D. $A-B=\{\}$

9. $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 10 \leq n \leq 30\}$ $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 20 < n < 50\}$

- A. $A \cup B = \{n \in \mathbb{N} \mid 10 \leq n < 50\}$
- B. $A \cup B = \{n \in \mathbb{N} \mid 10 < n < 50\}$
- C. $A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid 20 < n < 50\}$
- D. $A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid 20 < n \leq 30\}$

10. Due insiemi si dicono disgiunti quando

- A. ogni elemento dell'insieme più piccolo appartiene anche all'insieme più grande
 B. non hanno elementi in comune
 C. la loro unione è l'insieme vuoto
 D. hanno almeno un elemento in comune

11. Quali dei seguenti insiemi sono infiniti?

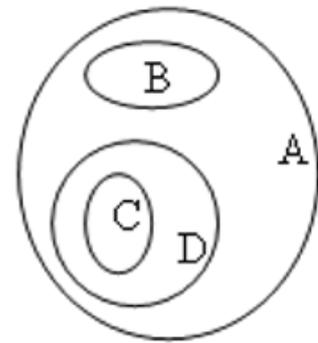
- A. L'insieme dei punti di un segmento
 B. L'insieme dei numeri pari
 C. L'insieme dei vertici di un poligono
 D. L'insieme degli abitanti di Roma

12. $A=\{1,3,5,7,9\}$; $B=\{3,9\}$. Quali delle seguenti affermazioni sono vere

- A. $B \subset A$ B. $A \subset B$ C. $B \in A$ D. $A \subseteq A$ E. $A \in B$

13. Dati gli insiemi rappresentati in figura con diagramma di Eulero-Venn, quali affermazioni sono vere?

- A. $B \in A$
 B. $B \subset A$
 C. $C \subset A$
 D. $D \subset C$
 E. $C \subset D \subset A$
 F. $A \subset B \subset C$

**14. Sia $A=\{\text{triangoli}\}$, $B=\{\text{triangoli equilateri}\}$, quali delle seguenti affermazioni sono vere?**

- A. $A \subset B$ B. $B \subset A$
 C. $A \cap B = A$ D. $A \cap B = B$
 E. $A \cup B = B$ F. $A \cup B = A$

15. Nell'insieme universo U delle lettere dell'alfabeto italiano, si considerino gli insiemi

$M=\{\text{lettere della parola MATEMATICA}\}$,

$A=\{\text{lettere della parola ALGEBRA}\}$,

$G=\{\text{lettere della parola GEOMETRIA}\}$

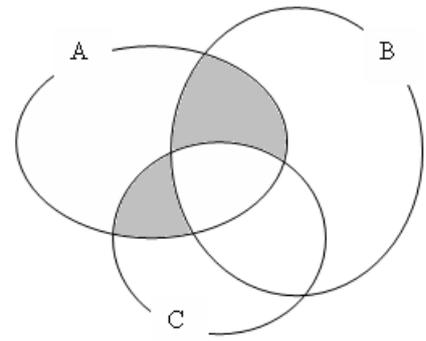
Quali delle seguenti affermazioni sono vere? $\complement_U A$ indica il complementare dell'insieme A rispetto all'insieme universo U.

- A. $\complement_U (M \cup A \cup G) = \{D, F, H, N, P, Q, S, U, V, Z\}$
 B. $M - G = A$
 C. $M - A = \{M, T, I, C\}$
 D. $M \cap A \cap G = AE$
 E. $(M \cup A) - G = \{C, L, B\}$
 F. $U = M \cup A \cup G$

16. Dati $A=\{1,2,3\}$ e $B=\{1,4\}$, quale affermazione è falsa?

- A. A unione B ha 4 elementi B. B è sottoinsieme di A
 C. A intersezione B ha 1 elemento D. $A - B$ è costituito da 2 elementi.

17. Nella rappresentazione di Eulero-Venn degli insiemi A, B, C in figura, quale insieme rappresenta la parte colorata in grigio?



- A. $\complement_A(B \cap C)$
- B. $(A \cap B) \cup (A \cap C)$
- C. $A \cup B \cup C - A \cap B \cap C$
- D. $((A \cap C) \cup (A \cap B)) - (A \cap B \cap C)$

18. Quanti sottoinsiemi ha un insieme di 5 elementi?

- A. 5
- B. 25
- C. 32
- D. 4
- E. 10

19. Se $\{a\} \subset A$ allora

- A. $a \in A$
- B. $a \notin A$
- C. $a \subseteq A$
- D. nessuna delle precedenti è vera

20. Se $A \cup B = A$ allora necessariamente

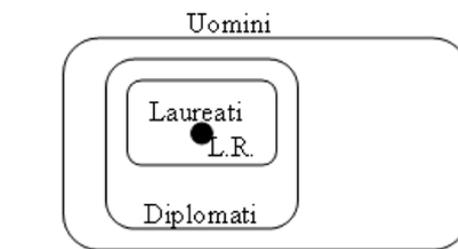
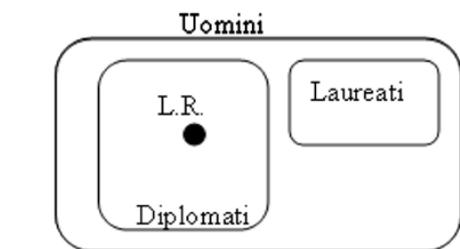
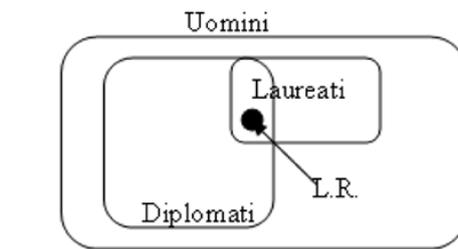
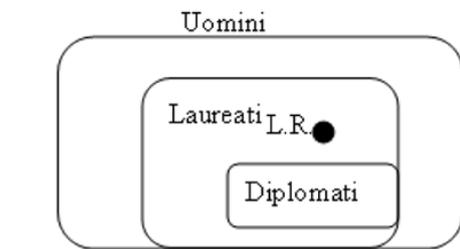
- A. $A \subset B$
- B. $B \subseteq A$
- C. $B = \emptyset$
- D. $B = \{0\}$

21. Se un insieme A ha 10 elementi e un insieme B ne ha 7, quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente vere?

- A. $A \cup B$ ha 17 elementi
- B. $A \cap B$ ha al più 7 elementi
- C. $A - B$ ha 3 elementi
- D. $A \cup B$ può avere al più 17 elementi
- E. $A \cap B$ ha 7 elementi

22. In una classe di 31 studenti 8 suonano la chitarra, 6 il piano e 1 la batteria, 18 non suonano nessuno di questi strumenti, alcuni, però, suonano sia la chitarra che il piano, nessuno di quelli che suonano la batteria suona anche un altro strumento. Quanti sono gli studenti che suonano la chitarra e il piano?

23. Quale delle seguenti rappresentazioni con diagrammi di Eulero-Venn permette di completare il ragionamento: "Luigi Rossi è laureato, ogni laureato è diplomato, quindi Luigi Rossi è..."



24. Sappiamo che la biblioteca della scuola ha molti libri di fisica. Detto L l'insieme di tutti i libri della biblioteca scolastica ed F l'insieme di tutti i libri di fisica, quale delle seguenti relazioni è vera?

- A. $F \subset L$
- B. $F \subseteq L$
- C. $F \cup L = L$
- D. $F \cap L \neq \emptyset$

25. U è l'insieme degli esseri umani

G è l'insieme degli esseri umani che hanno almeno un gatto

C è l'insieme degli esseri umani che hanno almeno un cane

L'affermazione "Antonio non ha né cani né gatti" si può rendere con

- A. $\text{Antonio} \in G \cap C$
- B. $\text{Antonio} \notin G \cap C$
- C. $\text{Antonio} \in \complement_U (G \cup C)$
- D. $\text{Antonio} \in \complement_U (G \cap C)$

26. Un albergo ha le camere disposte su 3 piani e su ciascun piano ha 6 stanze. Le chiavi sono numerate da 11 a 36 in modo che il primo numero corrisponde al piano, il secondo numero alla stanza del piano. Quale operazione è stata compiuta sugli insiemi $A=\{1,2,3\}$ e $B=\{1,2,3,4,5,6\}$ in modo da ottenere i numeri delle chiavi?

- A. $A \cup B$
- B. $A \cap B$
- C. $A \times B$
- D. $A + B$

27. Dei tre insiemi A, B, C si sa che $A \cap B = A$, $B - C = B$, $A - C = \{a, b\}$, $B - A = \{c, d\}$, $A \cup B \cup C = \{a, b, c, d, e, f\}$. Allora

- A. $B = \{a, b, c, d, e, f\}$
- B. $B = \{c, d\}$
- C. $B = \{a, b, c, d\}$
- D. $B = \{a, b, e, f\}$
- E. $B = \{a, b\}$

RISPOSTE**1. RISPOSTA: B, D, F**

Gli elementi di un insieme devono poter essere individuati in maniera oggettiva e univoca. Le città più importanti, gli studenti più bravi, i numeri piccoli non individuano insiemi perché fanno riferimento a proprietà che non sono oggettive.

2. RISPOSTA: D

3, 6, 9 sono i multipli di 3 minori di 10.

3. RISPOSTA: A

La rappresentazione tabulare è quella in cui vengono elencati gli elementi dell'insieme come in questo caso.

4. RISPOSTA: A, C, E**5. RISPOSTA: A**

Solo la Grecia è uno stato.

6. RISPOSTA: A, E

$B-A$ è dato dagli elementi di B che non stanno in A , per esempio la lettera G è in B ma non in A , questo basta per dare la risposta. $A-B$ è dato dagli elementi di A che non stanno in B

7. RISPOSTA: A, C

Per calcolare l'insieme unione bisogna individuare gli elementi di A e quelli di B e riportarli senza ripetizione. Per calcolare l'insieme intersezione bisogna individuare i soli elementi in comune.

8. RISPOSTA: C

$A - B$ è costituito dagli elementi di A che non stanno in B , quindi il solo elemento 10.

9. RISPOSTA: A, D

Mettendo insieme gli elementi di A e di B si ottengono i numeri da 10 a 50, il 10 è compreso perché è in A , il 50 è escluso perché non è in B . Gli elementi in comune ai due insiemi sono i numeri da 20 a 30, il 30 incluso.

10. RISPOSTA: B**11. RISPOSTA: A, B****12. RISPOSTA: A, D****13. RISPOSTA: B, C, E****14. RISPOSTA: B, D, F****15. RISPOSTA: A, C, E**

Il complementare dell'unione di tutte le lettere degli M , A , G sono le lettere che non compaiono in nessuno dei tre insiemi. $M-A$ è l'insieme delle lettere che sono in M e che non sono in A . L'intersezione degli insiemi M , A , G contiene le lettere A ed E , però nella risposta proposta l'insieme non è scritto correttamente in quanto mancano sia le parentesi graffe sia la virgola di separazione. Dall'unione di M con A , togliendo le lettere di G rimangono C di matematica, L e B di algebra.

16. RISPOSTA: B

B non è un sottoinsieme di A perché B contiene il 4 che non è in A .

17. RISPOSTA: D

Dalla parte in comune tra A e B e da quella in comune tra B e C bisogna togliere la parte centrale comune a tutti e tre gli insiemi.

18. RISPOSTA: C

Il numero di sottoinsiemi di un insieme costituito da N elementi è dato da 2^N . Per esempio, i sottoinsiemi dell'insieme delle vocali $\{a, e, i, o, u\}$ che ha 5 elementi sono Φ , $\{a\}$, $\{e\}$, $\{i\}$, $\{o\}$, $\{u\}$, $\{a,e\}$, $\{a,i\}$, $\{a,o\}$, $\{a,u\}$, $\{e,i\}$, $\{e,o\}$, $\{e,u\}$, $\{i,o\}$, $\{i,u\}$, $\{o,u\}$, $\{a,e,i\}$, $\{a,e,o\}$, $\{a,e,u\}$, $\{a,i,o\}$, $\{a,i,u\}$, $\{a,o,u\}$, $\{e,i,o\}$, $\{e,i,u\}$, $\{e,o,u\}$, $\{i,o,u\}$, $\{a,e,i,o\}$, $\{a,e,i,u\}$, $\{a,e,o,u\}$, $\{a,i,o,u\}$, $\{e,i,o,u\}$, $\{a,e,i,o,u\}$ in tutto 32 insiemi.

19. RISPOSTA: A

L'insieme costituito dall'elemento a è un sottoinsieme di A , allora a è un elemento di A .

20. RISPOSTA: B

B deve essere un sottoinsieme di A .

21. RISPOSTA: B, D

Poiché non sappiamo se A e B hanno elementi in comune, possiamo affermare con sicurezza che l'unione dei due insiemi non può avere più di 17 elementi (nel caso di insiemi disgiunti) e che la loro intersezione non può avere meno di 7 elementi (nel caso in cui B sia sottoinsieme di A).

22. RISPOSTA: 2

Gli studenti che suonano uno strumento sono $8+6+1=15$ e quelli che non suonano sono 18, sommandoli sono in tutto $15+18=33$, poiché in tutto gli studenti sono 31 evidentemente 2 studenti suonano due strumenti.

23. RISPOSTA: D

$L.R.$ è un elemento dell'insieme dei Laureati; l'insieme dei Laureati è un sottoinsieme dell'insieme dei diplomati. La conclusione del sillogismo è che $L.R.$ è un diplomato.

24. RISPOSTA: D

L e F hanno degli elementi in comuni, non si può affermare che L contenga tutti i libri di fisica.

25. RISPOSTA: C

Antonio non appartiene all'unione di C e G .

26. RISPOSTA: C

Il prodotto cartesiano, cioè tutte le coppie possibili tra gli elementi di A e quelli di B .

27. RISPOSTA: C

Da $A \cap B = A$ segue che $A \subseteq B$. Da $B-C=B$ segue che B e C sono disgiunti, segue anche che A e C sono disgiunti. Da $A-C=\{a,b\}$ segue che $A=\{a,b\}$. Da $B-A=\{c,d\}$ segue che $B=\{a,b,c,d\}$.