UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO - BICOCCA
Facoltà di Scienze della Formazione
Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria

FORME, MISURE E COSTRUZIONI: PERCHÉ UNA DIDATTICA PER PROBLEMI IN GEOMETRIA?

Relatore: Dott.ssa Marina CAZZOLA
Correlatore: Dott.ssa Lidia CHIESA

Relazione finale di:
Laura BASSANI
Matr. n. 066226

Anno Accademico 2007-2008

Indice

Introduzione

Il lavoro intende esaminare l'esperienza didattica realizzata in prima persona nella classe 5A della scuola primaria "Bonetti" in via Tajani 12, a Milano, in occasione del tirocinio finale previsto per il corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria. L'intento è mostrare quali siano i risultati conseguibili in una classe dove l'insegnante decide di adottare un approccio socio-costruttivista, ovvero propone attività che consentano la costruzione degli apprendimenti da parte dei bambini, riconosciuti come individui attivi e competenti e inseriti in un contesto sociale e culturale interattivo. Più in particolare l'interesse si focalizza sui vantaggi che si possono riscontrare conducendo un percorso geometrico imperniato sulla didattica per problemi, che fa quindi del problema il suo elemento cardine.

La relazione si suddivide in tre capitoli, che forniscono dati ed informazioni per sostenere la tesi secondo cui questa modalità di procedere a scuola è valida, in quanto supportata sia dagli studi e le ricerche teoriche sia dalla pratica didattica. I risultati conseguibili non si esauriscono nell'acquisizione di conoscenze e competenze disciplinari, ma vanno anche a toccare aspetti come l'interesse, la motivazione, la capacità di lavorare in gruppo, lo sviluppo dei processi cognitivi e metacognitivi, il superamento di convinzioni ed immagini stereotipate.

Il primo capitolo fornisce le fondamenta teoriche del percorso e riporta le motivazioni che sono state alla base di tutte le scelte realizzate nella pratica.

Qui si riflette innanzitutto su come l'interesse personale unito alla volontà di far emergere un'autentica idea di matematica, superando convinzioni ed immagini stereotipate diffuse, mi abbiano portato ad occuparmi di questa disciplina. Quindi si tratta l'importanza del problema nella matematica, andando ad analizzare i fondamenti di quell'approccio didattico noto in ambito internazionale come Problem-Based Learning e traducibile in italiano come didattica per problemi. Infine si spiegano le ragioni dell'uso di uno strumento di valutazione come il test, che è stato utile per confrontare i risultati emersi nella classe che ha seguito il percorso con quelli registrati da altre classi di controllo.

Il secondo capitolo si cala più nella pratica e ricostruisce gli aspetti più importanti del percorso. Lo scopo di questa trattazione è duplice: fornire maggior chiarezza al lavoro, avvicinando il lettore a ciò che è stato realizzato in concreto con i bambini, ma anche raccogliere dati significativi per le riflessioni conclusive.

Se in primo luogo ci si preoccupa di contestualizzare il percorso, in un secondo momento si ricostruiscono tutti gli elementi che hanno caratterizzato quest'esperienza di insegnamento-apprendimento: la disciplina, l'approccio metodologico, le modalità comunicative, i tempi, gli spazi e i materiali utilizzati, gli obiettivi di apprendimento, i processi cognitivi attivati nei bambini. Il capitolo procede poi dando uno sguardo più approfondito alle attività svolte: i problemi, i test ed altre esperienze realizzate. Qui ho posto in primo piano il contributo dei bambini, senza i quali nulla avrebbe avuto senso; sono quindi descritte e commentate le modalità con cui questi hanno risposto alle attività: i procedimenti e le strategie attivati, gli interventi realizzati, i risultati conseguiti dai gruppi e dai singoli alunni.

Infine il terzo capitolo tira le fila di tutto il discorso, arrivando a delle riflessioni conclusive che si articolano in tre passaggi. Dapprima è analizzato criticamente il percorso effettuato, evidenziando quelli che a mio parere sono stati i suoi punti di forza e di debolezza; poi sono valutati i risultati raggiunti, ovvero i cambiamenti e i miglioramenti riscontrati nei bambini in seguito alla partecipazione alle attività proposte; infine si tenta una generalizzazione del discorso, integrando i contributi teorici con i dati provenienti dalla pratica ed arrivando a rispondere alla domanda da cui è partito tutto il lavoro: perché una didattica per problemi in geometria?

Capitolo 1
Le motivazioni alla base del percorso

1.1 Introduzione

Qualsiasi scelta che possiamo prendere nella vita è dettata, in modo più o meno consapevole, da diverse ragioni. Le ragioni assumono un'importanza fondamentale quando le scelte che si devono operare riguardano il processo di insegnamento-apprendimento: l'adulto deve decidere come promuovere il percorso di crescita e sviluppo di un bambino e non può lasciare nulla al caso.

Le scelte da prendere in un contesto educativo sono innumerevoli ed è l'esperienza sul campo, come quella che ho avuto la possibilità di svolgere, che le rende evidenti. Scelte che oltretutto sono aumentate da quando le scuole hanno acquisito l'autonomia (legge 440/1997) e possono quindi essere più libere di adeguare obiettivi, contenuti, metodologie, attività didattiche alle esigenze dell'utenza, prima di tutto dei bambini con cui ogni insegnante si trova a lavorare.

Questo primo capitolo vuole proprio analizzare le ragioni e le motivazioni che sono state alla base del percorso da me condotto e che hanno influenzato tutte le mie scelte nella pratica didattica.

Le motivazioni sono in parte personali e fanno riferimento ad interessi, esigenze, intenzioni che ho riconosciuto come importanti per la mia formazione. In larga parte però sono motivazioni teoriche che si sono consolidate dopo anni di studio e sono sostenute da libri, ricerche e lavori di vario tipo. Entrambi i tipi di motivazione sono, a mio avviso, fondamentali per chiunque voglia intraprendere la professione dell'insegnante: quelle personali perché si riferiscono ad aspetti intrinseci, al motore del lavoro, a ciò che può dare la forza, la volontà, la passione per andare avanti, anche di fronte alle difficoltà; quelle teoriche perché forniscono delle linee guida, un approccio di riferimento senza il quale si rischierebbe di farsi condurre dall'impeto, dall'interesse del momento e di non mantenere una coerenza nel lavoro svolto con i bambini.

Le motivazioni che saranno descritte fanno riferimento a tre grandi aspetti del processo di insegnamento-apprendimento su cui mi sono soffermata a riflettere: l'ambito disciplinare, l'approccio metodologico e la valutazione.
Si tratta delle idee generali che mi hanno guidata nella fase iniziale di ideazione del progetto e a cui ho fatto sempre riferimento anche durante il lavoro. Sono punti fermi da cui sono potuta partire per effettuare tutte le altre scelte che mi si ponevano davanti nella pratica, dove ho lavorato per adeguare il percorso alla realtà scolastica in cui mi sono trovata ad operare (cfr. cap. 2) .

1.2 Perché un percorso di matematica?

Volendo spiegare perché ho scelto di occuparmi dell'ambito disciplinare della matematica, credo che la prima ragione da citare sia l'interesse personale. Ho un'attrazione per questa disciplina fin da quando ho iniziato a frequentare la scuola, mi è sempre piaciuta ed ho sempre ottenuto ottimi risultati. Tutto questo nonostante sia stata spesso circondata da pari che non condividevano il mio punto di vista, che non riuscivano a comprendere il mio entusiasmo, che avevano una visione negativa della materia e delle esperienze ad essa collegate.
L'interesse per l'apprendimento in prima persona si è integrato, con l'iscrizione al corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria, con l'interesse per il far apprendere ad altri, in particolare ai bambini. Ciò che mi affascina è la possibilità di accompagnare altre persone nel percorso di crescita, costruendo con loro conoscenze e competenze utili per la vita.
Tuttavia, alla luce delle mie esperienze pregresse ho realizzato che il mio entusiasmo, la mia voglia di fare e far imparare incontreranno sempre degli ostacoli finché la maggior parte degli studenti rimarrà ancorata ad una visione negativa della matematica. Una delle motivazioni del mio lavoro è stata quindi fare chiarezza sulla questione per me stessa, per gli altri attori coinvolti nel percorso, bambini e insegnanti, infine per chiunque è entrato ed entrerà in contatto con questo scritto. Uno degli obiettivi è diventato capire cosa sia realmente la matematica, smontando gli stereotipi che si costruiscono a partire dalle primissime esperienze scolastiche.

Innanzitutto questa visione negativa è confermata da diversi studi, che hanno rilevato negli studenti la presenza diffusa di convinzioni tipiche ed immagini stereotipate della matematica.
Cazzola (2007) ad esempio ne cita alcune piuttosto diffuse: “i problemi di matematica hanno sempre una e una sola risposta giusta; c’è sempre un solo modo di risolvere un problema di matematica (…); gli studenti normali non possono aspettarsi di andare bene in matematica, possono solo memorizzare e applicare meccanicamente alcune formule, senza capirle; la matematica si studia da soli; gli studenti che hanno capito la matematica sono in grado di risolvere in cinque minuti (…) un qualsiasi problema che venga loro assegnato; la matematica che si insegna a scuola il più delle volte non ha niente a che vedere con la realtà; le dimostrazioni non sono necessarie”.
Anche Bertazzoni e Marchini in una ricerca condotta su classi quinte di scuola primaria (2006) rilevano che, prima del loro intervento, “quasi il 70% degli alunni interpreta la parola ‘problema’ in relazione alla propria vita privata e, in generale, con una connotazione negativa”. Inoltre tra le convinzioni diffuse nella maggior parte dei bambini si trovano quelle per cui “I problemi di matematica sono caratterizzati dalla presenza di simboli matematici (i numeri)” e “I trucchi non sono indispensabili”.
Zan (1998, pp. 27-64), riportando i risultati di una ricerca precedentemente condotta, afferma: “Nel corso della scuola elementare i bambini elaborano due modelli concettuali distinti e indipendenti di problema reale e di problema scolastico.”
Gli elementi che si delineano come caratteristici del problema scolastico sono “una struttura linguistica formale, caratterizzata da un testo in cui sono presenti numeri” e “la necessità di eseguire operazioni”. La centralità di numeri ed operazioni porta quasi tutti i bambini ad identificare il problema scolastico con un problema di tipo aritmetico.
Il problema reale ha invece nell’immaginario dei bambini diversi significati, legati a circostanze della vita quotidiana: guaio/incidente/disgrazia, situazione di disagio, dubbio/incertezza/mancanza di conoscenza. I diversi modelli “tendono poi con l’età ad unificarsi in una struttura più generale e stabile (…), in cui viene evidenziato un obiettivo e delle difficoltà a raggiungerlo.”
I bambini identificano quindi con i problemi reali le vere situazioni problematiche che ci si pongono davanti nella vita e che richiedono di attivare delle strategie per superare

le difficoltà, mentre i problemi scolastici sono per loro degli esercizi espressi verbalmente, in cui ciò che devono fare è legare i numeri presenti con delle operazioni.
Queste convinzioni ed immagini stereotipate non riguardano solo gli studenti, ma sono talmente diffuse nella società da essere presenti addirittura nelle ricerche sui risultati dell'insegnamento della matematica. A questo proposito Cazzola (2003) ne cita alcune: "la matematica è intesa soprattutto (…) come una educazione al corretto ragionamento, come un avvicinamento alle leggi e alle forme di organizzazione del pensiero (…); l'attinenza della matematica con i problemi della vita reale è (…) in generale vissuta come troppo difficile da far toccare con mano agli studenti (…); la matematica è un'attività 'privata' (…), che non risente né delle determinazioni di tempo o di spazio né del contesto sociale".
L'immagine di matematica che emerge dalle ricerche sul campo è quindi quella di una disciplina piatta, stabile, fatta di regole, leggi e formule prestabilite da imparare a memoria; una disciplina astratta, che non si collega alla realtà; una disciplina difficile, che solo i "più bravi" possono comprendere; una disciplina che si affronta individualmente, come attività privata.
I problemi scolastici, invece, secondo le convinzioni diffuse non hanno nulla a che vedere con quelli reali, di cui ripropongono in modo schematico e stereotipato solo alcune situazioni. I problemi matematici sono legati alla presenza di un testo con delle caratteristiche formali, in particolare dati numerici tra cui fare operazioni. Inoltre hanno quasi sempre un'unica soluzione e un solo modo possibile per arrivarci; in essi il risultato è ritenuto più importante rispetto ai ragionamenti, alle dimostrazioni o alle strategie attivate.

Gli stessi studi hanno rilevato che esiste una correlazione tra le convinzioni, le credenze, le rappresentazioni soggettive e i risultati conseguiti nella disciplina.
Infatti le convinzioni, non solo sulla matematica ma anche sulla scuola, sull'apprendimento e sul sé, "non solo fanno da guida potente ai processi di controllo che caratterizzano l'attività di problem solving, ma sono profondamente legate anche ad aspetti affettivo-motivazionali quali le emozioni e gli atteggiamenti." (Zan, 1998) Le convinzioni sono quindi in grado di influenzare sia i processi cognitivi, le modalità di

pensare e di risolvere i problemi sia l'atteggiamento nei confronti della matematica, gli interessi e la motivazione ad apprendere. Tutti questi aspetti sono fondamentali per il successo scolastico e la buona riuscita in qualsiasi disciplina. Si è constatato infatti che "la prestazione di un soggetto in matematica sia influenzata da una serie di fattori (…). Le convinzioni in particolare hanno un ruolo estremamente significativo di 'ponte' fra aspetti cognitivi, metacognitivi, affettivi." (Zan, 1998)

Chiariti questi aspetti, diventa ancora più importante affrontare le convinzioni per superare "l'emergenza educativa e di formazione che riguarda tutto il Paese", come è stata chiamata dall'ex ministro dell'Istruzione Fioroni in un comunicato stampa del 5 dicembre 2007[1]. L'occasione è stata il commento dei risultati conseguiti dall'Italia nella ricerca internazionale Ocse Pisa 2006; risultati che hanno fatto emergere nel nostro Paese "un acuirsi delle difficoltà nelle scuole medie inferiori e superiori", per quanto riguarda la lettura, le scienze ed anche la matematica. Le difficoltà ovviamente non si possono imputare solo ai gradi di scuola esaminati ma all'intero sistema scolastico, che insieme contribuisce alla formazione dei soggetti sulle abilità esaminate.

Quindi come afferma Cazzola (2007): "chi vuole portare gli studenti a un buon rendimento in matematica deve preoccuparsi anche di ribaltare queste convinzioni." E per ribaltare queste convinzioni è necessario diffondere una nuova idea di matematica, che sia più coerente con la natura della disciplina e il modo di lavorare degli esperti in questo settore della conoscenza.

La matematica è nata per rispondere a delle domande sul mondo ed ottenere dei risultati utili per la vita di tutti i giorni: semplificando si potrebbe dire che i numeri sono nati per permettere il conteggio dei capi di bestiame posseduti o che la geometria è nata per permettere la divisione equa dei campi tra i vari contadini. Nulla era predefinito ed ogni risultato è stata una conquista, frutto di ricerche, esplorazioni, scoperte, costruzioni. Questo modo di procedere ha sempre contraddistinto e contraddistingue tuttora chi si occupa in qualche modo di matematica; i matematici di professione infatti cercano di rispondere a delle domande e di risolvere dei problemi che nascono da esigenze reali.

[1] Il comunicato stampa è reperibile all'indirizzo: <www.pubblica.istruzione.it/ministro/comunicati/2007/051207ter.shtml>.

La matematica è quindi "uno strumento di formazione intellettuale a lungo termine, che ci mette in grado di analizzare e comprendere in profondità la realtà" (Bolondi, 2005).
Cade qui uno degli stereotipi analizzati in precedenza: la matematica non è staccata dal mondo reale ma parte da un'analisi e una lettura della realtà, su cui agisce per "sistemare e strutturare la nostra esperienza (…), formalizzarla, rappresentarla e trasmetterla." (Bolondi, 2005) Ciò è possibile grazie alla capacità propria di questa disciplina "di passare dall'osservazione delle cose visibili all'immaginazione delle cose invisibili". (Emmer, 1996) Questa visione è sostenuta anche dalle più recenti Indicazioni per il curricolo elaborate dal Ministero della Pubblica Istruzione (2007); nella parte dedicata alla matematica si legge infatti: "la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana".
Ma cade anche lo stereotipo della matematica come disciplina piatta, stabile, fatta di regole, leggi e formule prestabilite da imparare a memoria, poiché tutto è stato ed è tuttora frutto di ricerche, esplorazioni, scoperte, costruzioni. La matematica è "una disciplina sperimentale, dinamica e in evoluzione" (Cazzola, 2007), che punta ad esplorare, cercare, costruire soluzioni, schemi, congetture utili per affrontare i problemi della realtà. Citando nuovamente le Indicazioni per il curricolo (M.P.I., 2007): "Di estrema importanza è lo sviluppo di un atteggiamento corretto verso la matematica (…) non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma (…) come contesto per affrontare e porsi problemi significativi". La matematica è dunque una disciplina che si fa, che si costruisce, dove "il 'saper come' è molto più importante del solo possedere informazioni" (Polya, 1971). Non si può quindi imparare la matematica se non si fa esperienza di matematica, se non ci si mette alla prova, se non si costruiscono i saperi.
Un'altra convinzione che dev'essere rivalutata, alla luce del reale lavoro dei matematici, è la visione della disciplina come attività "privata", che si affronta individualmente. Sono significative a proposito le parole di De Giorgi, un matematico di professione: "credo che la forza della matematica sia la capacità di unire (…) la convivialità con la condivisione del sapere, il desiderio di dialogo e di amicizia con la libertà di immaginare." E ancora: "il matematico ama il dialogo con gli altri; risolvere un problema matematico senza avere un amico a cui esporre la soluzione e con cui

discutere (…) significa di fatto perdere buona parte del gusto della matematica". (Emmer, 1996) Il sapere matematico si costruisce quindi con il dialogo, le discussioni, gli scambi di idee, che portano la conoscenza ad essere socialmente condivisa in quanto frutto del contributo di diversi attori.

Tutto quello che è stato detto per la matematica è valido anche in particolare per la geometria, uno dei suoi campi di studio. Nel mio percorso era necessario scegliere un ambito da trattare e il mio interesse mi ha portato verso il perimetro e l'area di figure piane, ma ritengo che l'obiettivo di mostrare una diversa immagine della matematica, smontandone gli stereotipi, potesse essere raggiunto con qualsiasi campo di studio.

Ho quindi messo in evidenza qual è la vera natura della matematica che ritengo dovrebbe essere sperimentata a tutti i livelli scolastici, a partire dalle prime esperienze nelle scuole dell'infanzia e primarie.

Ma come riportare nella pratica quando detto nella teoria? Come trasporre il modo di procedere dei matematici esperti nelle esperienze con i bambini?

Il Problem-Based Learning o didattica per problemi risponde proprio a queste domande, fornendo delle linee guida coerenti sia con la natura della matematica, sia con l'approccio pedagogico-didattico attualmente sostenuto dai massimi esperti dei processi di insegnamento-apprendimento: quello socio-costruttivista. Il paragrafo successivo intende esaminare quest'approccio e le ragioni della sua scelta nel mio percorso.

1.3 Perché una didattica per problemi?

Una volta compresa la vera natura della matematica era inevitabile che nella pratica didattica seguissi un approccio coerente con il suo modo di procedere e di conoscere la realtà. Per rispettare il carattere sperimentale della disciplina occorreva riprendere con gli studenti quel percorso di ricerca, esplorazione, scoperta e costruzione che sta alla base di qualunque lavoro matematico; inoltre per recuperare il contatto con l'esperienza quotidiana diventava necessario partire da "situazioni complesse, nelle quali si possa cominciare a scoprire la matematica presente nella realtà". (Bolondi, 2005)

Queste situazioni complesse altro non sono che i problemi, la cui risoluzione è "caratteristica della pratica matematica" (M.P.I., 2007); infatti il "saper come" in matematica è "l'abilità a risolvere problemi" (Polya, 1971). Una didattica che voglia rispettare la natura della matematica non può quindi prescindere dal proporre problemi, o meglio deve fare del problema l'elemento cardine di tutto il processo di insegnamento-apprendimento.

È necessario chiarire cosa si intende in questo contesto con la parola problema per evitare di cadere in fraintendimenti, soprattutto alla luce dei molteplici significati che vi sono stati attribuiti nei vari documenti redatti dal Ministero dell'Istruzione, dalle scuole e dai singoli insegnanti. Riprendendo le parole di matematici e di esperti di didattica della matematica, i veri problemi devono essere "complessi (…), intriganti per gli studenti e la loro risoluzione non deve consistere semplicemente nell'applicazione di un unico algoritmo di base; (…) devono costringere gli studenti a acquisire nuovi concetti e sviluppare nuove strategie" (Cazzola, 2007); i problemi devono richiedere "un certo grado di indipendenza, di giudizio, di originalità, di creatività", consentendo "un lavoro creativo ad un livello appropriato" (Polya, 1971); i problemi non devono essere "un esercizio di calcolo, superficialmente ricoperto da un contesto", "dove l'operazione aritmetica (…) identifica il problema", ma situazioni reali, presentate con "un testo ricco, un testo articolato e descrittivo in cui le informazioni numeriche fanno parte integrante della descrizione (…) e le domande vengono poste solo dopo l'immersione nella situazione" (Bolondi, 2005); i problemi devono essere, mantenendo le parole di Hmelo-Silver (2004), "*complex*, *ill-structured*, *open-ended*, *realistic*" e devono "*resonate with the students' experiences*" (ovvero devono essere complessi, strutturati in modo non standard, aperti, realistici e legati alle esperienze degli studenti). Anche il Ministero dell'Istruzione (2007) concorda con queste descrizioni parlando dei problemi come di "questioni autentiche e significative, legate spesso alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola".

Non risulta difficile capire come questi tipi di problemi si discostino da quelli tradizionalmente proposti nei "sussidiari"; possiedono infatti delle caratteristiche che consentono di far cadere gli stereotipi analizzati nel paragrafo precedente:

- non sono staccati ma legati al mondo reale: nascono da un'esigenza concreta e cercano di trovarvi una soluzione;
- non sono espressi necessariamente da un testo, ma anche quando lo sono questo non propone un esercizio mascherato da un contesto superficiale; tratta piuttosto una situazione ricca da cui scaturisce la domanda problematica;
- non sono necessariamente aritmetici, ma anche quando lo sono non richiedono semplicemente di svolgere un'operazione tra i dati numerici forniti; piuttosto portano a realizzare ampi ragionamenti per andare alla ricerca delle regole governanti la realtà;
- non hanno sempre una sola soluzione predefinita: a volte non hanno alcuna soluzione, a volte ne hanno molteplici, tutte ugualmente valide. A queste non si può arrivare attraverso un'unica strada: i procedimenti, le strategie, i ragionamenti validi possono essere molteplici, fornendo così al soggetto la possibilità di far emergere anche la propria creatività. Se le soluzioni sono importanti, risulta più significativo il percorso di scoperta e costruzione che ha consentito di arrivarci.

Il problema è al centro dell'approccio noto come Problem-Based Learning (PBL), traducibile in italiano come didattica per problemi, a cui ho fatto diretto riferimento nella mia esperienza. L'approccio si basa "sull'analisi, la risoluzione e la spiegazione di problemi significativi" (Cazzola, 2007), utilizzati in quanto stimoli a pensare, a porsi delle domande, ad intraprendere un lavoro di ricerca. In ogni occasione infatti si parte da un problema, che deve avere le caratteristiche sopra citate e su cui gli studenti lavorano autonomamente, di solito suddivisi in piccoli gruppi da 3-5 individui. Al termine di questa prima fase di lavoro ne subentra una successiva, in cui i piccoli gruppi espongono i procedimenti attivati e le soluzioni trovate al grande-gruppo, coincidente di solito con l'intera classe. L'attività termina con una discussione collettiva, che porta a confrontare i vari punti di vista per accrescere la conoscenza condivisa.
Se utilizzando quest'approccio i bambini fanno, discutono e costruiscono il sapere, l'insegnante agisce come facilitatore dell'apprendimento. I suoi compiti sono di: predisporre contesti e materiali adeguati; osservare e monitorare l'intera situazione, assicurandosi che tutti i soggetti abbiano la possibilità di partecipare; lasciare che i gruppi lavorino in autonomia, ma intervenire se i soggetti sono in difficoltà con

domande-stimolo adeguate; condurre la discussione collettiva, mediando gli interventi dei bambini ed aiutando a creare i collegamenti necessari per la costruzione della conoscenza (cfr. Hmelo-Silver, 2004 e Cazzola, 2007).
La didattica per problemi può consentire di far cadere anche gli ultimi stereotipi tra quelli più presenti nelle convinzioni degli studenti. Infatti la matematica che emerge da questo modo di procedere è un ambito in cui la conoscenza si costruisce collettivamente, lavorando sempre a stretto contatto con i pari. Per questo motivo non sono solo i "più bravi" che possono ottenere buoni risultati, comprendendo e risolvendo le situazioni problematiche; il risultato finale sarà frutto del lavoro di ciascun soggetto, che potrà dare il proprio contributo nei lavori di piccolo e grande gruppo. La matematica è alla portata di tutti, in quanto sapere che si costruisce a partire dalle esperienze elementari nel contesto di vita.

Il PBL non è significativo solo perché rispetta la natura della matematica -dinamica, costruttiva, dialogica, legata al mondo reale-, ma anche perché risulta coerente con l'approccio socio-costruttivista, delineatosi negli ultimi decenni come il modo di procedere più valido per accompagnare gli studenti verso un proficuo apprendimento (cfr. de Vecchi e Carmona-Magnaldi, 1999 e Nigris, 2004). Il cuore dell'approccio sta nell'idea per cui il bambino è competente ed attivo costruttore della conoscenza, che si acquisisce sempre all'interno di un contesto sociale e culturale interattivo.
Già Piaget sottolineava il ruolo che preconoscenze, esperienze e rappresentazioni portate dal bambino hanno sul suo modo di rapportarsi alle nuove sfide cognitive. Qualsiasi alunno che ci possiamo trovare di fronte non è mai una "tabula rasa", ma è un individuo competente che utilizza il suo bagaglio di abilità ed esperienze per cercare di comprendere ciò che succede intorno a lui.
L'apprendimento non è quindi un'acquisizione passiva di contenuti trasmessi da un'altra persona, piuttosto è un processo attivo, frutto dell'integrazione e dell'equilibrio tra due processi mentali del discente: l'assimilazione delle nuove conoscenze negli schemi e nei modelli già costruiti e l'accomodamento di questi modelli alle novità spiazzanti. Infatti non si apprende davvero se nella testa non si realizza un adattamento o uno squilibrio cognitivo, scaturiti dal rapporto tra soggetto e mondo esterno. Con

mondo esterno si intendono tutte le persone con cui ci troviamo ad interagire, per il bambino soprattutto i pari; infatti è dal confronto con gli altri che può nascere un conflitto socio-cognitivo e si può originare l'apprendimento. Come riporta Nigris (2004), "il bambino prende coscienza che ci sono risposte diverse dalla propria (…), facendo nascere un disequilibrio (…), da cui nascono la costruzione e l'elaborazione di un nuovo strumento cognitivo"; quindi "È il confronto che produce apprendimento".

L'importanza del rapporto tra soggetto e mondo esterno ribadisce la centralità del contesto in cui è inserito l'apprendimento. Un contributo fondamentale in questo senso l'ha dato Vygotskij, secondo cui l'apprendimento ha una natura sociale e si configura come un processo "outside-in", che procede dall'esterno all'interno, dall'interpsichico all'intrapsichico: ogni cosa è appresa prima di tutto nel rapporto con gli altri e solo in un secondo momento può essere rielaborata dall'individuo ed interiorizzata come acquisizione personale. Sono le interazioni sociali che permettono di far progredire lo studente nella sua zona di sviluppo prossimale.

Altri autori hanno ripreso e rielaborato questi contributi, integrandoli con ulteriori idee, ma l'approccio socio-costruttivista è rimasto ancorato a due idee-chiave: l'apprendimento è visto come una costruzione attiva del sapere da parte dei soggetti, portatori di un bagaglio da spendere nelle nuove esperienze, ma è anche considerato un processo sociale, in cui hanno un'importanza fondamentale gli scambi, i confronti, le interazioni tra soggetti all'interno di un contesto culturale.

Parlando di costruzione s'intende una costruzione mentale, che prevede l'attivazione di processi psichici superiori ma che ha alla base una costruzione concreta degli apprendimenti, basata sull'esperienza. L'approccio richiama anche l'importanza di quella che Dewey chiamava "genuina esperienza", rivendicando un ruolo attivo del soggetto nel suo percorso di apprendimento.

La didattica che emerge da questi contributi è quindi una didattica "euristica (…) che favorisca la ricerca e la costruzione attiva e autonoma del sapere (…) operando il confronto e l'integrazione fra il mondo esperienziale degli allievi e le esperienze didattiche proposte." (Nigris, 2004)

Nella pratica questa didattica rivoluziona tutti gli assunti e le modalità di procedere consolidate nel modello trasmissivo, tradizionalmente presente nella scuola:

- il bambino non sarà più un passivo ricettore di contenuti trasmessi da un esperto; sarà piuttosto un attivo costruttore di conoscenza, che usa le proprie abilità e competenze per arrivare autonomamente a raggiungere gli obiettivi di apprendimento;
- l'insegnante non sarà più colui che sa e che trasmette la conoscenza, sarà piuttosto un facilitatore dell'apprendimento, una guida esperta, ovvero colui che aiuta il soggetto a costruire l'apprendimento, con una funzione che è anche di regia, gestione e monitoraggio della situazione;
- il sapere non sarà più considerato un insieme di dogmi e verità precostituite, un sapere oggettivo uguale per tutti, ma qualcosa che si ricostruisce ogni volta che lo si apprende, che si ristruttura e che assume connotazioni personali; allo schema tradizionale lezione-esercizi-verifica subentrerà una pratica didattica che parte da situazioni problematiche e attraverso il confronto arriva alla costruzione dei saperi;
- l'apprendimento non sarà più considerato un'attività solitaria, ma un'esperienza che assume un senso nel contesto sociale e culturale in cui è inserita; anche le attività didattiche privilegeranno quindi il lavoro di gruppo, la discussione, il confronto tra pari e non solo con l'insegnante, stimolando modalità di comunicazione bidirezionali;
- l'errore non sarà più visto come qualcosa da correggere, da eliminare, ma come "una tappa necessaria del processo evolutivo" (Czerwinsky Domenis, 2005), che andrà compresa alla luce dei ragionamenti dei bambini e potrà essere utilizzata dall'insegnante per guidare i soggetti verso la costruzione del proprio apprendimento. Infatti si ha un vero apprendimento nei momenti di squilibrio, di rottura cognitiva, che si possono originare proprio da una presa di coscienza e un lavoro a partire dai propri errori;
- la valutazione dell'apprendimento non riguarderà solo i prodotti, ma piuttosto i processi che hanno portato verso i risultati. Inoltre non si collocherà solo al termine del percorso, con "un meccanismo di controllo finale del successo o dell'insuccesso individuale", dando vita ad una valutazione sommativa; piuttosto sarà sempre presente durante il lavoro, grazie ad "un processo di osservazione continua dei discenti" con uno scopo formativo, ovvero restituire feedback e rimandi sulle loro modalità di procedere (de Vecchi e Carmona-Magnaldi, 1999);

- la fase di progettazione non sarà più il momento in cui l'insegnante definirà tutti gli aspetti delle attività didattiche da realizzare, ma quello in cui rifletterà insieme al team docenti sui quadri di riferimento e le direzioni da dare ai percorsi. Questi assumeranno poi una forma definita solo grazie ai contributi degli studenti e alla loro continua negoziazione dei significati; infatti se l'insegnante programmasse tutto a priori non lascerebbe alcuno spazio per la costruzione della conoscenza da parte degli studenti.

Rivedendo alla luce di quanto esposto la didattica per problemi, si possono osservare evidenti analogie in merito alle idee di bambino, di scuola e di apprendimento che vi stanno alla base. I problemi infatti permettono davvero di rendere i soggetti attivi costruttori delle loro conoscenze, di recuperare il ruolo dell'esperienza, di rendere gli scambi tra pari e non gli interventi dell'insegnante lo strumento indispensabile dell'apprendimento, di attivare una didattica euristica.

Quest'ultimo aspetto emerge da un'analisi più dettagliata del "ciclo del PBL", che viene portato avanti ogniqualvolta si affronta un problema (cfr. Hmelo-Silver, 2004). Agli studenti viene presentato lo scenario di un problema; questi per prima cosa lo analizzano, cercando di identificarne gli elementi rilevanti e di farsi un'idea chiara del problema; a questo punto possono cominciare a fare delle ipotesi sui possibili procedimenti e le possibili soluzioni; quindi si rendono conto che, per poter arrivare alla soluzione del problema, è necessario acquisire delle conoscenze che non hanno; la loro ricerca si focalizza proprio su queste conoscenze, che diventano i loro argomenti d'apprendimento autonomo (*self-directed learning*); una volta acquisite queste conoscenze, le applicano per trovare una soluzione al problema; quindi la riflessione su quanto fatto consente una generalizzazione e un'astrazione degli apprendimenti.

Credo di aver chiarito le basi teoriche che mi hanno portato verso la scelta metodologica del PBL, smontando tutte le convinzioni stereotipate sulla matematica. A questo punto si può comprendere la principale motivazione che mi ha spinto verso la proposta di un percorso di questo tipo: la volontà di verificare l'efficacia del procedere a scuola utilizzando una didattica per problemi. Esistono ricerche che documentano i risultati raggiunti da studenti che hanno seguito un percorso impostato sul PBL. Era mio interesse verificare questi aspetti sul campo, indagando quali fossero davvero i vantaggi di una didattica per problemi e fornendo delle prove empiriche della sua efficacia, in merito all'acquisizione di abilità e competenze nei bambini.

1.4 Perché un test?

Diversi studi hanno indagato quali sono i vantaggi dell'uso di una didattica per problemi in matematica, comparando i risultati conseguiti da studenti che hanno intrapreso un percorso di questo tipo con quelli ottenuti da pari che sono stati istruiti con curricoli "tradizionali" (cfr. ARC center, 2003; Bertazzoni e Marchini, 2004; Hmelo-Silver, 2004). Con questo termine si fa riferimento a percorsi organizzati secondo il modello trasmissivo tuttora diffuso nelle scuole, che può essere semplificato con il riproporsi nella pratica didattica della successione lezione-esercizi-verifica.

I dati che emergono dalle ricerche evidenziano innanzitutto migliori risultati scolastici, provati dagli esiti di prove e test, negli studenti che hanno seguito curricoli non standard rispetto a quelli che hanno seguito curricoli più standardizzati.

Una ricerca dell'ARC Center (2003) ad esempio ha comparato studenti che avevano seguito curricoli riformati per il rinnovamento della matematica (Eduplace, Everyday Mathematics, Math Trailblazers, Investigation in Number, Data and Space) con altri studenti che non avevano avuto quest'opportunità. Gli autori non parlano di didattica per problemi, ma se si esaminano più da vicino i curricoli riformati presi in esame si possono notare diverse somiglianze con il PBL sia nei principi di base sia nei modi di procedere didatticamente; perciò ritengo pertinente citare la ricerca in questo contesto.

Dai dati raccolti emerge che gli studenti che avevano seguito curricoli riformati hanno ottenuto risultati migliori (*outperformed*) in test standardizzati statunitensi rispetto agli altri studenti. Tutte le differenze significative sono andate a favore degli studenti con curricoli riformati, mentre nessuna differenza significativa ha favorito gli altri studenti. La conclusione a cui sono arrivati i ricercatori è che i curricoli riformati migliorano i risultati degli studenti in tutte le aree della matematica elementare, per quanto riguarda sia le abilità di base sia i processi di più alto livello.

Anche Bertazzoni e Marchini (2004) hanno ottenuto un risultato simile, comparando studenti sottoposti ad un trattamento sperimentale consistente nella risoluzione di problemi non-standard con studenti che hanno seguito una pratica didattica tradizionale risolvendo problemi standard. In questo caso si può parlare a pieno titolo di didattica per problemi, in quanto gli autori sottolineano la risoluzione di problemi in gruppi.

Gli studenti che erano stati sottoposti al trattamento sperimentale hanno ottenuto risultati migliori rispetto agli altri in prove che richiedevano la risoluzione di problemi standard. Le conclusioni a cui sono arrivati gli autori sono che "i problemi non-standard contribuiscono al progresso della classe in ambito matematico" e "il trattamento sperimentale sembra fornire un importante contributo nell'apprendere a risolvere correttamente anche i problemi standard".

Un primo livello di risultati riguarda quindi gli esiti a prove standardizzate, che valutano il raggiungimento degli obiettivi previsti per i vari gradi scolastici. Ma ci sono anche altri risultati che i sostenitori del PBL considerano specificamente legati ad una didattica per problemi. Hmelo-Silver (2004, pp. 240-241) ne riporta cinque:

1) la costruzione di una conoscenza estesa e flessibile, che consente di creare relazioni e collegamenti tra elementi, integrando le diverse informazioni ed imparando ad applicarle in diverse circostanze (transfer);

2) lo sviluppo di efficaci abilità per la risoluzione dei problemi, che comportano l'applicazione di adeguate strategie cognitive e metacognitive; tra le competenze procedurali legate alla risoluzione dei problemi si trovano le capacità "di analizzare le situazioni, di selezionare i dati e individuarne la funzione all'interno di un contesto, di elaborare strategie di risoluzione" (Cazzola , 2007);

3) l'acquisizione della capacità di costruire l'apprendimento in modo autonomo e per questo a lungo termine (*self-directed learning*);

4) l'acquisizione della capacità di collaborare, ovvero sapere come funzionare bene in quanto parte di un gruppo;

5) lo sviluppo di una motivazione intrinseca all'apprendimento, ovvero dettata dagli interessi, le sfide o le soddisfazioni personali.

In particolare la conoscenza estesa e flessibile emerge da tipi di compiti che propongono situazioni complesse da risolvere, non da test a risposta multipla dove è difficile comprendere ragionamenti e transfer attivati. Infatti le ricerche illustrate in Hmelo-Silver (2004, pp. 249-253) rilevano migliori risultati per gli studenti che hanno seguito

curricoli di PBL, rispetto a quelli istruiti con curricoli tradizionali, soprattutto nelle prove con risoluzione di problemi. Nonostante questo, esistono comunque ricerche che dimostrano migliori risultati conseguiti da questi studenti anche in prove a risposta multipla o a risposta chiusa (cfr. anche ARC Center, 2003).
Le ricerche si sono concentrate sui primi tre punti sopra citati, raccogliendo evidenze empiriche sui risultati raggiunti con una didattica per problemi. Purtroppo "ci sono pochi lavori relativi alle aree della motivazione e della collaborazione" (Hmelo-Silver, 2004), soprattutto nella fascia d'età tra 0 e 12 anni che qui interesserebbe confrontare. Non solo è difficile definire questi aspetti in termini di parametri da indagare, ma risulta complesso anche trovare risultati univoci che mostrino atteggiamenti comuni da parte di tutti gli studenti. Infatti le ricerche hanno evidenziato come la collaborazione sia un fattore chiave per il funzionamento del gruppo, in grado di accrescere l'apprendimento e la motivazione degli studenti, ma non tutti i gruppi osservati hanno mostrato di collaborare bene in attività di PBL. Allo stesso modo la motivazione è un aspetto fondamentale per l'apprendimento, ma non tutte le reazioni degli studenti osservati in attività di PBL sono state positive; ci sono in particolare studenti che faticano ad adattarsi alla nuova situazione didattica e a cambiare la propria modalità di apprendimento.

Questi sono i vantaggi, riportati da studi teorici e documentati più o meno ampiamente da ricerche empiriche, dell'uso di una didattica per problemi a scuola. Pur non essendo una ricercatrice anch'io ho cercato di indagarli nella mia esperienza di tirocinio, utilizzando gli strumenti che potevo avere a disposizione. Questo perché, come ho già affermato nel paragrafo precedente, ero interessata a verificare, a provare sul campo la reale efficacia di una didattica per problemi.
Per analizzare i risultati "scolastici" ho elaborato dei test, mentre per rilevare e lasciar traccia degli altri aspetti ho proceduto: conducendo in itinere continue osservazioni sui bambini; conservando gli elaborati prodotti nei lavori di gruppo; registrando e trascrivendo gli interventi realizzati nelle discussioni; gestendo una discussione finale in grande gruppo, dove i bambini hanno avuto la possibilità di condividere vissuti, emozioni ed apprendimenti legati alla propria esperienza durante il percorso.

La scelta dei test è coerente con le ricerche citate: sia in quella condotta dall'ARC Center che in quella di Bertazzoni e Marchini ai bambini sono state presentate delle prove standardizzate, che potessero rilevare gli apprendimenti di base sugli argomenti trattati. Nel primo caso si trattava di esercizi a risposta multipla o chiusa, nel secondo caso di problemi; la mia scelta è ricaduta sulla prima tipologia di esercizi, in quanto erano più semplici da valutare quantitativamente e più compatibili con il tempo che avevo a disposizione per quest'indagine. Ero consapevole che con questo tipo di prove avrei potuto valutare le conoscenze di base dei bambini senza entrare nel merito dei ragionamenti, dei collegamenti e dei transfer, tipici del pensiero flessibile. Ma mi aspettavo comunque esiti positivi nella classe sperimentale, in quanto diverse ricerche documentano risultati validi in qualunque tipo di prova per i soggetti che hanno seguito un curricolo impostato sul PBL.
Seguendo gli esempi riportati nelle ricerche ho strutturato i test con esercizi abbastanza standard, così da poter poi comparare i risultati con quelli ottenuti dagli autori citati.
La mia è diventata una piccola ricerca che, seguendo la dicitura riportata in Paoletti (2006), ha previsto un "disegno quasi-sperimentale". Infatti la classe in cui ho svolto il percorso di tirocinio è diventata il gruppo sperimentale, quello che è stato sottoposto al trattamento/percorso, preceduto e seguito dalla somministrazione di un test. Il pre-test e il post-test sono stati proposti anche ad altre classi che ho utilizzato come gruppi di controllo, ovvero termini di paragone per un confronto dei risultati. Queste classi non sono state sottoposte al trattamento, anche se non è stato possibile seguire per intero le loro modalità di lavoro e considerarle contesti "tradizionali", ovvero contrapposti al contesto rinnovato con la didattica per problemi.
Ho scelto di proporre un pre-test e un post-test in diverse classi per evitare di incorrere in "minacce alla validità interna dell'esperimento" (Paoletti, 2006). Mi riferisco in particolare alla storia e alla maturazione dei soggetti coinvolti, oltre che all'effetto del testing, secondo cui "i soggetti possono migliorare i punteggi quando ripetono più volte i compiti" (Paoletti, 2006).
I dati raccolti con gli strumenti a disposizione saranno presentati ed argomentati nel secondo capitolo, mentre una ripresa ed un'interpretazione dei risultati raggiunti saranno oggetto del terzo capitolo.

Capitolo 2
La ricostruzione del percorso

2.1 Introduzione

Nel primo capitolo ho esaminato quegli aspetti del percorso che sono stati decisi a priori, prima del mio ingresso nella realtà scolastica ospitante: l'ambito disciplinare, l'approccio metodologico e gli strumenti di valutazione dell'efficacia didattica. Ho inoltre esplicitato le ragioni alla base di queste scelte, che hanno costituito per me delle linee guida per l'intera esperienza.

Ripensando alla globalità del percorso sono ancora molti gli aspetti da chiarire, in merito a come le idee teoriche siano state tradotte nella pratica didattica; questo capitolo si propone quindi di ricostruire tutti gli aspetti che hanno caratterizzato il percorso.

Il termine "ricostruzione" è usato intenzionalmente per indicare come il percorso abbia assunto una forma definitiva solo al termine dell'anno scolastico, quando ho potuto rivedere tutto quello che era stato fatto alla luce del lavoro di costruzione dei concetti da parte dei bambini. Infatti, rimanendo coerente con l'approccio socio-costruttivista adottato, ho impostato la fase di ideazione del lavoro come una progettazione didattica e non come una programmazione. La differenza è sostanziale: "Mentre 'programmazione' rimanda all'esecuzione di un disegno già ideato, 'progettazione' (…) significa elaborazione di un disegno, immaginazione e pre-visione di un possibile realizzabile, ma non deterministicamente definito in anticipo." Piuttosto "l'esito atteso del percorso formativo" è "aperto, per quanto intenzionalmente orientato" (Calidoni in Nigris, 2004).

Nel percorso da me condotto c'era un'intenzionalità sottostante, oltre a solide basi teoriche, ma non era tutto definito in anticipo, in modo da mantenere la flessibilità necessaria per adeguare le proposte ai riscontri forniti dai bambini.

È stato quindi possibile arrivare ad una descrizione in dettaglio del percorso, come quella che si leggerà nel capitolo, solo in seguito ad un lavoro di rielaborazione e ricostruzione che tenesse conto non solo di ciò che ho portato io come insegnante, ma anche e soprattutto di ciò che hanno portato gli alunni. Ricordando come nella visione costruttivista siano gli alunni i veri protagonisti del processo di apprendimento, che acquisisce un senso solo grazie alla loro partecipazione e alla loro negoziazione dei significati. Non esiste un percorso uguale ad un altro perché non esiste una classe, né un bambino uguale ad un altro; senza i bambini della 5A, che ho avuto la fortuna di incontrare, sicuramente il percorso avrebbe assunto un'altra forma.

2.2 Il contesto scolastico

Prima di addentrarmi nella ricostruzione del percorso ritengo necessario descrivere gli elementi peculiari del contesto scolastico in cui si è svolta la mia esperienza di tirocinio, per due ragioni. Innanzitutto perché ogni esperienza didattica prende forma a partire dai contributi dei partner della relazione educativa; inoltre, come già ricordava Vygotskij (cfr. 1.3), l'apprendimento è condizionato dal contesto sociale e culturale in cui i soggetti sono inseriti. Il mio intento non è riportare solo ciò che ho osservato nei riguardi della scuola, della classe, dei bambini e degli insegnanti con cui sono entrata in contatto, ma anche riflettere su come questi elementi abbiano influenzato il percorso svolto. Questo infatti ha seguito una strada, ha privilegiato certe scelte piuttosto che altre tenendo conto in prima istanza della realtà in cui si inseriva.

Il contesto in cui ho svolto il percorso è la scuola primaria statale "P. F. Bonetti" di via Tajani 12, collocata nella zona nord-est di Milano in prossimità della stazione di Lambrate. Il quartiere è piuttosto tranquillo e l'utenza è eterogenea da un punto di vista socio-economico e culturale.

La scuola fino all'a.s. 2007-2008, quando ho svolto l'esperienza, faceva parte del Circolo Didattico Clericetti insieme alle scuole primarie "A. Scarpa" di via Clericetti 22 e "Nolli-Arquati" di viale Romagna 16/18. Si tratta di scuole da tempo convenzionate con l'Università di Milano Bicocca che accolgono diversi studenti tirocinanti e i cui insegnanti seguono molti corsi di formazione proposti dall'università. Le scuole condividono alcuni principi educativi alla base dell'azione didattica, ben presentati nei vari documenti stilati: il POF, la Carta dei Servizi, la Presentazione del contesto scolastico[2].

---

[2]I documenti scolastici sono reperibili sul sito Internet del Circolo Didattico: <http://www.sky. mi.it/circoloclericettimi/>

Le parole-chiave del progetto educativo del Circolo sono "educare a conoscere, ad operare, ad interagire, maturando un pensiero critico, creativo e flessibile". A partire da questi elementi cardine gli obiettivi specifici che si pongono le scuole sono quelli di:
- alfabetizzare culturalmente i soggetti, elaborando proposte didattiche significative per lo sviluppo e il consolidamento di competenze;
- porre attenzione alla crescita dell'individuo, promuovendo un apprendimento individualizzato ed ideando percorsi per lo sviluppo della creatività personale;
- promuovere il successo formativo, in modo da garantire a tutti un adeguato sviluppo delle potenzialità individuali e una situazione di benessere, prevenendo il disagio;
- diffondere una cultura dell'integrazione e dell'accoglienza che valorizzi la diversità come risorsa e promuova il dialogo e la convivenza democratica tra culture diverse, anche grazie ad attività inter e multiculturali;
- realizzare una continuità tra i diversi ordini di scuola;
- lavorare con una progettualità comune e condivisa che preveda la collaborazione, oltre che tra insegnanti, con le Università, gli enti territoriali esterni, i musei, le associazioni.

Gli aspetti riportati rivelano, almeno al centro dell'organizzazione scolastica, una forte consapevolezza delle dimensioni implicate nel lavoro educativo, una chiarezza di intenti e progettualità, un'apertura a linee di ricerca e pensiero attuali negli ambiti pedagogico, psicologico e didattico. L'apertura si manifesta anche mediante le frequenti collaborazioni con l'ambiente universitario, dove prima che in ogni altro contesto è possibile formarsi ed aggiornarsi, per riuscire a dare il meglio ai propri studenti.

È anche grazie a queste caratteristiche del contesto che è stato possibile proporre un percorso non standard: la mentalità aperta ha sicuramente giocato a mio favore, dandomi la possibilità di andare "fuori dagli schemi"; inoltre l'attenzione rivolta ad alcune variabili come l'apprendimento individualizzato, le interazioni sociali, il pensiero critico, creativo e flessibile, il benessere, l'integrazione, il dialogo ha legittimato le mie scelte, inserendole a pieno titolo nel progetto educativo del Circolo.

All'interno della scuola "P. F. Bonetti" la classe con cui ho lavorato è stata la 5A dell'a.s. 2007-2008.

La classe era composta da 23 bambini, di cui 13 maschi e 10 femmine; tra questi era integrato anche M., un bambino diversamente abile con lievi deficit intellettivi.
Nella 5A lavoravano diversi insegnanti: Simona, la mia tutor, che si occupava dell'ambito matematico-scientifico e Paolo, che si occupava di quello linguistico-antropologico, erano i due docenti titolari. Erano presenti nella classe solo dall'anno in questione, nonostante lavorassero da diversi anni nel Circolo Didattico e quindi conoscessero bene la realtà scolastica in cui operavano.
Accanto ai due insegnanti titolari della classe era spesso presente Antonella, un'insegnante specializzata nel sostegno e nell'integrazione di M., anche lei assegnata ex novo alla classe nell'a.s. 2007-2008. Per la maggior parte del tempo Antonella e M. stavano in classe e partecipavano alle normali attività didattiche; gli interventi dell'insegnante si concentravano sulla mediazione e l'adattamento delle proposte per M., che seguiva un percorso simile al gruppo ma sotto certi aspetti semplificato.
Da una documentazione sulla storia della classe è emerso che questa non ha mai avuto molta stabilità nel team docenti, in particolare nell'ambito matematico-scientifico dove si sono alternati più insegnanti nel corso degli anni.
Ci sono poi altri elementi, tratti dal periodo osservativo del mio tirocinio, che ritengo importante riportare per comprendere meglio la realtà della classe.
Partendo dai bambini, i primi aspetti che sono emersi più volte dalle mie osservazioni, dalle parole degli insegnanti ed anche in occasione delle assemblee con i genitori purtroppo non sono stati molto positivi. Innanzitutto si trattava di un gruppo poco coeso: nonostante quasi tutti i bambini provenissero da un cammino comune di 5 anni, si rilevavano una serie di comportamenti inadeguati nelle interazioni tra di loro, sia nei momenti liberi sia in quelli strutturati. Ho osservato spesso scontri, litigi, discussioni tra i vari individui o i vari "gruppetti"; i bambini mostravano difficoltà nel condividere i propri beni, aiutarsi, cooperare e soprattutto alcuni di loro tendevano continuamente a porsi in competizione con i compagni; all'inizio dell'anno si sono addirittura verificati spiacevoli episodi di furti e danneggiamenti reciproci.
La mancanza di capacità interazionali diffuse era anche alla base di una relazione con M. che non si può definire propriamente di aiuto: la maggior parte dei bambini si limitava a giocare e a parlare con lui, senza accorgersi dell'importanza che poteva avere

il loro supporto in tanti piccoli aspetti quotidiani, in particolare durante le attività didattiche. Infatti M. aveva un bisogno maggiore rispetto agli altri di essere aiutato ad affrontare certe sfide cognitive e a mantenere l'attenzione sul compito. Tendeva spesso a distrarsi e a distrarre i pari, calandosi un po' "nel suo mondo" ed i compagni nella maggior parte dei casi non riuscivano ad aiutarlo, ma tendevano ad assecondare i suoi comportamenti negativi.

C'è però da dire che, nonostante la presenza costante dell'insegnante specializzata nel sostegno, il bambino era abbastanza integrato nella classe in quanto partecipava a quasi tutti i momenti della vita quotidiana: le attività didattiche, le uscite, i pranzi, i momenti di gioco. Se durante le attività strutturate, come detto, era difficile vedere interazioni facilitanti l'apprendimento, durante i momenti liberi e di gioco le interazioni con i compagni erano per lo più positive e il bambino non era mai isolato.

Un altro aspetto che gli insegnanti, appena subentrati nella classe, avevano osservato e che posso confermare alla luce dell'esperienza realizzata era una scarsa preparazione generale dei bambini; in matematica ad esempio mancavano basi fondamentali per costruire una conoscenza su argomenti più complessi. Il "livello medio" appariva basso, anche se c'era una forte eterogeneità tra i bambini: se alcuni erano interessati, partecipavano ed ottenevano buoni se non ottimi risultati, altri invece sembravano non avere molto interesse per ciò che si faceva a scuola, seguivano la corrente senza esserne molto coinvolti e quando erano chiamati sembravano "cadere dalle nuvole". Inoltre coloro che potevano essere dei leader, i tiranti del gruppo, in realtà agivano per sé e non aiutavano spontaneamente i compagni in difficoltà.

C'è da aggiungere anche che in generale nei bambini non erano ampiamente sviluppate le capacità di autogestione e di autocontrollo, di assunzione di autonomie e responsabilità.

Nessuna situazione scolastica può essere interpretata in modo deterministico, ma sicuramente tra i fattori che possono aver inciso su questa specifica realtà va annoverata la scarsa continuità didattica sopra citata. Cambiare molti insegnanti può portare i bambini a non avere dei saldi punti di riferimento, relativamente sia alle modalità di interazione con i compagni, sia al modo di lavorare, sia alle acquisizioni cognitive. Possono mancare così quegli atteggiamenti e quei comportamenti condivisi che rendono la classe un gruppo coeso e non solamente un insieme di individui isolati e obbligati a stare insieme per ragioni burocratiche (cfr. Negri, 2005, pp.16-38).

La situazione mi è apparsa fin da subito abbastanza problematica e sicuramente questi aspetti hanno influenzato il mio modo di procedere nel percorso.
Innanzitutto si sono verificate delle difficoltà nell'attuazione di metodologie attive, coerenti con una didattica per problemi: i lavori in piccolo e grande gruppo, le discussioni e le lezioni collettive, le attività pratiche e manipolative non sono state sempre semplici da condurre. Non avendo avuto negli anni molte occasioni di collaborare ed interagire positivamente con i compagni nelle attività scolastiche, quindi non avendo dimestichezza con questo tipo di lavori, i bambini hanno avuto bisogno di tempo per abituarsi all'approccio e di molti interventi miei e dell'insegnante.
Inoltre questa situazione ha richiesto una maggior attenzione ad obiettivi che riguardavano il modo di lavorare, sacrificando alcuni approfondimenti conoscitivi. Ciò di cui io e l'insegnante tutor ci siamo rese conto era che per questi bambini, anche in vista dell'ingresso nelle scuole medie, sarebbe stato più importante acquisire la capacità di lavorare con gli altri piuttosto che tante conoscenze e competenze su un argomento specifico.
Le difficoltà hanno riguardato non solo la modalità di procedere, ma anche la trattazione degli argomenti e dei loro nodi cognitivi. I bambini presentavano conoscenze e competenze sia geometriche sia aritmetiche poco consolidate, che ostacolavano il raggiungimento di mete complesse. Insieme all'insegnante ho quindi deciso in itinere di semplificare e ridurre le mete raggiungibili, concentrando il lavoro sull'acquisizione di elementi chiave più volte ripresi ed approfonditi, piuttosto che addentrare la classe in tanti particolari che avrebbero richiesto troppo tempo per la comprensione.
In più avere in classe un bambino diversamente abile mi ha posto di fronte ad una scelta, che ho preso seguendo le basi teoriche fornitemi dall'università: lasciare da parte o integrare M.? Nel percorso ho optato per l'integrazione, peraltro continuando la linea d'intervento già promossa nella classe.
L'integrazione dei bambini diversamente abili nella scuola è stata sostenuta legislativamente a partire dal 1977 (legge 517/1977) ed è intesa come "un processo in

continuo divenire in cui sia il gruppo ricevente sia i nuovi soggetti tendono a cambiamenti atti a consentire loro occasioni di condivisione, di comuni conoscenze, di aiuto reciproco, di collaborazione in funzione dello sviluppo di tutte le potenzialità dei singoli soggetti e per lo sviluppo del massimo grado di autonomia di ciascuno". (Gelati, 2006) Naturalmente anche quest'aspetto ha inciso sul lavoro svolto, portandomi a ripensare a diverse scelte didattiche in vista dell'adattamento delle proposte anche a M.
Nei miei interventi ho cercato quindi di tenere conto delle problematiche mostrate dalla classe, integrando gli obiettivi generali del percorso con quelli previsti dagli insegnanti. Nel contempo ho lavorato per cogliere e far emergere gli aspetti positivi presenti nei bambini, non partendo quindi con una visione distruttiva del tipo "non sanno fare", ma rivalutando le loro reali conoscenze e competenze mostrate all'interno di contesti significativi. Infatti come ha scritto Peano (1925): "Dobbiamo prendere gli allievi così come sono, richiamare ciò che essi hanno dimenticato, o studiato sotto altra nomenclatura", evitando di cercare un colpevole per le loro mancanze e combinando "problemi simili e migliori dei precedenti, onde rendere attraente lo studio".

Una presenza a mio favore, che mi ha aiutato ad affrontare le situazioni e mi ha sostenuto nelle scelte effettuate, è stata Simona, l'insegnante dell'ambito matematico-scientifico che svolgeva il ruolo di tutor nei miei confronti.
Ho capito subito, fin dal mio primo ingresso nella classe, che potevo contare su Simona non solo dal punto di vista umano ma anche per quanto riguardava quello professionale. Infatti il suo stile d'insegnamento integrava l'uso di diverse metodologie didattiche ma partiva da solidi presupposti di riferimento, molto simili a quelli sostenuti dall'approccio socio-costruttivista e quindi da me condivisi. Nelle sue ore non si trovavano mai lezioni frontali, dove lei parlava ex cathedra e tutti dovevano stare in silenzio ad ascoltarla; tutto era frutto di scoperte e qualsiasi attività non prevedeva mai un modello di comunicazione unidirezionale. Simona teneva molto alla partecipazione e all'attivazione dei bambini, mi diceva spesso "Sono i bambini che fanno la lezione, mica io" oppure "I bambini hanno già le cose dentro, le vivono nell'esperienza" e quindi il suo compito diventava di farle emergere con opportune attività.

La sua volontà di innovare rispetto alla "tradizione scolastica" emergeva anche dal fatto che insieme a Paolo, l'altro insegnante titolare di classe, aveva deciso di non adottare il classico "sussidiario" ma di far riferimento a fascicoletti e risorse che lei e i bambini recuperavano dalle fonti più disparate. E così in classe si trovavano libri, enciclopedie scientifiche, videocassette sul corpo umano, cartine del cielo stellato, un libretto di problemi divertenti di matematica: risorse a disposizione di chiunque per aumentare la propria conoscenza.

Da qui traspariva anche un'altra idea chiave che aveva l'insegnante relativamente alla matematica e alle scienze: si tratta di discipline che non possono essere affrontate in modo passivo, anche perché la costruzione, la ricerca, la metodologia laboratoriale sono insite nel loro naturale modo di procedere. In particolare della matematica, anche in seguito alla partecipazione a corsi di formazione molto stimolanti, Simona aveva un'idea molto vicina a quanto sostenuto dagli esperti: una disciplina che risolve i problemi, che stimola il pensiero convergente ma soprattutto divergente, che non può essere insegnata come una serie di automatismi, formule, regole, come troppo spesso accade. L'insegnante ha tentato di condividere quest'immagine della matematica con i bambini anche proponendo loro lo spettacolo "Il mago dei numeri", ripresa dell'omonimo libro di Hans M. Enzensberger, pieno di suggestioni per un'adeguata cultura della materia.

Simona credeva nel confronto tra persone per arrivare ad un risultato migliore ed approvava in pieno la didattica per problemi; per questo ha scelto di accogliere il mio percorso nella sua classe. "Se avessi più tempo tratterei tutto in questo modo" ha detto in occasione dell'assemblea con i genitori in cui aveva presentato la mia proposta.

Un ultimo elemento che svelava le intenzioni degli insegnanti era la predisposizione del contesto: nella classe 5A i banchi erano disposti ad isole e la cattedra era decentrata. Porre i bambini in una posizione che non è rivolta verso la lavagna o l'insegnante ma verso i compagni è una scelta pedagogica importante. Sicuramente è stata realizzata anche per economizzare e gestire lo scarso spazio a disposizione, ma un ulteriore intento era quello di favorire la socializzazione, lo scambio, la cooperazione mettendo in rilievo come nella classe si privilegiassero metodologie attive. Senza avere troppa paura della distrazione, ma sottolineando come gli obiettivi sociali siano altrettanto se non più

importanti di quelli cognitivi. Anche la cattedra decentrata sta a sottolineare che l'insegnante non è al centro, non è colui a cui si devono sempre riferire i bambini; è presente ma lascia lo spazio per sperimentare e costruire autonomamente gli apprendimenti. C'è anche da aggiungere che Simona stava poco seduta dietro alla cattedra, utilizzata soprattutto come appoggio per i materiali; preferiva stare in piedi o vicino ai bambini per aiutarli e dialogare con loro in modo più efficace.
Aver avuto un'insegnante tutor che lavorava in questo modo ed era guidata da questi intenti è stato molto importante non solo per poter agire liberamente anche al di fuori delle attività standard e vedere sostenuto il mio percorso, ma anche per garantire una coerenza educativa ai bambini ed aumentare l'efficacia degli interventi. Credo infatti che il percorso non avrebbe ottenuto gli stessi risultati se fosse stato alternativo alla normale prassi didattica e non integrato a pieno titolo in essa.

Sono ora chiari gli elementi contestuali che hanno influenzato la mia esperienza, sostenendola o ostacolandola, deviandola o reindirizzandola, assegnandole certe connotazioni e certi significati. È anche utilizzando queste chiavi di lettura, oltre a quelle presentate nel primo capitolo, che dev'essere esaminato il percorso ricostruito di seguito.

2.3 Una breve ricostruzione del percorso

Come anticipato il percorso che ho svolto con la classe si collocava nell'ambito matematico, affrontando in particolare questioni e temi di geometria. I due argomenti che ho voluto approfondire sono il perimetro e l'area di figure piane; ho comunque ricercato sempre collegamenti e richiami a temi più o meno vicini a quello indagato.
Questa scelta è stata fatta con la consapevolezza che i collegamenti sono punti di forza di un percorso; tanto è vero che de Vecchi e Carmona-Magnaldi nel loro testo sulla didattica generale (1999) intitolano un capitolo proprio "L'importanza dei legami". Gli autori affermano che è fondamentale "mettere in relazione", "unire assieme due idee" per "aprirsi ad un nuovo campo concettuale o a un'altra idea" e quindi comprendere meglio quanto affrontato. Ed in particolare in matematica, come afferma Bolondi

(2005): “Se vogliamo costruire un insegnamento della matematica coerente, completo ed articolato, non possiamo insegnare ‘a compartimenti stagni’” e “In ogni problema ‘vero’ si intrecciano questioni di matematica elementare e di matematica più avanzata, interagiscono aspetti e contenuti della disciplina apparentemente lontani”. Aveva quindi un senso il mio proporre situazioni complesse, che hanno consentito di creare dei legami e stabilire delle relazioni, soprattutto con argomenti di aritmetica e geometria.
L’approccio metodologico utilizzato è stato quello della didattica per problemi, che ha come base teorica il socio-costruttivismo e di cui si è già discusso in precedenza. Il modo di procedere partiva dalle preconoscenze e dalle intuizioni dei bambini, emerse grazie alle stimolazioni di compiti significativi, per arrivare ad una strutturazione degli argomenti e ad una formalizzazione finale. Non sempre si deve arrivare a quest’ultima fase con i bambini, tuttavia in questo caso si è ritenuto importante giungere ad un punto conclusivo. Infatti il percorso era rivolto ad una classe quinta ed è stato svolto nel secondo quadrimestre, al termine di un ciclo di studi; l’insegnante quindi non avrebbe potuto riprendere gli argomenti in un momento successivo.
Ai bambini sono stati proposti 5 problemi non standard, inizialmente risolti in piccoli gruppi e in un secondo momento discussi con l’intero gruppo-classe. In ogni occasione la prima fase di lavoro ha consentito la sperimentazione autonoma, mentre la seconda fase è stata fondamentale per riprendere i procedimenti attivati e le soluzioni trovate dai vari gruppi. Il punto di arrivo di ognuno di questi problemi è stata una soluzione condivisa, frutto del confronto e del ragionamento collettivo.
I problemi sono stati il filo conduttore del percorso, le attività-stimolo che hanno aperto la strada in itinere ad ulteriori esperienze; queste hanno arricchito il percorso e mostrato come una didattica per problemi possa essere utilizzata anche per coprire gli obiettivi contenuti nella programmazione di classe. Infatti gli argomenti da me scelti erano inseriti nella programmazione annuale di Circolo per le classi quinte; il percorso quindi non è stato alternativo alla normale prassi didattica, ma vi è stato integrato come parte del lavoro curricolare. Anche in queste attività ho scelto di adottare un approccio socio-costruttivista, privilegiando attività manipolativo-costruttive, lavori di gruppo e discussioni, rimanendo quindi coerente con i presupposti dell’intero progetto. Coerenza che intendo come “il contesto, gli obblighi, le regole, il quadro nel quale si costruiscono

i saperi” che “ha lo scopo di favorire il senso” di un percorso (de Vecchi e Carmona-Magnaldi, 1999). Non avrebbe avuto alcun senso, soprattutto per gli alunni, proporre attività all’interno dello stesso percorso ma facenti riferimento a diversi approcci, quadri di riferimento, idee riguardanti il processo di insegnamento-apprendimento.

Durante la risoluzione dei problemi i bambini sono stati suddivisi in gruppi da 4 o 5 individui, seguendo le indicazioni di chi ha sperimentato concretamente attività di PBL o simili, come laboratori e giochi matematici. Si può citare ad esempio Ombretta Locatelli quando nell’introduzione al suo testo (2006) scrive: “le attività devono essere svolte in piccoli gruppi (4 o 5 studenti al massimo)”; oppure Bonaiti, Chiesa e Lanfranchi (2005) quando affermano che: “Un secondo consiglio è quello di far lavorare i ragazzi in gruppi preferibilmente di tre o quattro persone ”. Anche gli esperti di didattica generale concordano con questa scelta; Nigris (2004) ad esempio, riprendendo le idee di Dozza, afferma che “il piccolo gruppo (3-5 bambini) può essere proficuo per gestire ed elaborare conflitti di tipo cognitivo, confrontando, analizzando posizioni differenti”.

Nelle discussioni che riprendevano i lavori dei piccoli gruppi, per favorire a pieno la circolazione e il confronto tra le idee, ho scelto di coinvolgere sempre l’intero gruppo-classe, come peraltro suggerito da esperti del PBL. Cazzola (2007) ad esempio afferma: “Sottolineiamo anche il suggerimento di concludere l’attività con una discussione tra i gruppi (1 ora di lavoro in piccolo gruppo, 1 ora di discussione in grande gruppo)”. Oppure, citando nuovamente Nigris (2004), in generale nella didattica “il grande gruppo è più adatto per le lezioni guida o la scoperta guidata o la conduzione di discussioni dirette dall’adulto.”

Durante le altre attività si sono alternati lavori individuali, in coppie, in piccoli gruppi composti da 3, 4 o 5 individui e in grande gruppo. La scelta in ogni occasione è stata dettata dal tipo di attività proposta; in particolare si è ridotto il numero dei componenti dei gruppi a 3 o addirittura a 2 nelle esperienze più pratiche, che richiedevano l’attivazione delle abilità manuali. L’intento era favorire il coinvolgimento di tutti gli individui, evitando che pochi bambini prendessero in mano da soli le situazioni.

Sempre per quanto riguarda i gruppi, insieme all’insegnante tutor ho scelto di formarli io a tavolino prima di ogni esperienza. La classe non era abituata a lavori di questo tipo

e quindi risultava necessario guidarla maggiormente nelle scelte per ottenere risultati soddisfacenti. Infatti "quando si delega questo compito agli studenti, si osserva la tendenza a creare i gruppi in base alle affinità e alle simpatie personali, con il rischio di evidenziare le posizioni dei 'rifiutati' o dei 'marginali' del gruppo". Questo tipo di scelte diventa più probabile in presenza di soggetti che non hanno "un'esperienza di cooperazione maturata dalla classe" (Negri, 2005)
Le delicate dinamiche interazionali e le problematiche rilevate nella classe richiedevano profonde riflessioni nella formazione dei gruppi; il criterio utilizzato consisteva nel rispettare un'eterogeneità di temperamenti e competenze. Se da una parte questo era necessario per equilibrare le diverse situazioni, dall'altra il gruppo eterogeneo è stato scelto in quanto "è quello che offre le condizioni di maggior giustizia sociale e opportunità di apprendimento: le risorse, i punti di vista, gli stili comunicativi e cognitivi differenti hanno un grosso potenziale di sviluppo del conflitto socio-cognitivo e delle dinamiche di costruzione della conoscenza, alle quali ciascuno può dare un contributo competente e riconosciuto dagli altri." (Negri, 2005)
Inoltre i gruppi sono stati cambiati ad ogni nuova occasione per permettere ai bambini di lavorare con tutti i propri compagni. L'obiettivo che si è tentato di raggiungere, considerato significativo per la classe, era quello di formare un gruppo coeso, imparando a stabilire interazioni positive con tutti i compagni. Infatti la scelta di mantenere sempre gli stessi gruppi, se da un lato avrebbe facilitato il lavoro, grazie alla costruzione di atteggiamenti e modalità di procedere condivisi nei piccoli gruppi, dall'altro avrebbe aumentato la frammentazione della classe, favorendo maggiormente il senso di appartenenza al proprio "gruppetto" e la competizione con gli altri.

Per quanto concerne le modalità comunicative, nell'intero percorso ho privilegiato il rapporto tra pari in quanto centro del processo di costruzione della conoscenza, anche se non sono mancate occasioni di scambio tra me o l'insegnante tutor e il singolo bambino o il gruppo-classe. Ciò che ho ritenuto importante in ogni occasione era mantenere una comunicazione bidirezionale fondata sulla discussione, il confronto, il dialogo e mai sulla trasmissione di conoscenze o informazioni da una persona all'altra. I bambini erano continuamente esortati a partecipare, coinvolti in ogni discorso, resi attivi e

protagonisti nelle lezioni. Il contesto di lavoro non era valutativo, in quanto l'errore era accettato ed utilizzato per aumentare la conoscenza comune.
In particolare durante le discussioni il mio ruolo comunicativo era di mediatore; gli interventi realizzati -rispecchiamenti, risposte ad eco, ricapitolazioni, domande stimolo- erano sempre intenzionati a favorire quelli dei bambini. In questo modo tutto ciò che è emerso è stato frutto di scoperte, ragionamenti, confronti tra alunni.

La durata dell'intero percorso, comprensivo di problemi ed ulteriori attività, è stata di 36 ore, distribuite tra i mesi di gennaio e maggio. Ogni problema ha richiesto 3 ore di lavoro, di cui una dedicata alla risoluzione in piccoli gruppi, una alla discussione collettiva ed una alla costruzione di una soluzione condivisa. Ho cercato di rispettare sempre questa tripartizione, mantenendo una flessibilità tale da adeguare le esperienze ai bisogni e alle risposte dei bambini. Le altre attività hanno richiesto un numero variabile di ore, a seconda della complessità delle proposte e dei riscontri osservati nei bambini.
Il contesto maggiormente utilizzato è stato l'aula della classe, dove i bambini hanno potuto sfruttare la disposizione dei banchi ad isole soprattutto per i lavori di gruppo.
Un altro spazio di cui ci siamo serviti più volte è l'ampio atrio-corridoio antistante l'aula, che non era mai occupato dall'altra classe quinta, con cui era condiviso, durante le attività curricolari. I bambini hanno potuto utilizzarlo non solo in occasione di attività particolari che richiedevano una fuoriuscita dall'aula, come la misurazione del perimetro di ambienti ed oggetti reali, la costruzione del metro quadrato con la carta da pacchi, la discussione finale in cerchio, ma anche durante le normali attività a coppie o a gruppi. Lo scopo di questa scelta era duplice: mettere i bambini a proprio agio in un contesto più informale della classica aula, consentendo loro di assumere anche posture meno rigide; rendere il lavoro più sereno, evitando l'estrema concentrazione di suoni e rumori in uno spazio ridotto com'era l'aula della classe. Ciò che si voleva promuovere era lo star bene a scuola, considerato come premessa fondamentale per il successivo apprendimento. Infatti, come ci ricordano vari studi pedagogici, "a scuola si va per imparare, ma si impara solo se a scuola si sta bene" (Staccioli, 2001). E tra gli elementi che hanno un ruolo fondamentale per lo star bene c'è il contesto del quotidiano, che

psicologicamente rappresenta “non soltanto un elemento rassicurante, ma anche una fonte di benessere, tale da svolgere una funzione di arricchimento cognitivo e di partecipazione sociale” (Staccioli, 2001).
Sono stati utilizzati diversi materiali: i testi dei problemi, figure predisposte sulla quadrettatura, carta quadrettata con griglie di diverse dimensioni, cartoncino, carta millimetrata, carta da pacchi, spago, metri, righelli e squadre, oltre ai materiali presenti nell’astuccio dei bambini (penne, matite, gomme, forbici, colle…).
Gli obiettivi generali che ho inteso raggiungere con la classe possono essere così schematizzati:

- saper identificare il perimetro e l’area di una figura piana;
- saper misurare e calcolare il perimetro e l’area di una figura piana, utilizzando inizialmente la carta quadrettata e successivamente le unità metriche decimali;
- saper utilizzare strategie per il calcolo veloce del perimetro e dell’area di una figura piana, arrivando anche a scoprire formule matematiche adatte per le figure più semplici;
- saper identificare e costruire figure isoperimetriche ed equiestese, operando anche con l’equiscomposizione.

Come si è detto nel paragrafo precedente la situazione della classe ha richiesto una grande attenzione alle modalità di lavoro; agli obiettivi relativi ai contenuti specifici dell’intervento se ne sono quindi aggiunti altri a cui ho puntato, che fanno riferimento alla metodologia didattica adottata:

- saper lavorare in piccolo e grande gruppo, collaborare, confrontarsi serenamente con i compagni, vedendo l’altro come una risorsa e non come un ostacolo alla propria affermazione;
- saper ascoltare e rispettare i turni di parola, ma anche trovare lo spazio per partecipare alle attività proposte ed esprimere le proprie idee, emozioni, scoperte e difficoltà;
- saper operare concretamente sulla realtà, utilizzando diversi materiali e strumenti di misura;
- prendere confidenza con l’analisi e la risoluzione di problemi autentici: acquisire un metodo di lavoro centrato sull’indagine, la scoperta, la verifica di ipotesi sperimentate;
- imparare a “parlare e scrivere di matematica”, esprimendo verbalmente strategie, ragionamenti e soluzioni.

Il percorso si proponeva quindi di far raggiungere ai bambini soprattutto competenze, ovvero capacità funzionali trasferibili in diverse situazioni e contesti. Gli alunni non erano addestrati ad acquisire delle pratiche spendibili in compiti specifici, ma erano messi di fronte a situazioni complesse in cui dovevano imparare ad orientarsi.
Le acquisizioni erano dunque "saper come" costruiti, compresi ed usati in modo intelligente in ogni nuovo compito proposto. Anche le poche conoscenze informative acquisite sono state l'esito di un percorso costruttivo e non sono state introdotte dall'adulto, il cui ruolo si riduceva ad un aiuto nella formalizzazione finale.
Saper usare competenze in modo intelligente richiedeva l'attivazione di processi mentali superiori: non bastavano le sensazioni, le percezioni, la memoria ma era necessario utilizzare il pensiero, il linguaggio, l'intelligenza, la metacognizione.
Quando parlo di intelligenza sottintendo le attuali teorie che, a partire dall'impostazione fattorialista fino alle più recenti affermazioni di Howard Gardner, sostengono la pluralità di forme di intelligenza possedute dall'uomo (cfr. Mecacci, 2001, pp. 216-218). Se volessi fare un resoconto dei tipi di intelligenza che sono stati sviluppati nei bambini durante il percorso, utilizzando le denominazioni date da Gardner, parlerei di intelligenza logico-matematica, visuo-spaziale, linguistica ed interpersonale.
Quando invece parlo di pensiero faccio riferimento al tipo di pensiero maggiormente sviluppato da una didattica per problemi, quello divergente. Se il pensiero convergente "viene attivato nelle situazioni che permettono un'unica risposta pertinente" e "segue le linee interne alla situazione (…) utilizzando regole già definite e codificate", il pensiero divergente o creativo "è attivato nelle situazioni che permettono più vie di uscita o di sviluppo" e "va al di là di ciò che è contenuto nella situazione di partenza, ricerca in varie direzioni e produce qualcosa di nuovo." (Mecacci, 2001)
Il tipo di pensiero attivato dipende quindi dal compito proposto: se per risolvere un esercizio standard basta l'attivazione del pensiero convergente, che richiede memoria, esercizio e applicazione, per affrontare un problema complesso è necessario attivare il pensiero divergente, che richiede invece fluidità, flessibilità, originalità, elaborazione e valutazione. Infatti "all'origine della creatività" ci sono aspetti come "la capacità o la disponibilità a sognare; a immaginare mondi diversi, cose diverse, a cercare di combinarle nella propria immaginazione in vario modo." (Emmer, 1996)

Come si può intuire il pensiero divergente è quello più difficile da coltivare, ma anche il più utile per lo sviluppo delle potenzialità cognitive del soggetto e della sua capacità di vivere nel mondo, affrontando i problemi complessi che questo pone.
L'attivazione di processi cognitivi superiori è stata rinforzata anche dal lavoro svolto sulla metacognizione, intesa come "un ulteriore livello di attività psichica" (Mecacci, 2001) che rimanda a "due significati diversi: uno indica la conoscenza che un soggetto ha del proprio funzionamento cognitivo e di quello degli altri, il modo in cui può prenderne coscienza e tenerne conto (…); l'altro, più recente, indica i meccanismi di regolazione o di controllo del funzionamento cognitivo." (Albanese, Doudin e Martin, 1995) Le competenze metacognitive sono state sviluppate sia nei lavori di gruppo, soprattutto nelle fasi di rielaborazione e stesura del lavoro svolto, sia nelle discussioni, dove i bambini erano stimolati a riflettere su quanto fatto ripercorrendo le fasi del proprio lavoro cognitivo.

2.4 Uno sguardo alle attività

All'interno del percorso appena ricostruito sono state condotte molteplici attività. In questa sede, per ragioni di spazio, non sarà possibile analizzarle tutte nel dettaglio, pertanto ho deciso di procedere in due direzioni.
Innanzitutto ho realizzato uno schema in cui si trovano affiancati brevi descrizioni di tutte le attività ed obiettivi specifici che con ciascuna di esse si voleva raggiungere.
Poi ne ho presentate e discusse alcune che ritengo significative per dare un'idea più precisa del lavoro svolto ed avere dei punti di riferimento per le conclusioni. Seguendo l'ordine cronologico di realizzazione saranno approfonditi i test oggetto della microindagine condotta, i 5 problemi ed altre attività tra quelle proposte, scelte in base al gradimento e ai risultati conseguiti presso i bambini.
Per ogni attività si riportano una descrizione con indicazioni sulle modalità di svolgimento, seguite da alcune osservazioni e riflessioni su come vi hanno risposto i bambini: procedimenti e strategie attivati, interventi realizzati, risultati conseguiti.

2.4.1 Lo schema delle attività

ATTIVITA'	OBIETTIVI
Test iniziale	*Comprendere il livello di conoscenze e competenze dei bambini sugli argomenti oggetto del percorso, prima del mio intervento*
Primo problema, "IL CONTADINO JOHNNY": riconoscimento e costruzione di figure con un perimetro fissato	*Capire cos'è il perimetro di una figura e come si può misurare utilizzando i quadretti; comprendere l'isoperimetria ad un livello intuitivo*
Disegno di figure isoperimetriche e verifica della loro correttezza, utilizzando prima lo spago e poi il righello	*Consolidare il concetto di isoperimetria; affinare le capacità di misura e calcolo del perimetro, imparando ad utilizzare diverse unità e diversi strumenti di misura; comprendere la diversità tra lati "che seguono e che attraversano i quadretti"*
Misurazione del perimetro di ambienti ed oggetti reali, riutilizzando lo spago, il metro e il righello	*Affinare le capacità di misura e calcolo del perimetro, utilizzando al meglio gli strumenti di misura*
Gioco: far disegnare ai compagni una figura predisposta sulla carta quadrettata, utilizzando solo indicazioni verbali	*Migliorare la capacità di riconoscere segmenti "dritti" e "storti", lavorando sulla carta a quadretti; affinare il linguaggio geometrico*
Secondo problema, "IL CIRCUITO DI FORMULA UNO": confronto tra perimetri di figure descritte o disegnate	*Consolidare le capacità di misura e calcolo del perimetro, facendo riferimento a figure semplici e complesse*

ATTIVITA’	OBIETTIVI
Ripresa dei principali concetti emersi e costruzione insieme ai bambini di uno schema conclusivo	*Verificare che i bambini avessero compreso gli elementi fondamentali del percorso, svolgendo un lavoro metacognitivo; costruire le formule per il calcolo del perimetro delle figure “classiche”*
Calcolo di perimetri di figure con regolarità (simmetrie, parti che si ripetono)	*Trovare strategie per velocizzare il calcolo dei perimetri, analizzando le proprietà delle figure*
Terzo problema, “QUANTA ERBA PER LA MUCCA VIOLA!”: costruzione di figure isoperimetriche con una superficie sempre maggiore	*Capire cos’è l’area di una figura e come si può misurare utilizzando i quadretti; comprendere l’idea di area massima per un perimetro fissato*
Costruzione di figure con un numero fissato di quadretti di cartoncino e successiva rappresentazione su carta quadrettata	*Consolidare l’idea di area ed imparare a misurarla con un’unità di misura concreta; approcciarsi alla composizione e scomposizione di aree; comprendere il concetto di equiestensione*
Costruzione con quadretti di cartoncino e rappresentazione di figure che indaghino le possibili compresenze di isoperimetria, equiestensione e congruenza	*Consolidare i tre concetti e le loro relazioni nelle figure; affrontare nuovamente la misura del perimetro e dell’area*
Quarto problema, “UN NUOVO PAVIMENTO”: ricopritura di una superficie rettangolare con diverse unità di misura	*Consolidare l’idea di area come misura di una superficie; affinare le tecniche per la misura e il calcolo dell’area; provare ad utilizzare diverse unità di misura e rendersi conto di aver bisogno di una convenzionale*

ATTIVITA'	**OBIETTIVI**
Introduzione del cm^2 e costruzione concreta del m^2 con carta da pacchi	*Conoscere ed utilizzare l'unità di misura convenzionale per il calcolo di superfici*
Quinto problema, "TAGLIA E RITAGLIA": confronto tra aree, prima utilizzando la scomposizione e ricomposizione, poi la misura in cm^2	*Prendere maggior confidenza con la scomposizione e ricomposizione di figure, utile per il confronto e il calcolo di aree; provare ad effettuare misure in cm^2*
Misurazione di superfici di oggetti reali, utilizzando il dm^2 e il cm^2 costruiti con la carta millimetrata	*Padroneggiare meglio l'unità di misura convenzionale per il calcolo di aree, avendo la possibilità di maneggiarla concretamente*
Costruzione delle formule per il calcolo dell'area delle figure "classiche", utilizzando la scomposizione e ricomposizione delle figure	*Affinare la conoscenza delle figure "classiche" e delle loro proprietà; far proprie le formule per il calcolo veloce dell'area*
Test finale	*Comprendere il livello di conoscenze e competenze dei bambini sugli argomenti oggetto del percorso, dopo il mio intervento*
Discussione finale in grande gruppo: condivisione di vissuti, emozioni ed apprendimenti legati al percorso	*Far esprimere i bambini rispetto alla propria esperienza, affinando il lavoro metaconoscitivo; terminare il percorso e riflettere a caldo sui suoi punti di forza e di debolezza*

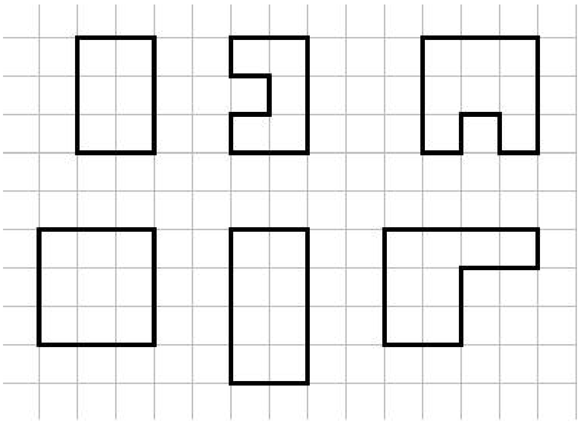
2.4.2 Il test iniziale

Come prima attività ho proposto alla classe un test per comprendere il punto di partenza, ovvero le conoscenze e competenze geometriche che i bambini possedevano prima del mio intervento. Di seguito sono riportati gli esercizi del test:

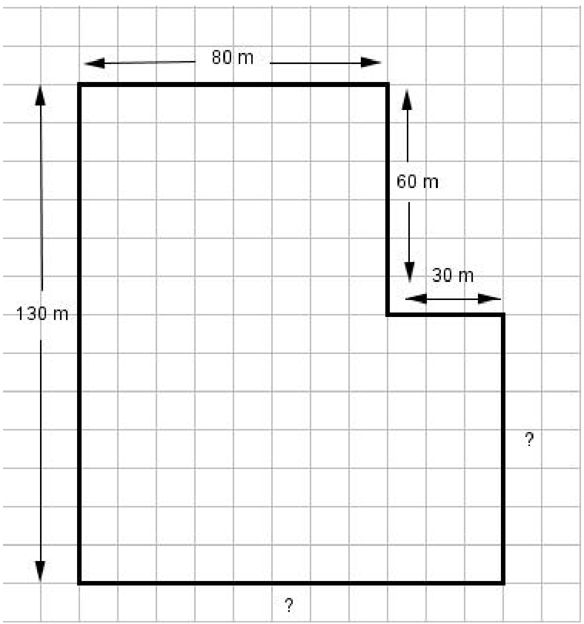
1) Un rettangolo ha la base lunga 12 centimetri e l'altezza lunga il doppio della base. Quanto misura il suo perimetro?

………………………………………………………………………………………………

2) Colora allo stesso modo le figure che hanno lo stesso perimetro:



3) Un contadino possiede un terreno che ha la forma disegnata qui sotto. Sono riportate alcune misure dei lati. Quale sarà il perimetro di tutto il terreno?



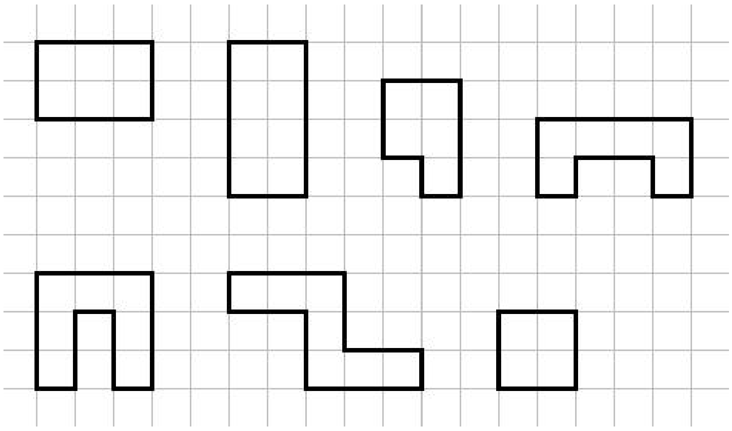
□ 400 m

□ 480 m

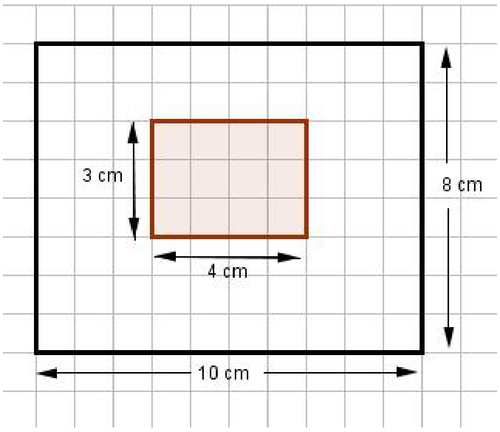
□ 520 m

□ 440 m

4) Colora la figura che occupa una superficie maggiore:

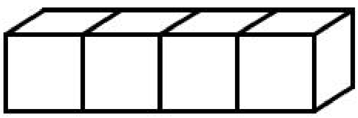


5) Giorgio prende un foglio rettangolare e colora al suo interno un altro rettangolo. Sul disegno sono riportate le misure dei rettangoli. Quanto misura l'area della parte del foglio che Giorgio non ha colorato, che quindi è rimasta bianca?



☐ 12 cm²
☐ 80 cm²
☐ 58 cm²
☐ 68 cm²

6) Gemma incolla 4 cubetti come è mostrato nella figura:



Poi colora l'intera figura di rosso. Quante facce dei 4 cubetti saranno colorate di rosso?

☐ 4
☐ 9
☐ 18
☐ 24

i. Descrizione dell'attività e modalità di svolgimento

Lo scopo dell'attività era costruire la microindagine da me condotta e descritta in §1.4; questa prevedeva la somministrazione di due test, uno all'inizio e uno al termine del percorso, nella classe dove ho svolto l'esperienza (la 5A della scuola di via Tajani) e in altre 4 classi di controllo (la 5B della scuola di via Tajani, la 5A, la 5B e la 5C della scuola di via Clericetti).

Le due scuole facevano parte dello stesso Circolo Didattico e condividevano alcuni principi educativi (cfr. 2.2); gli insegnanti che operavano sulla stessa fascia d'età stendevano insieme la programmazione annuale e mantenevano periodici contatti. Per questi motivi, ferma restando la libertà di insegnamento, tutte le classi indagate non avrebbero dovuto discostarsi molto per quanto riguardava i contenuti trattati negli anni.

Ciò che distingueva le realtà erano altre variabili:

- la scuola di via Clericetti è nata come scuola speciale per bambini ambliopi e negli anni ha mantenuto alcune configurazioni particolari, che l'hanno sempre distinta dalle altre scuole come quella di via Tajani: classi ridotte, con la presenza di uno o più bambini diversamente abili o con disturbi dell'apprendimento e del comportamento; tutti gli insegnanti, anche i titolari della classe, specializzati nel sostegno di bambini diversamente abili; una pratica didattica sempre attenta alle novità e alle sperimentazioni per rispondere ai bisogni e alle esigenze dei suoi bambini "speciali";
- nel caso specifico delle classi indagate, quelle di via Tajani non hanno avuto una continuità didattica nell'area matematico-scientifica dove si sono susseguiti diversi insegnanti nel corso degli anni; invece in tutte le classi di via Clericetti è rimasto lo stesso insegnante di ambito per almeno 3 anni;
- nelle classi di via Tajani proprio a causa di questa discontinuità è stato difficile risalire agli stili didattici adottati negli anni, mentre in quelle di via Clericetti, da ciò che ho potuto rilevare, vi era una convergenza di stili tra le tre insegnanti: tutte erano aperte a sperimentazioni e lavori con metodologie attive che nella pratica predominavano sulle attività più tradizionali; tutte avevano partecipato più volte ad iniziative come i giochi matematici promossi dall'Università di Milano ed avevano accolto nelle loro classi tirocinanti ed anche tesisti; inoltre due di loro avevano studiato nel mio corso di laurea,

da cui avevano assorbito linee di pensiero innovative sui versanti pedagogico, psicologico e didattico.
Queste informazioni saranno utili per l'interpretazione dei risultati conseguiti al termine del percorso; già in questa sede fanno però emergere un dato rilevante: nella microindagine ho dovuto basarmi su gruppi predefiniti (le classi) e quindi non mi è stato possibile partire da realtà equivalenti per certi parametri. Utilizzando i termini della pedagogia sperimentale non solo i campioni non erano probabilistici, cioè scelti a caso tra una popolazione in modo che fossero rappresentativi delle sue caratteristiche, ma anche l'assegnazione dei soggetti ai gruppi sperimentale e di controllo non è stata casuale. "L'assegnazione casuale alle condizioni previste" sarebbe la scelta migliore perché "aiuta a ridurre molte minacce alla validità interna" (Paoletti, 2006). Non sempre è però possibile operare in questo modo, soprattutto in un progetto come il mio; l'importante è tenerne conto in sede di interpretazione dei risultati.
Ritengo rilevante riportare anche un altro aspetto: se la mia idea iniziale era di confrontare una realtà scolastica basata su una pratica "tradizionale" con una basata su una pratica "innovativa", in realtà il modo di lavorare delle classi indagate non si presentava così agli antipodi. Fin da subito mi sono resa conto che ciò che avrebbe davvero distinto la 5A di via Tajani sarebbe stato il mio percorso, che sicuramente non sarebbe stato proposto con gli stessi termini nelle altre realtà.

Il test si componeva di esercizi piuttosto standard che prevedevano risposte multiple o chiuse; tutti sono stati da me elaborati, sebbene alcune idee siano state riprese da prove precedentemente consultate[3].
Nell'elaborazione dei quesiti ho fatto riferimento a quelle che ad oggi sono le più recenti Indicazioni fornite dal Ministero della Pubblica Istruzione (cfr. M.P.I., 2007), in particolare ai seguenti obiettivi che si ritrovano nella sezione di matematica:
- riconoscere, denominare e descrivere figure geometriche;
- misurare segmenti utilizzando sia il metro, sia unità arbitrarie e collegando le pratiche di misura alle conoscenze sui numeri e sulle operazioni;
- determinare il perimetro di una figura;

[3]Si vedano a proposito le risorse elettroniche citate in bibliografia.

- determinare l'area di rettangoli e triangoli e di altre figure per scomposizione.

Per quanto riguarda il procedere, a tutti gli alunni è stata messa a disposizione un'ora di tempo ed è stata consegnata una copia del test, insieme ad un foglio a quadretti che poteva essere utilizzato per riportare conti, disegni o tutto ciò che i bambini ritenessero opportuno per risolvere i quesiti.

Durante la prova sono stata sempre disponibile per richieste personali, che non presupponevano però la possibilità di avere suggerimenti sui contenuti indagati.

ii. Osservazioni sulle risposte dei bambini

Per riportare i risultati in termini quantitativi e consentire quindi un confronto più immediato tra le classi, ho proposto un test con risposte multiple e chiuse ed ho elaborato una scala di valutazione che prevedeva i seguenti criteri, esplicitati anche nella legenda relativa alla tabella 1:

- ad ogni risposta corretta era assegnato 1 punto;
- ad ogni risposta errata e ad ogni assenza di risposta erano assegnati 0 punti;
- negli esercizi 2 e 4 era possibile ottenere un punteggio compreso tra 0 e 1 se la risposta data presentava degli aspetti corretti e degli aspetti errati.

I risultati sono riportati nella tabella 1, grazie alla quale è possibile mettere a confronto le varie classi sulle percentuali di risposte corrette ed errate fornite alle diverse domande e sulla media dei punteggi ottenuti.

Il primo elemento da notare, come anticipato, è che le classi non erano composte dallo stesso numero di bambini, a causa della diversa storia delle due scuole. C'è da aggiungere che in quest'occasione erano assenti un bambino della 5B di via Tajani e due bambini della 5B di via Clericetti che ritroveremo nel test finale, mentre altri alunni non hanno partecipato alla microindagine su richiesta delle insegnanti: si tratta di tre bambini diversamente abili, ciascuno appartenente ad una delle classi di via Clericetti.

Classi	Numero bambini	Esercizio 1*			Esercizio 2*							Esercizio 3*		
		sì	no	NR	A (sì)	B	C	D	E	F (no)	NR	sì	no	NR
5A Tajani	23	39,1	56,5	4,3	4,3	8,7	4,3	0	26,1	56,5	0	69,5	30,4	0
5B Tajani	20	65	30	5	15	0	10	0	55	15	5	60	40	0
5A Clericetti	16	56,25	37,5	6,25	18,75	0	18,75	6,25	50	6,25	0	87,5	6,25	6,25
5B Clericetti	15	60	33,3	6,6	20	6,6	6,6	0	33,3	33,3	0	60	26,6	13,3
5C Clericetti	16	18,75	81,25	0	6,25	6,25	6,25	6,25	56	12,5	6,25	68,75	25	6,25
Totale classi	90	47,8	47,8	4,4	12,2	4,4	8,9	2,2	41,1	28,9	2,2	68,9	26,7	4,4

Classi	Numero bambini	Esercizio 4*				Esercizio 5*			Esercizio 6*			Punteggio medio
		sì	sì/no	no	NR	sì	no	NR	sì	no	NR	
5A Tajani	23	43,4	8,7	47,8	8,7	39,1	56,5	4,3	17,4	82,6	0	**2,3**
5B Tajani	20	80	0	15	5	15	60	25	15	85	0	**2,67**
5A Clericetti	16	68,75	0	25	6,25	62,5	25	12,5	56,25	43,75	0	**3,74**
5B Clericetti	15	53,3	0	26,6	20	20	26,6	53,3	26,6	66,6	6,6	**2,56**
5C Clericetti	16	75	6,25	12,5	6,25	43,75	50	6,25	31,25	68,75	0	**2,69**
Totale classi	90	63,3	3,3	24,4	8,9	35,5	45,6	18,9	27,8	71,1	1,1	**2,75**

* Dati in percentuale

LEGENDA		
Simbolo	**Significato dei punteggi attribuiti agli esercizi**	**Punti**
sì	Risponde in modo corretto	1
no	Risponde in modo sbagliato	0
NR	Non risponde	0
A	Individua correttamente tutte le figure isoperimetriche	1
B	Individua correttamente due coppie o tre figure isoperimetriche	0,8
C	Individua correttamente due figure isoperimetriche	0,6
D	Individua correttamente due coppie o tre figure isoperimetriche, ma fa altri errori	0,4
E	Individua correttamente due figure isoperimetriche, ma fa altri errori	0,2
F	Non individua correttamente alcuna figura isoperimetrica	0
sì / no	Individua la figura con area maggiore, ma la affianca ad un'altra	0,5

Tabella 1. Gli esiti del test iniziale

Come si può notare dai dati raccolti il test è risultato accessibile ai bambini, anche se ha comportato loro diverse difficoltà; infatti la media dei punteggi ottenuti nel complesso è inferiore alla metà del punteggio totale che si sarebbe potuto ottenere: 2,75 su 6 punti. Prendendo questo numero come riferimento si può vedere come le classi si siano suddivise in tre sottogruppi:

- la 5A di Clericetti ha ottenuto un punteggio molto superiore alla media (+0,99 punti);
- la 5B di Tajani, la 5B e la 5C di Clericetti hanno ottenuto un punteggio leggermente inferiore alla media (rispettivamente -0,08, -0,19 e -0,06 punti);
- la 5A di Tajani ha ottenuto un punteggio un po' inferiore alla media (-0,45 punti).

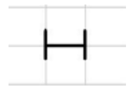
La classe sperimentale, la 5A di via Tajani, è partita quindi con un evidente svantaggio rispetto ai gruppi di controllo, in particolare rispetto alla 5A di via Clericetti. È qui che si manifesta quanto detto sopra a proposito della mancata equivalenza iniziale delle classi: i dati mostravano che queste non solo erano composte da un diverso numero di alunni, ma avevano anche un diverso livello di preparazione iniziale.

Se poi si vanno ad analizzare le risposte date ai diversi quesiti, si può vedere come gli esercizi in cui il gruppo sperimentale ha ottenuto i risultati peggiori sono i numeri 2 e 4; infatti qui la percentuale di risposte sbagliate è superiore alla media rispettivamente del 27,6% e del 23,4%. È interessante notare come si tratti degli esercizi che richiedevano dimestichezza nel trattamento delle figure sulla carta quadrettata; si avrà modo di verificare i cambiamenti a proposito negli esiti del test finale (cfr. 2.4.11).

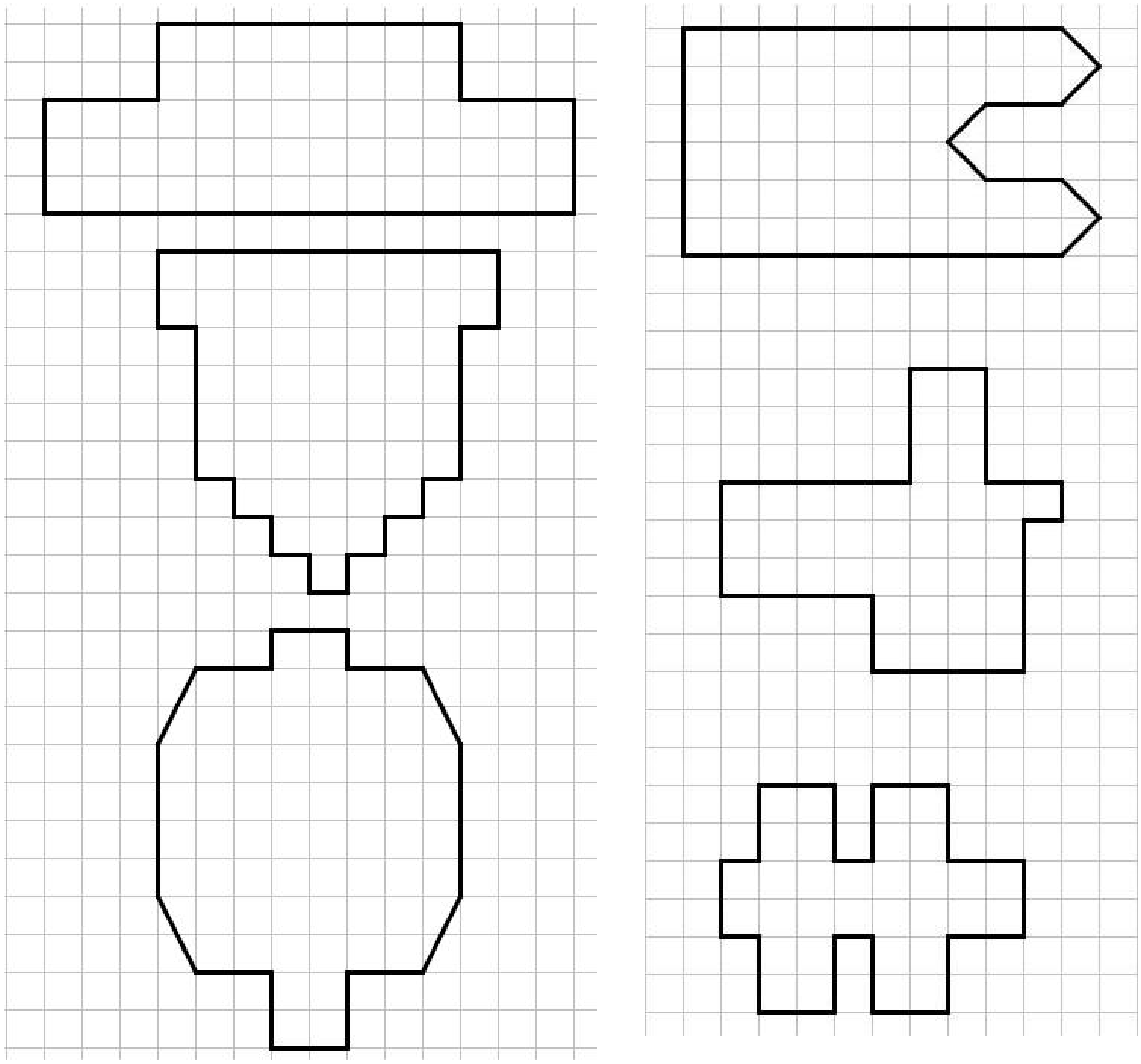
2.4.3 Il primo problema: "Il contadino Johnny"

Il percorso ha avuto inizio con un problema, che è stato presentato ai bambini come segue senza alcuna lezione introduttiva (cfr. 2.4.1):

Il contadino Johnny vuole costruire un nuovo recinto per le sue pecore; guarda nel granaio e trova 36 pezzi di staccionata tutti uguali, lunghi come questo:



Li può combinare come vuole, collegandoli dalle estremità. "L'importante" dice tra sé e sé "è che le pecore non scappino durante la notte, così potrò dormire tranquillo!" Comincia a pensare a diverse forme, ma si rende conto che non riesce a realizzarle tutte… Secondo voi quale o quali tra queste forme Johnny potrà dare al recinto, se vuole utilizzare tutti i pezzi della staccionata?



Riuscite a trovare altre forme da suggerire a Johnny, che utilizzino tutti i pezzi della staccionata?

i. Descrizione dell’attività e modalità di svolgimento

Il problema utilizzava l’immagine familiare del recinto, composto da pezzi di staccionata, per introdurre i concetti geometrici di perimetro e figure isoperimetriche; infatti la richiesta era di riconoscere e costruire figure con un perimetro fissato. Il mio intento era partire da qualcosa di conosciuto per far emergere preconoscenze ed esperienze dei bambini ed arrivare alle prime idee, anche se poco formalizzate, sugli argomenti.

Coerentemente con la complessità che contraddistingue i veri problemi, ho deciso di utilizzare figure non regolari e con alcuni lati “storti”, che “attraversavano” i quadretti; i bambini sono stati quindi subito posti di fronte alle difficoltà che può comportare la misura del perimetro in quadretti.

Il testo del problema è stato consegnato ai gruppi di bambini insieme a della carta quadrettata. Non sono stati messi a disposizione altri materiali specifici ma è stata data la possibilità, in questo come negli altri problemi, di utilizzare qualsiasi strumento e percorrere qualsiasi strada i bambini ritenessero opportuno per arrivare alla soluzione.

ii. Osservazioni sulle risposte dei bambini

Le prime osservazioni hanno confermato la mancata abitudine della classe a lavorare con metodologie attive, che si è manifestata mediante l’assenza di atteggiamenti condivisi. Infatti nei piccoli gruppi i bambini hanno presentato comportamenti eterogenei e contrastanti: alla concentrazione sul compito osservata in alcuni di loro si è contrapposta la distrazione di altri; la collaborazione di alcuni si è compensata con la competizione di altri; l’autonomia di alcuni si è scontrata invece con la necessità di far più volte riferimento alla mia presenza in altri. All’interno dei gruppi sono emersi dei leader, che hanno in qualche modo preso in mano la situazione, anche se non sempre hanno portato i compagni verso il dialogo e la cooperazione.

Anche durante la discussione collettiva i bambini non si sono comportati tutti allo stesso modo: pochi di loro, soprattutto i leader dei gruppi, hanno realizzato la maggior parte degli interventi, mentre gli altri hanno fatto fatica ad esporsi volontariamente e a dare il proprio contributo attivo. Inoltre, sia nelle risposte date per iscritto sia negli interventi orali, quasi tutti i bambini hanno avuto difficoltà ad esprimersi, sono stati sintetici e poco precisi.

Guidati anche dall'immagine del recinto i bambini hanno identificato il perimetro come contorno delle figure ("È la linea di confine del recinto" ha detto ad esempio uno di loro) ed hanno cercato dei modi per misurarlo, utilizzando l'unità di misura dei quadretti, come lo stesso testo del problema suggeriva. Nonostante l'argomento fosse già stato trattato al termine della classe quarta non tutti i bambini avevano però le idee chiare, tanto è vero che i procedimenti e i risultati ottenuti sono stati diversi.
Le modalità di lavoro sono state le seguenti:
- suddivisione dei recinti in segmenti corrispondenti all'unità di misura (pezzo di staccionata) e conteggio del numero di segmenti contenuti in ogni recinto [1 gruppo];
- conteggio dei quadretti che contornavano le figure dall'esterno ("i quadretti sulla riga", come li ha chiamati una bambina durante la discussione), includendo o escludendo quelli che si trovavano all'incrocio dei lati (quelli "agli angoli", come hanno detto diversi bambini) [3 gruppi];
- conteggio dei quadretti che contornavano le figure dall'interno [1 gruppo].

In questa prima attività la discussione collettiva ha confermato quanto sia produttivo un modo di lavorare che pone al centro i bambini e in cui l'insegnante interviene ma "non troppo né troppo poco, in modo che lo studente possa sostenere una *parte ragionevole di lavoro*." (Polya, 1967) Infatti, seguendo quanto prevede la didattica per problemi, non ho svelato subito quali fossero le risposte corrette, ma ho lasciato che i bambini discutessero, cercando di esplicitare le proprie argomentazioni per sostenere i vari modi di procedere. Dopo molto tempo e difficoltà, passando attraverso confronti e scontri, si è potuti arrivare a regole condivise che permettessero di avere basi comuni su cui costruire i successivi apprendimenti. Queste prime conclusioni appaiono significative proprio in quanto sono emerse dal ragionamento dei bambini:
- misurare la lunghezza di un recinto equivale a misurare il perimetro di una figura, ovvero la linea di confine, di contorno che la delimita;

- per calcolare quanti pezzi di staccionata ci stanno in un recinto, quindi quante unità di misura ci stanno nel perimetro della figura da esso formata, si possono contare le linee, i segmenti che compongono la figura; come ha affermato un bambino durante la discussione, riferendosi a precedenti interventi dei compagni sul conteggio dei quadretti: “per non contare né dentro né fuori conti proprio la riga”;
- l’alternativa è contare i quadretti che contornano esternamente la figura, facendo attenzione a non considerare quelli “negli angoli”, ovvero quelli a cui non corrisponde un segmento nella figura (cfr. fig.1). Fanno eccezione gli angoli che creano delle rientranze nella figura, i cui quadretti andranno contati 2 volte (cfr. fig.2);
- i lati “storti”, che attraversano i quadretti, misurano diversamente dai lati “dritti”, che seguono i quadretti. Questo, come avevo previsto, è stato il nodo più difficile da affrontare ed infatti è stato ripreso diverse volte nelle attività successive; in quest’occasione, per rendere la differenza più evidente agli alunni, ho consegnato le stesse figure presenti nel problema, ma riprodotte su una quadrettatura più grande.

I bambini hanno cominciato ad utilizzare il righello per le misure dei lati ed alcuni di loro hanno mostrato di aver compreso il nodo cognitivo con interventi del tipo “La diagonale vale 1 e mezzo. Il quadretto vale solo 1”. Considerando come unità di misura il quadretto, l’approssimazione a 1,5 del segmento che equivarrebbe a $\sqrt{2}$ è molto valida, ancor più se si pensa che sia emersa nella prima attività proposta.

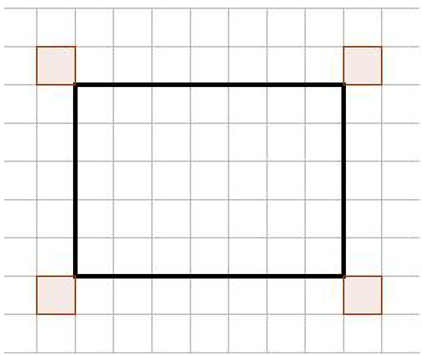


Figura 1. I quadretti colorati non devono essere contati per il calcolo del perimetro.

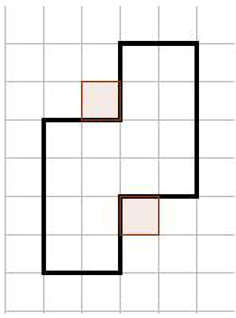


Figura 2. I quadretti colorati devono essere contati due volte per il calcolo del perimetro.

2.4.4 La misurazione del perimetro di ambienti ed oggetti reali

i. Descrizione dell'attività e modalità di svolgimento

Come anticipato in §2.3 la parte principale del progetto era basata sulla risoluzione di problemi; tuttavia tra un problema e l'altro ho ritenuto necessario proporre altre attività, progettate in funzione di quanto emergeva dalle esperienze: apprendimenti, difficoltà, dubbi, risposte dei bambini.

Analizzando i risultati del primo problema ho ritenuto opportuno svolgere diverse attività che consentissero ai bambini di fare esperienza del perimetro da più punti di vista. Per aiutare gli alunni ad interiorizzare i concetti di perimetro ed isoperimetria, migliorando le loro capacità di misura e calcolo della grandezza, ho proposto due attività pratiche. Nella prima i bambini hanno potuto fare esperienze manipolative, misurando i perimetri di figure disegnate prima con pezzi di spago e poi con il righello. Nella seconda l'attenzione è stata spostata su oggetti ed ambienti della vita scolastica; i bambini erano invitati a misurare il perimetro delle figure da questi formate.

Successivamente, per affrontare più da vicino il nodo cognitivo dei lati "dritti" e "storti", che fin da subito aveva creato delle difficoltà, i bambini hanno lavorato sulla descrizione verbale di figure predisposte sulla carta quadrettata. L'occasione è stata proficua per gli alunni non solo per imparare a riconoscere le "diverse obliquità" dei segmenti, ma anche per affinare il linguaggio geometrico posseduto; infatti i bambini erano portati ad utilizzare termini corretti per dare le indicazioni ai compagni sulle figure da disegnare.

Per ragioni di spazio sarà descritta nei particolari solo la seconda di queste attività, che ho scelto in quanto è risultata più significativa ed ha riscosso un maggior successo nei bambini. Agli alunni è stato richiesto di misurare il perimetro delle figure formate nel piano da alcuni ambienti ed oggetti reali, presenti nei locali scolastici in cui i bambini vivevano quotidianamente: l'aula della classe, l'atrio-corridoio antistante ed un'altra aula, che si trovava vicino a questi due spazi. È stata fornita un'ora di tempo per effettuare le misure e trascrivere procedimenti attivati e risultati ottenuti; i materiali messi a disposizione sono stati righe e squadre, due metri pieghevoli, spago e scotch.

Gli ambienti e gli oggetti sono stati scelti in modo da porre i bambini di fronte a figure più o meno regolari, con parti dritte e curve, che ponevano qualche difficoltà nella

misura. Si trattava di: una lavagna, la cui superficie aveva una forma rettangolare ma con gli spigoli arrotondati; un armadio, la cui faccia rivolta verso gli alunni aveva una forma rettangolare ma che si snodava “in altezza”; due isole di banchi, che formavano figure con i lati dritti ma con forme non regolari; l’atrio-corridoio, suddiviso tra due gruppi, che era piuttosto ampio e aveva le pareti leggermente incurvate; un’aula, la cui pianta era a forma trapezoidale. Inoltre negli ambienti le difficoltà aumentavano per la presenza di oggetti che si appoggiavano alle pareti, come armadi e caloriferi.
Questi aspetti dell’attività sono stati progettati per introdurre un grado di difficoltà adeguato alla situazione-problema proposta; con questo termine faccio riferimento ad un’esperienza in cui l’alunno sia “posto di fronte a una difficoltà, un ostacolo che egli vive come una contraddizione (…) e che rimette in causa ciò che egli pensa, crede di sapere, dice” (de Vecchi e Carmona-Magnaldi, 1999). L’attività non prevedeva un semplice esercizio, in quanto ai bambini non era richiesto di applicare un metodo che conoscevano a situazioni simili a quelle già proposte; piuttosto era loro richiesto di utilizzare ciò che avevano imparato a fare in un contesto nuovo, reale, difficile.

ii. Osservazioni sulle risposte dei bambini

Tutti gli alunni hanno risposto all’attività con entusiasmo e sono apparsi coinvolti, si sono suddivisi equamente i materiali a disposizione ed hanno iniziato subito a lavorare. La proposta è stata tanto gradita che diversi gruppi hanno chiesto di poter continuare a lavorare anche quando avrebbero potuto fermarsi per aspettare i compagni.
Gli alunni erano stati suddivisi in gruppi da 3 individui, per consentire una miglior ripartizione dei ruoli e una maggior partecipazione di tutti in un’attività così pratica. La scelta si è rivelata valida, in quanto i bambini sono riusciti a lavorare bene, sperimentando in prima persona le misurazioni concrete e le difficoltà ad esse associate.
Non solo le modalità di lavoro ma anche i risultati sono stati buoni: i bambini hanno infatti utilizzato proficuamente gli elementi acquisiti nel percorso. Analogamente a quanto sperimentato nel primo problema (cfr. 2.4.3), diversi gruppi hanno proceduto scegliendo un’unità di misura -di solito la lunghezza della riga o della squadra a disposizione- e ricercando quante volte poteva essere riportata nell’intera lunghezza del perimetro. Spesso i bambini si sono aiutati disegnando delle tacche sulla linea indagata;

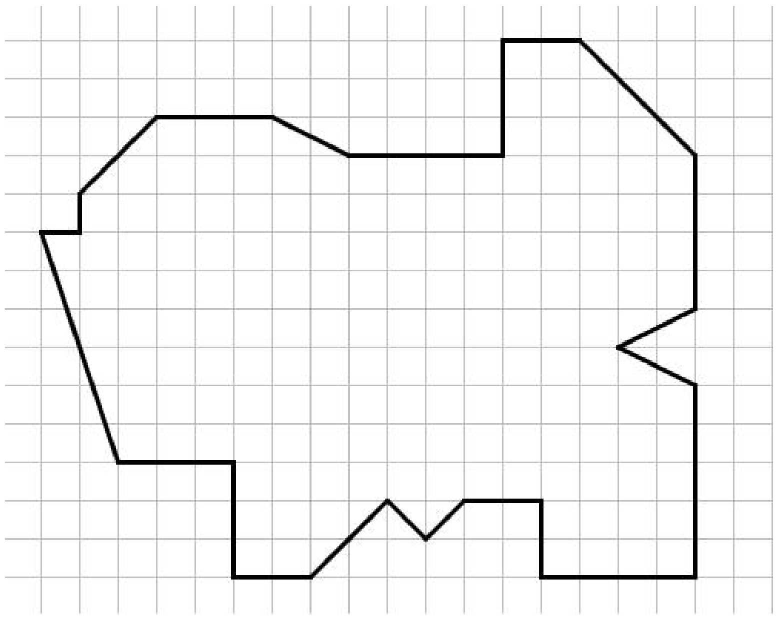
ha scritto ad esempio un gruppo: “abbiamo appoggiato il righello di 30 cm sullo spago segnando con un pennarello ogni 30 cm.” Ricordando invece l’esperienza manipolativa svolta in precedenza con lo spago ed accennata all’inizio di questo paragrafo, un gruppo ha utilizzato il materiale per misurare le parti curve della lavagna: dopo aver tagliato il pezzo di spago necessario per circondare la parte interessata della figura, lo ha teso e ne ha misurato la lunghezza con un righello. Si ritrova questo procedimento anche nel resoconto, dove i bambini hanno scritto tra le altre cose “con lo spago abbiamo misurato gli angoli esterni circolari.”
Questi rimandi mostravano l’apprendimento dei bambini, i quali avevano interiorizzato gli aspetti proposti fino a quel momento (concetto, misura e calcolo del perimetro, uso degli strumenti di misura) ed erano in grado di spenderli in nuovi contesti.
Gli alunni hanno anche cominciato ad utilizzare i primi “trucchi” per velocizzare i calcoli, sfruttando le regolarità delle figure ed evitando così di misurarne tutti i lati. Ha riportato il gruppo a cui è stato assegnato l’armadio: “È stato facile perché era un rettangolo, perciò abbiamo raddoppiato i lati”. Non tutti però hanno applicato delle strategie per il calcolo veloce: un gruppo, pur in presenza di un rettangolo, ha sommato le misure di tutti i lati; più di un gruppo ha riportato diverse volte l’unità di misura nell’intera lunghezza ma poi, piuttosto che operare con una semplice moltiplicazione, ha proceduto addizionando ogni volta lo stesso numero al risultato precedente.

L’attività è stata proficua anche nel confronto collettivo, dove i bambini hanno avuto la possibilità di esplicitare e rendersi consapevoli delle proprie difficoltà, emerse dal contatto con il mondo reale: le misure negli ambienti grandi risultavano approssimate ed imprecise; non era facile misurare i lati curvi, in particolare con strumenti “rigidi” come il metro; non sempre nella realtà le figure erano omogenee, ma potevano presentare degli spazi vuoti o delle irregolarità; ci potevano essere degli ostacoli che rendevano complessa la misura; potevano sorgere ulteriori difficoltà se non si aveva dimestichezza con gli strumenti di misura. Alcuni di questi aspetti sono emersi anche negli elaborati dei bambini, dove la consapevolezza metacognitiva traspare da frasi del tipo: “Abbiamo trovato degli ostacoli ma abbiamo continuato misurando gli ostacoli come se fossero muro” o “Tra i banchi ci sono degli spazi, noi li abbiamo calcolati.”

2.4.5 Il secondo problema: "Il circuito di Formula Uno"

In seguito allo svolgimento delle tre attività descritte in §2.4.4, che hanno consentito ai bambini di fare esperienza del perimetro da più punti di vista, è stato proposto il secondo problema, di cui si riporta il testo:

Andrea, Luca e Matteo sono 3 piloti di Formula Uno, ma anche 3 grandi amici, che si sfidano spesso per tenersi in allenamento.
Per la nuova gara ciascuno di loro propone un diverso circuito:
<Il percorso che ho scelto io forma a terra un rettangolo> dice Andrea <con la base lunga 550 metri e l'altezza lunga il doppio della base.>
<Anche il mio è a forma rettangolare> ribatte Luca <ma l'altezza è lunga 300 metri e la base è lunga 4 volte l'altezza.>
<Come siete banali!> aggiunge Matteo, che è sempre stato l'amico più originale.
<Il percorso che ho scelto io non ha una forma così semplice…penso proprio che ve lo disegnerò!>



Nota:  *equivale a 50 metri*

<Con questo percorso non solo ci divertiremo di più, ma percorreremo anche più strada ad ogni giro rispetto ai vostri circuiti!>
Secondo voi ha ragione Matteo? Il suo percorso è davvero il più lungo tra i 3?

i. Descrizione dell’attività e modalità di svolgimento

Il problema richiedeva di confrontare le lunghezze di 3 circuiti automobilistici, ovvero il perimetro delle 3 figure che questi formavano a terra.

L’argomento trattato era lo stesso del primo problema ma in confronto ad esso erano aumentate le difficoltà: solo una figura era disegnata mentre le altre erano semplicemente descritte a parole; il terzo circuito aveva una forma più complessa di quelle presenti nel primo problema, con più lati, molti dei quali erano “storti”; nonostante la presenza della carta quadrettata il problema richiedeva di gestire un rapporto di scala e passare alla misura in metri. Le aggiunte sono state fatte tenendo in considerazione le esperienze svolte in precedenza ed adeguando la proposta al momento del percorso in cui si inseriva. L’obiettivo dell’attività quindi non era più, come nel primo problema, introdurre un nuovo argomento, facendo emergere preconoscenze ed esperienze dei bambini a riguardo; si trattava piuttosto di consolidare le capacità già mostrate dagli alunni, permettendo loro di spenderle in un nuovo contesto.

Il testo del problema è stato consegnato ai gruppi di bambini insieme a della carta quadrettata e ad un’immagine ingrandita del terzo circuito, rappresentato su una griglia con quadretti di lato 1 cm. Questa scelta è stata compiuta considerando l’utilità che avevano avuto le figure ingrandite nella discussione sul primo problema; infatti grazie ad esse i bambini erano riusciti a cogliere meglio alcune proprietà delle figure, in particolare la differenza tra lati “dritti” e “storti”.

ii. Osservazioni sulle risposte dei bambini

Per quanto riguarda il lavoro in piccoli gruppi ho trovato i bambini maggiormente collaborativi rispetto ai riscontri del problema precedente. Tra le due esperienze era trascorso circa un mese di tempo, nel quale si erano svolti altri lavori di gruppo che sicuramente hanno contribuito all’evolversi della situazione.

In quest’occasione non ho più osservato la presenza di leader che prendevano in mano l’intera situazione; rimanevano le personalità forti, ma i componenti dei gruppi tendevano a confrontarsi per le idee e i procedimenti risolutivi, oltre che a suddividersi maggiormente i compiti. Non tutti però avevano ancora chiaro cosa significasse lavorare in gruppo, per cui non sempre si riscontrava uno scambio genuino di opinioni e i

bambini tendevano ad accontentarsi della prima risposta trovata: ho osservato solo un gruppo calcolare più volte il perimetro, accorgendosi dei risultati contrastanti.
I bambini presentavano ancora difficoltà a lavorare con tutti i propri compagni: se i componenti di un gruppo erano particolarmente entusiasti e motivati in quanto erano amici e andavano molto d'accordo, un altro gruppo non è riuscito a funzionare bene. Infatti tra questi bambini si è creato qualche contrasto che ha rallentato il lavoro, sono emerse difficoltà ad iniziare e a mantenere l'attenzione sul compito e non si sono osservati comportamenti volti ad integrare nel lavoro M., che spesso si distraeva e metteva in atto comportamenti scorretti.

È utile distinguere i modi di procedere che i gruppi hanno adottato relativamente alle prime due figure, semplici rettangoli le cui caratteristiche erano descritte verbalmente, da quelli utilizzati per il calcolo del perimetro dell'ultima figura, irregolare e rappresentata sulla carta a quadretti.
Per quanto riguarda i circuiti rettangolari:
- due gruppi hanno disegnato i due rettangoli sulla carta quadrettata, seguendo le indicazioni riportate dal testo e mantenendo il rapporto di scala valido anche per la terza figura (1 quadretto=50 metri); a questo punto hanno trovato le misure di tutti i lati e le hanno addizionate tra loro per ottenere i risultati;
- un gruppo ha lavorato sulle figure ma non le ha rappresentate in scala sulla carta quadrettata; nell'elaborato prodotto si ritrovano solo dei disegni a matita su un foglio bianco, che mostrano come a questi bambini sia bastato farsi un'idea di come fossero i rettangoli per trovare i risultati cercati;
- due gruppi hanno tentato di fare dei calcoli senza basarsi su alcun disegno: i bambini hanno calcolato correttamente le dimensioni mancanti dei rettangoli (l'altezza nel primo e la base nel secondo), ma si sono fermati a questo punto. Ha affermato ad esempio uno di loro durante la discussione: "Ci diceva che per Andrea la base era lunga 550 m e l'altezza era il doppio della base e abbiamo fatto 550+550. Invece per Luca diceva che la base era lunga 300 m e l'altezza era 4 volte la base, quindi abbiamo fatto 300x4." I bambini non si sono resi conto che il confronto tra circuiti andava fatto per tutta la loro lunghezza, equivalente al perimetro della figura.

I primi tre gruppi citati, a parte un errore di calcolo, sono arrivati a risultati corretti, mentre gli altri due hanno ottenuto risultati sbagliati per il semplice fatto che si sono limitati a misurare un lato delle figure e non i loro interi perimetri.

Per quanto riguarda invece il circuito irregolare:

- tre gruppi hanno misurato tutti i lati dell'immagine in centimetri, quindi li hanno sommati ed hanno moltiplicato il valore finale per 50;
- un gruppo prima ha misurato le linee "dritte" contando i quadretti corrispondenti; poi ha misurato i lati "storti" con il righello; quindi ha addizionato questi risultati (utilizzando la figura ingrandita 1 quadretto equivaleva ad 1 cm) ed ha moltiplicato il valore finale per 50. Un componente del gruppo durante l'esposizione alla classe ha affermato: "Per capire invece il percorso di Matteo abbiamo prima contato i quadretti della figura senza contare i lati obliqui, poi abbiamo preso il righello e abbiamo misurato tutti i lati obliqui. Li abbiamo sommati tutti e ci è venuto 26,8";
- un gruppo ha cominciato a misurare i lati in centimetri e poi, rendendosi conto che ogni centimetro corrispondeva a 50 metri, ha continuato riportando le misure in metri direttamente su un foglio ed addizionandole man mano.

Nessun gruppo è arrivato al risultato esatto del perimetro della figura, il cui raggiungimento avrebbe richiesto un'estrema precisione e a voler essere puntigliosi anche la conoscenza dei numeri irrazionali, non prevista per i bambini di scuola primaria. Difatti per risolvere il problema era sufficiente una misura adeguatamente approssimata, che consentisse di collocare la lunghezza del terzo circuito in mezzo a quelle degli altri due.

Tutti si sono però avvicinati al valore richiesto ad esclusione di un gruppo, che aveva lavorato con la figura a quadretti piccoli ma aveva utilizzato la scala valida per i quadretti grandi (1 cm=50 metri); il risultato a cui era arrivato equivaleva quindi all'incirca alla metà di quelli trovati dagli altri gruppi.

In quest'attività, data la relativa omogeneità di risposte, la discussione è stata meno significativa rispetto a quella del precedente problema; è infatti mancato il confronto tra diverse tesi argomentate e i bambini hanno concordato presto una visione comune, appoggiandosi sulle conoscenze che possedevano riguardo al perimetro delle figure.

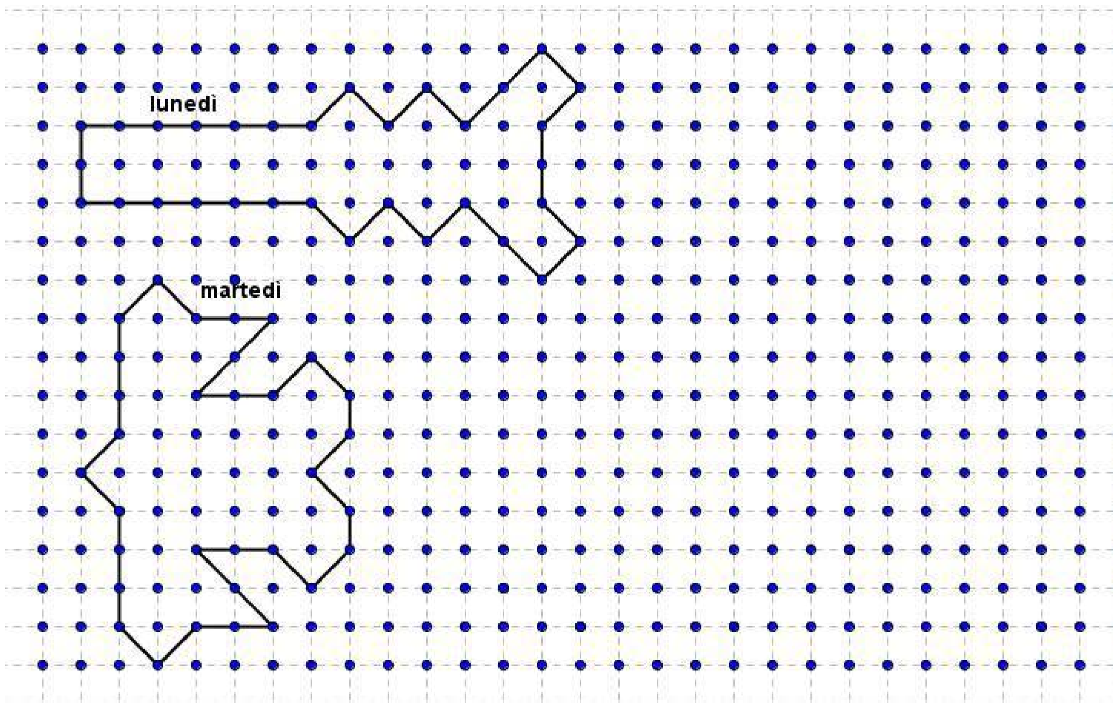
Complessivamente direi quindi che il livello di difficoltà è risultato adeguato alla situazione cognitiva degli alunni: il problema li ha stimolati con le sue complessità ma alla fine è risultato accessibile a tutti i gruppi. Da un lato i bambini hanno affrontato il vecchio argomento del perimetro mettendo in campo le conoscenze possedute sul concetto, sulle misure, sulla differenza tra lati "dritti" e "storti", elaborando strategie e procedimenti risolutivi coerenti. D'altro canto hanno risposto in modo adeguato anche al nuovo argomento della riduzione in scala: i vari gruppi hanno maneggiato adeguatamente i passaggi aritmetici dalla figura disegnata a quella "reale" e negli elaborati si trovano frasi di conferma del tipo "50 è l'equivalente di un quadretto".
L'unico neo ha riguardato la presenza negli elaborati di schematismi sui problemi: in due casi i bambini hanno cercato di riportare la situazione incontrata alla successione di dati, ragionamento/procedimento e soluzione/risposta; sono emerse inoltre le tendenze ad indicare ogni dato come "numero di…" o ridurre la risoluzione del problema ad operazioni tra i numeri. I bambini utilizzavano questi accorgimenti in modo meccanico e routinario, come se fosse scontato ritrovarli in tutte le situazioni problematiche. Nonostante gli schematismi non bloccassero i procedimenti risolutivi, costringevano comunque gli alunni a rinchiuderli in rigidi contenitori, facendo perdere le tracce negli elaborati della spontaneità che aveva contraddistinto il loro lavoro.

A questo punto del percorso i bambini avevano mostrato di possedere le conoscenze e le competenze di base sull'argomento del perimetro; al problema è quindi seguita un'attività conclusiva, volta a riprendere gli aspetti fondamentali trattati e ad inserirli in un cartellone, che è diventato una risorsa accessibile all'intera classe.
Sfruttando un'ultima ora a disposizione è stato possibile anche proporre un'ulteriore attività, che richiedeva di calcolare i perimetri di figure con regolarità nel modo più veloce possibile. L'intento era portare tutti i bambini ad utilizzare più spontaneamente strategie per il calcolo veloce dei perimetri; avevo infatti osservato in precedenza che solo alcuni di loro adoperavano dei "trucchi" in modo naturale.
Al termine di queste proposte i tempi erano maturi per introdurre il nuovo argomento oggetto del percorso: l'area di figure piane.

2.4.6 Il terzo problema: "Quanta erba per la mucca Viola!"

Analogamente a quanto fatto per il perimetro anche l'argomento dell'area è stato introdotto direttamente da un problema, di cui si riporta il testo:

Nonna Lina possiede un grande frutteto, con gli alberi allineati molto bene e rappresentati dai punti nella figura sottostante.
Lunedì crea un recinto per consentire alla sua mucca Viola di brucare un po' di erba. Usa 32 pali di legno, 16 più lunghi e 16 più corti, che sistema in modo da collegare tra loro i tronchi degli alberi.
Lunedì sera Viola ha mangiato tutta l'erba contenuta nel recinto, ma ha ancora fame.
Così martedì nonna Lina decide di costruire un nuovo recinto, utilizzando gli stessi 32 pali, ma racchiudendo una superficie più ampia; anche questa volta, però, l'erba non è abbastanza e Viola ha ancora fame.
Ogni giorno della settimana Nonna Lina costruisce un nuovo recinto, aumentando via via la quantità di erba brucabile...
Nella figura sono rappresentati i recinti costruiti lunedì e martedì:



Riuscite a dare a nonna Lina delle proposte di recinti per i vari giorni della settimana?
Qual è il recinto contenente più erba che può costruire domenica?
Ricordate che ha a disposizione solo i 32 pali di legno.

i. Descrizione dell'attività e modalità di svolgimento

Il problema è stato pensato come attività-ponte che avrebbe permesso la ripresa dell'argomento del perimetro e contemporaneamente l'introduzione di quello dell'area. Infatti ciò che richiedevano le domande era di costruire figure isoperimetriche ma con una superficie sempre maggiore, fino ad arrivare alla superficie massima.

Similmente al primo problema sono state introdotte delle immagini familiari (il frutteto e l'erba brucabile) per far emergere preconoscenze ed esperienze pregresse dei bambini; a partire da queste l'obiettivo era far comprendere cosa fosse l'area di una figura e come si potesse misurare usando i quadretti.

Tenuto conto delle problematiche riscontrate nelle esperienze precedenti, ho deciso di riproporre in questo contesto il nodo cognitivo dei lati "dritti" e "storti", per permettere ai bambini di interiorizzarlo meglio. Inoltre ho introdotto un'ulteriore difficoltà, le sottounità di misura per il calcolo dell'area: le figure del problema avevano una superficie costituita da "mezzi quadretti", tagliati a metà proprio dai lati "storti".

Il fine delle scelte era, come per le altre attività, porre i bambini di fronte a situazioni complesse, che avrebbero richiesto un elevato lavoro cognitivo.

ii. Osservazioni sulle risposte dei bambini

A questo punto del percorso ritengo che gli alunni si fossero costruiti un'idea chiara di che cosa volesse dire affrontare un problema: un componente del gruppo leggeva il testo mentre gli altri lo stavano ad ascoltare; a volte era necessaria una seconda se non una terza lettura per chiarire meglio alcuni aspetti del problema; quindi si poteva cominciare a cercare una strada per arrivare alla soluzione, suddividendosi i compiti se necessario; una volta trovata la soluzione ritenuta corretta si cercava il modo di trascriverla, insieme al ragionamento che era stato alla base delle scoperte. Tutti i gruppi seguivano questo iter senza far riferimento all'aiuto delle insegnanti, segno che avevano acquisito un metodo di lavoro autonomo.

Il clima respirato nei gruppi era abbastanza sereno, nonostante fossero presenti ancora delle difficoltà sul versante collaborativo. C'era però una differenza sostanziale rispetto alle esperienze precedenti: gli screzi, le discussioni, le interazioni non sempre positive non erano attribuibili semplicemente ad antipatie pregresse, ma allo scontro di opinioni

sul compito. I bambini avevano cioè imparato a far emergere le proprie idee e il proprio punto di vista, ma non tutti erano in grado di discuterne e di confrontarsi serenamente con i compagni per cercare delle mediazioni e dei punti di accordo tra le varie opinioni.
In particolare all'interno di un gruppo lo scontro tra due personalità forti ha portato allo scontro tra idee diverse sul modo di risolvere il problema: se Da. pensava che tutti i pali fossero uguali Le. sosteneva la loro diversità, se Da. ha insistito per la misura in metri quadrati Le. affermava che fosse troppo difficile, meglio usare i quadretti o forse "fare a occhio"… e così via. Le idee portate da questi bambini erano molte, ma ciò che mancava loro era la capacità di trasformare lo scontro in un confronto sereno, come invece è accaduto in un altro gruppo. Qui infatti la situazione era totalmente diversa e il continuo scambio di opinioni ha portato a validi risultati per l'intero gruppo: se Lo. ha introdotto l'idea del conteggio dei quadretti, Ba. ha aggiunto quella per cui "due metà fanno un quadretto solo" e così via, riuscendo ad avvicinarsi maggiormente ad una costruzione della conoscenza.
I comportamenti osservabili nel lavoro di gruppo erano quindi ancora in parte eterogenei ed influenzati dai temperamenti dei bambini.

Per quanto riguarda le modalità di procedere adottate ritengo utile distinguere, per maggior chiarezza espositiva, quelle riguardanti il perimetro e l'area delle figure.
Per misurare il perimetro tutti i gruppi hanno contato il numero dei pali presenti nel recinto; tutti hanno compreso che le figure avrebbero dovuto essere composte da 32 pali e quelle che hanno costruito rispettavano quasi sempre questo parametro.
Da questo punto di vista l'unica difficoltà che hanno incontrato i bambini è stata nuovamente quella della differenziazione tra lati "dritti" e "storti". Le attività proposte in precedenza avevano lasciato delle tracce, ma non tutti gli alunni avevano superato le problematiche connesse a questo nodo cognitivo che appariva loro così ostico.
Tre gruppi hanno colto l'indicazione dei "16 pali lunghi e 16 corti", richiamando quanto già visto in altre situazioni e disegnando figure nel rispetto di quest'ulteriore vincolo, con qualche piccola imperfezione. Tra gli interventi di conferma troviamo ad esempio: "C'era scritto che dovevano essere 16 diagonali e 16 retti", "I lunghi sono quelli in

diagonale e i corti sono quelli orizzontali e verticali" o in riferimento ai compagni "Il gruppo di O. ha fatto la stessa cosa di Li.: non ha contato le aste lunghe e le aste corte". Un altro gruppo ha tenuto in considerazione il vincolo solo in alcune delle figure disegnate, mentre un altro gruppo ancora non l'ha tenuto per nulla in considerazione: le figure costruite in questo caso avevano sempre alcuni lati "dritti" e alcuni "storti", ma senza rispettare la regolarità dei "16 pali lunghi e 16 corti" (cfr. fig.3).

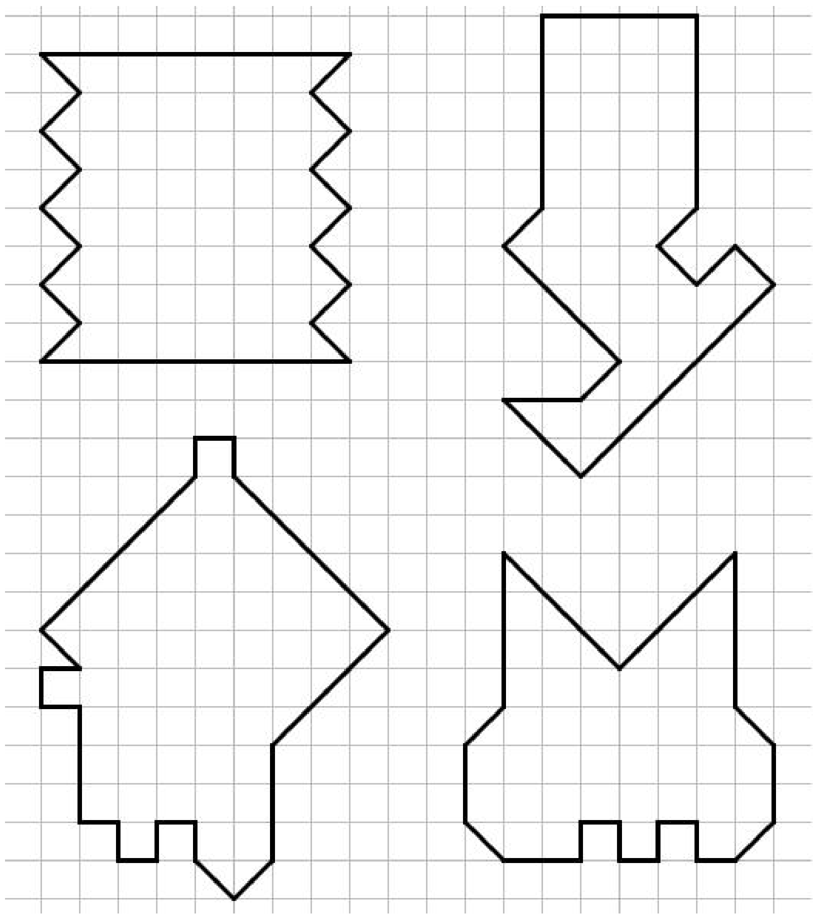


Figura 3. Sono riportate a titolo esemplificativo alcune delle figure costruite dai bambini: le prime due rispettano tutti i vincoli posti dal problema e sono pertanto corrette; le altre due non rispettano il vincolo dei "16 pali lunghi e 16 corti" e sono pertanto parzialmente sbagliate.

Invece per quanto riguarda la misura dell'area i procedimenti seguiti si possono suddividere in due tipologie:

- tre gruppi hanno contato i quadretti contenuti all'interno delle figure; tra questi un gruppo ha contato i "mezzi quadretti" come se fossero interi, mentre gli altri li hanno sommati a due a due per formarne di interi. Questa differenza è emersa nelle esposizioni al gruppo-classe: alla mia domanda "Quando avevate i quadretti a metà cosa avete fatto?" il primo gruppo ha risposto "Normale", intendendo che si sono comportati come con i quadretti interi, mentre il secondo gruppo ha risposto "Li contavamo 2 insieme, perché faceva un quadretto" e il terzo "Abbiamo contato un quadretto" e "Metà più metà: un quadretto";
- gli altri due gruppi non hanno fatto conti, ma hanno cercato di stimare ad occhio le estensioni delle superfici. Tra gli interventi dei bambini troviamo infatti: "Nelle figure abbiamo visto all'interno, a occhio abbiamo capito qual è quella più grande" e "Noi non abbiamo calcolato l'ampiezza interna, ma l'abbiamo vista ad occhio nudo."

Utilizzando entrambi i procedimenti i bambini sono riusciti a costruire figure in progressione, con una superficie sempre più ampia. Nessuno dei gruppi ha invece individuato la figura con superficie massima, anche se tutti hanno assegnato al giorno di domenica il recinto che, tra quelli costruiti, aveva la superficie più estesa. La ricerca della figura con perimetro assegnato ed area massima è stata oggetto nei giorni seguenti di un'apposita discussione in grande gruppo, che ha portato finalmente all'individuazione dell'ottagono (cfr. fig.4).

Leggendo gli elaborati e sentendo parlare i bambini mi è sembrato che tutti avessero colto l'idea di area. Gli alunni hanno utilizzato parole diverse per esprimerne il concetto, ma che rendevano bene l'idea di cosa stava nella loro testa: negli scritti si trovano i termini "grandezza", "ampiezza", "capienza", ma anche "area delle figure", mentre negli interventi durante la discussione sono emerse espressioni come "la materia della forma", "l'interno della figura", "la cosa dentro la figura", "l'elemento dentro il perimetro", "il corpo della figura", "la sostanza", "l'interno", "il ripieno della figura". In particolare è significativo l'intervento di O. che ha affermato, mostrando di avere già le idee chiare: "(Abbiamo proceduto) contando i quadretti interni perché credevamo che bisognava contare l'area del recinto per l'erba che doveva dare alla mucca Viola."

Un altro aspetto interessante riguarda il fatto che i bambini di un gruppo abbiano adottato ed esplicitato una strategia per costruire più figure con lo stesso perimetro, ovvero quella di partire da una figura già disegnata per ricavarne altre spostando solo alcuni segmenti; “Le ultime due figure le abbiamo trovate modificando una figura del recinto del venerdì” si legge nel loro elaborato. È evidente la competenza metacognitiva che i bambini stavano coltivando grazie alle attività proposte: non solo sapevano usare delle strategie ma le esplicitavano spontaneamente, essendo consapevoli dei processi cognitivi alla base delle proprie azioni.

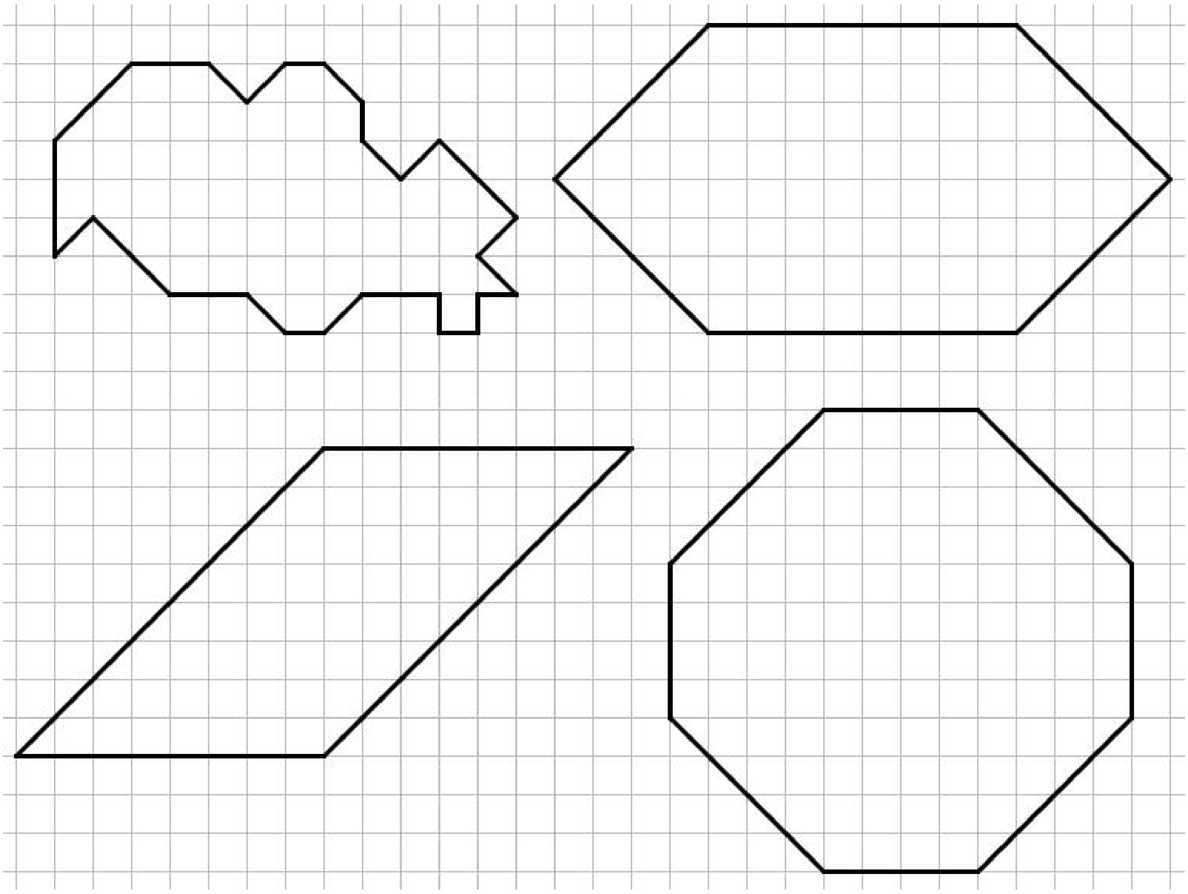


Figura 4. Sono riportate alcune delle figure disegnate dai bambini per coprire la superficie più estesa possibile; l’ultima figura è quella con superficie massima, emersa dalla discussione collettiva.

L’attività non è stata produttiva solo nel lavoro a piccoli gruppi ma anche durante la discussione collettiva.

Qui innanzitutto i bambini si sono confrontati sul problema dei lati “dritti” e “storti”: coloro che avevano agito correttamente hanno cercato di convincere gli altri della validità del loro operato, a partire dalle conoscenze condivise. A questo proposito riporto una parte della discussione, che ritengo interessante anche per mostrare come i bambini riuscissero in certe situazioni ad autogestirsi, confrontandosi senza il mio intervento:

O: "Però non lo dice quello…" (si riferisce al testo del problema)

Diverse voci: "Sì, lo dice."

Li: "Però non è che dice che quelli sono quelli più lunghi."

Le: "Va beh ma si dovrebbe capire…"

Da: "Sì lo dice."

St: "Noi abbiamo fatto tutto questo lavoro…"

Al: "Si spera che abbiamo capito."

St: "E abbiamo imparato a misurare i lati non obliqui e i lati obliqui e abbiamo capito che i lati obliqui sono più grandi."

St. ha terminato questa parte del discorso richiamando le esperienze già svolte sulla differenza tra quelli che molti bambini chiamavano "lati obliqui e non obliqui". Non solo ha mostrato di padroneggiare l'argomento, riuscendo a collegare esperienze diverse, ma è riuscito anche a convincere i compagni molto più di quello che sarei riuscita a fare io con una spiegazione.

Un altro aspetto su cui i bambini si sono interrogati, a partire da una domanda-stimolo dell'insegnante, è il rapporto che esiste nelle figure tra isoperimetria ed equiestensione.

A questo proposito un bambino ha affermato: "Non ci possono essere due figure isoperimetriche che hanno la stessa area" e ancora: "Non possono avere la stessa area, solo se sono congruenti." Un altro bambino è quindi intervenuto per rispondere al primo sorprendendo tutti, comprese noi insegnanti: "Secondo me non è vero. Posso fare un esempio alla lavagna?"

Nella figura 5 sono riportate esattamente le figure che Le. ha disegnato; è significativo anche il commento che vi ha affiancato: "È vero che le figure isoperimetriche possono anche non avere la stessa area, però possono anche avere la stessa area senza essere congruenti" e ancora "Queste hanno la stessa area e sono isoperimetriche, però non sono uguali."

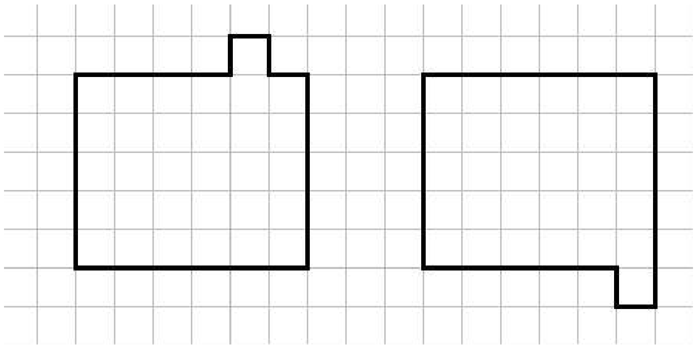


Figura 5. L'esempio portato da un bambino dimostra che l'isoperimetria e l'equiestensione non implicano necessariamente la congruenza tra figure.

La discussione si è poi concentrata sulle unità e gli strumenti di misura per il calcolo dell'area. Gli alunni hanno concordato sull'uso dei quadretti, ma qualcuno di loro ha spinto per ricercare altre unità di misura più convenzionali, come per il perimetro. Se No. ha cercato di utilizzare i centimetri, Da. ha fatto emergere dalla propria esperienza i metri quadrati con un'affermazione del tipo: "Visto che per misurare le case in fretta usano i metri quadri…" L'occasione è stata quindi proficua per chiarire cosa si intendesse per metri quadrati, anche se è rimasta in sospeso la questione del calcolo dell'area con quest'unità di misura.

In conclusione, direi che gli esiti del problema hanno superato le aspettative mie e dell'insegnante tutor. Infatti, complice anche l'introduzione di un argomento mai affrontato a scuola, i bambini sono parsi particolarmente curiosi e reattivi; grazie alle loro domande, ai loro interventi e alle loro sollecitazioni è stato possibile introdurre aspetti che non avrei mai pensato di vedere emersi nella prima attività sull'area, come il rapporto tra isoperimetria, equiestensione e congruenza o la misura dell'area in metri quadrati. Le attività successive, come si avrà modo di vedere, si sono proposte di approfondire proprio questi argomenti.

2.4.7 La costruzione di figure con il cartoncino

i. Descrizione dell'attività e modalità di svolgimento

Dopo aver introdotto l'argomento dell'area ho ritenuto opportuno proporre delle attività manipolative, per consentire ai bambini di sperimentare concretamente e far propria la grandezza. L'intento era di far costruire figure con le mani per facilitare la costruzione di concetti con la mente, ovvero promuovere nei bambini l'apprendimento formale passando attraverso quello operatorio concreto.

Gli alunni sono stati divisi in coppie e a ciascuna di esse è stata consegnata una busta, contenente un certo numero di quadratini di cartoncino con lato 2 cm. I quadratini potevano essere lasciati interi o essere tagliati lungo una diagonale, in modo da formare delle sottounità di misura analoghe a quelle sperimentate nel terzo problema (cfr. 2.4.6).

L'attività ha richiesto due giornate di lavoro ed è stata scandita in tre momenti. All'inizio ai bambini è stato chiesto di costruire delle figure con il materiale fornito, lasciando correre la propria fantasia e rispettando l'unico vincolo di utilizzare ogni volta tutti i quadratini di cartoncino consegnati; questa fase è stata pensata per consentire un primo approccio al materiale ed un'iniziale sperimentazione concreta dei concetti di area ed equiestensione. In un secondo momento la consegna è stata di scegliere alcune delle figure costruite e di disegnarle, facendo corrispondere ogni quadratino di cartoncino ad un quadretto del foglio; questa seconda fase era tesa a favorire il passaggio dalla manipolazione alla rappresentazione, dalla concretezza ad un primo livello di astrazione. Nel terzo momento ai bambini è stato chiesto di giocare con i quadratini di cartoncino indagando le possibili compresenze di isoperimetria, equiestensione e congruenza nelle figure. Qui sono state date indicazioni del tipo "Cercate due figure con la stessa area, ma non con lo stesso perimetro" oppure "Cercate due figure con la stessa area e lo stesso perimetro, ma non congruenti" e così via. Anche in questo caso alla fase manipolativa è seguita quella rappresentativa su un foglio quadrettato. Intervallati ai momenti manipolativi e rappresentativi, gli scambi di idee, le brevi discussioni e le riflessioni sul lavoro svolto hanno consentito ai bambini di condividere le proprie scoperte e diventare più consapevoli dei propri apprendimenti.

Gli obiettivi che intendevo raggiungere con questa proposta sono molteplici: consolidare l'idea di area di figure piane, a partire dal lavoro su un materiale concreto di cui si poteva visionare e toccare la superficie; approcciarsi al metodo della scomposizione e ricomposizione di figure, utile per il confronto e il calcolo di aree; in un primo momento comprendere il concetto di equiestensione di figure, in un secondo momento consolidare i tre concetti di isoperimetria, equiestensione e congruenza di figure, approfondendo gli interventi che alcuni bambini avevano realizzato nella discussione sul terzo problema (cfr. pp.64-65).

ii. Osservazioni sulle risposte dei bambini

Il riscontro in termini di coinvolgimento è stato fin da subito positivo: gli alunni sono rimasti felicemente sorpresi per l'attività proposta ed hanno risposto con piacere al mio invito di giocare con i quadratini di cartoncino. Anche visionando gli elaborati si ritrova l'allegria che ha contraddistinto questo lavoro: i bambini infatti hanno espresso la loro creatività e il loro senso dell'umorismo attribuendo dei nomi alle loro opere.

Il lavoro in coppie, nonostante fosse piuttosto inusuale nel percorso, non ha creato grandi difficoltà ed ha favorito l'attivazione in prima persona di tutti i bambini, ciascuno dei quali aveva la possibilità di maneggiare il materiale e disegnare le figure.

Tutti sono stati in grado di rispondere alle richieste anche se non sono mancate le difficoltà, da quelle pratiche nel maneggiare i quadratini di cartoncino a quelle cognitive relative al concetto di equiestensione. Le maggiori difficoltà sono emerse nell'uso delle sottounità di misura, i "mezzi quadretti": tutti i bambini li hanno utilizzati, anche nel tentativo di riprodurre figure che richiamassero aspetti della realtà, ma non sempre sono riusciti a riportare le immagini costruite in modo fedele sulla carta quadrettata. Le strategie per ovviare a questo problema sono state costruite nel tempo e sono risultate evidenti nel secondo incontro: due coppie di bambini hanno ritagliato alcuni quadretti del foglio in modo da poterli poi incollare nella posizione desiderata, anche se "strana", all'interno dell'immagine; altri bambini hanno invece modificato le figure, ruotando i mezzi quadretti in modo che rientrassero nelle griglie del quaderno. Al termine di tutto il lavoro erano davvero poche le figure rappresentate in modo errato, segnale di un progresso nell'apprendimento dei bambini.

Nelle figure 6 e 7 sono riportate a titolo esemplificativo alcune delle figure costruite e rappresentate dai bambini, per fornire un'idea più concreta di quanto descritto sopra.

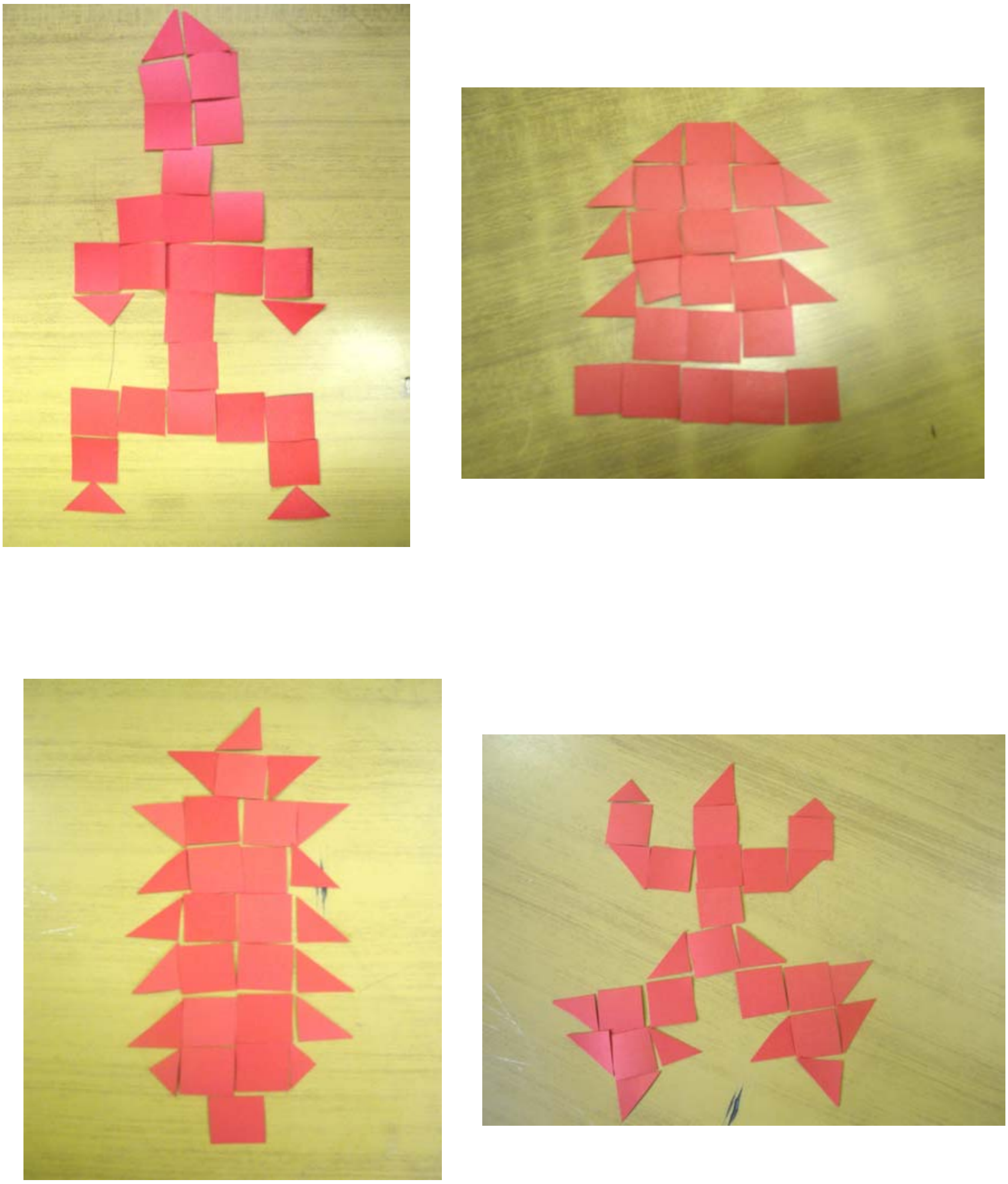
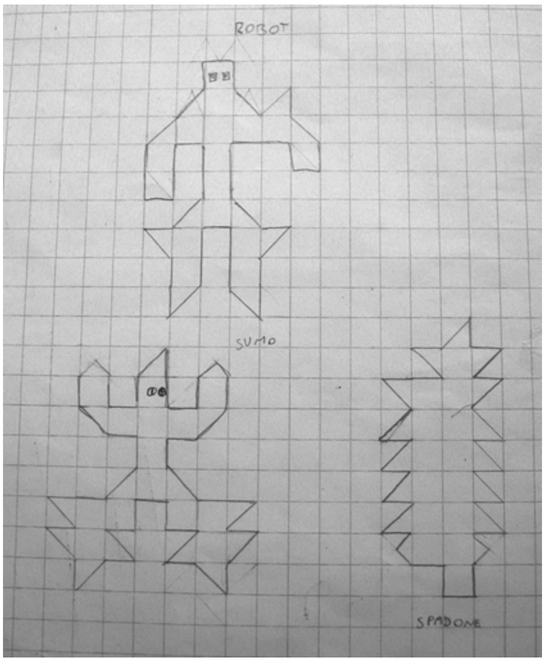
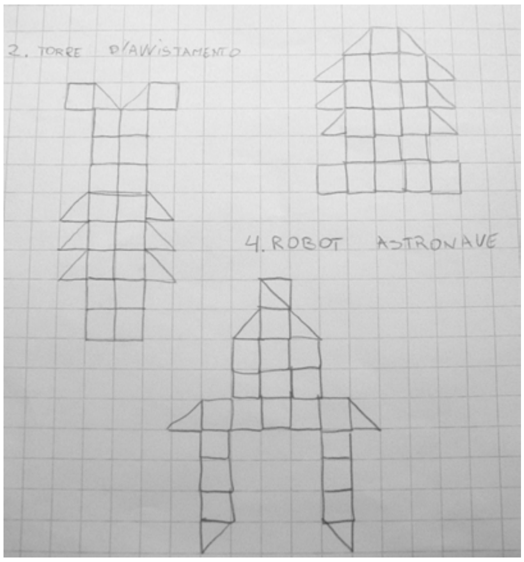
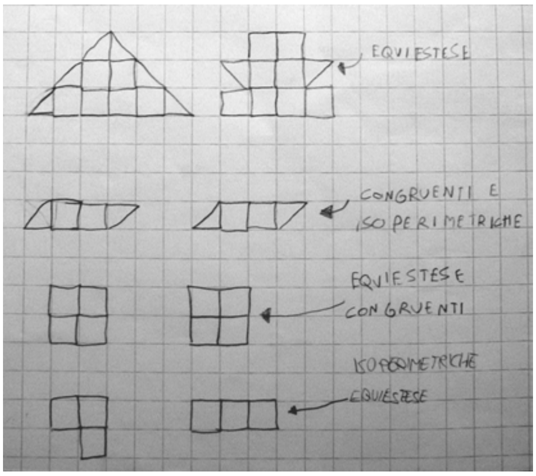


Figura 6. Alcune figure costruite dai bambini con i quadratini di cartoncino. Si possono notare il tentativo di riprodurre aspetti della realtà e l'uso massiccio delle sottounità di misura.







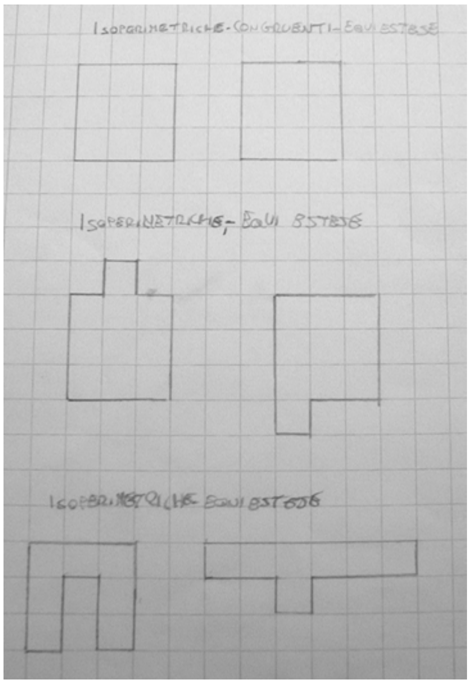


Figura 7. Alcune figure rappresentate dai bambini sulla carta quadrettata; le immagini in alto si riferiscono al secondo momento di lavoro, quelle in basso al terzo momento. Si possono notare le modalità utilizzate per riportare le figure sul foglio e l'attribuzione di nomi divertenti alle opere.

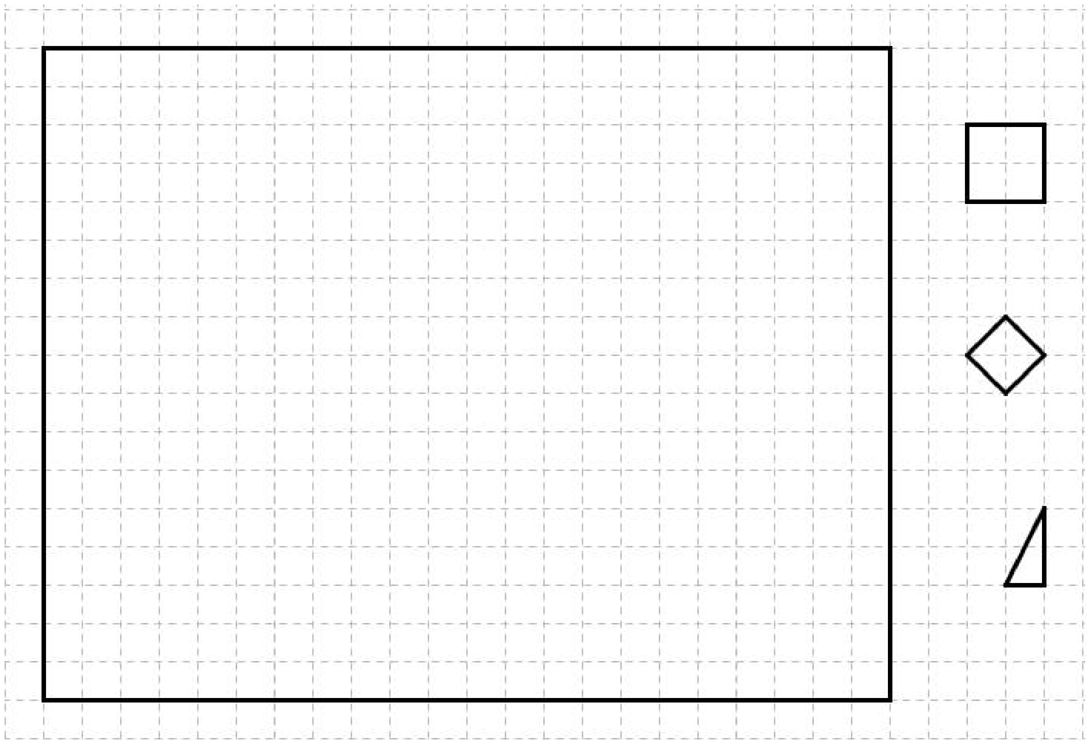
Il lavoro è stato produttivo non soltanto durante i momenti manipolativi e rappresentativi, ma anche in quelli di confronto collettivo.
Al termine del secondo momento una breve discussione ha fatto emergere il concetto di equiestensione. I bambini infatti avevano compreso che tutte le figure costruite dalla propria coppia possedevano la stessa area ed avevano anche cercato di trovare un nome a questa proprietà, richiamando quanto visto a proposito del perimetro e provando con il termine "figure isoareetriche", frutto di un procedimento logico tutt'altro che banale. Non è stato difficile costruire insieme la parola corretta, a partire dai possibili prefissi che indicano uguaglianza per poi riprendere la parola "estensione", più volte utilizzata per parlare dell'area.
A partire dall'esperienza del terzo momento sono invece emerse altre riflessioni:
- diversi bambini hanno affermato che per loro risultava impossibile costruire figure solo congruenti ed isoperimetriche o solo congruenti ed equiestese, perché le figure "venivano" con tutte e tre le caratteristiche. I bambini hanno cioè capito, provando sperimentalmente, che la congruenza implica l'isoperimetria e l'equiestensione;
- alcuni bambini hanno esplicitato una conclusione a cui sono arrivati: se voglio costruire due figure congruenti basta che le disegno uguali. L'affermazione può sembrare ovvia, ma probabilmente per loro non lo era prima di quest'attività;
- un'altra importante scoperta, che chiamava in causa le trasformazioni nel piano, è stata che due figure sono congruenti anche se sono "girate", "ruotate" in diverso modo.

L'esperienza ha reso evidente come proporre un lavoro di questo tipo richieda del tempo, necessario per far provare, sperimentare, esprimere ciascuno secondo le proprie necessità, ma anche per vivere quel passaggio dal concreto all'astratto che risulta fondamentale per costruire ed interiorizzare gli apprendimenti, in particolare per i bambini. Infatti lavorare con soggetti di 10 anni significa far riferimento ad individui che vivono, utilizzando le parole di Piaget, nello stadio delle "operazioni concrete" e che non sono ancora approdati, salvo casi eccezionali, in quello delle "operazioni formali". È in situazioni come queste che il richiamo all'esperienza dev'essere sempre volutamente cercato, per evitare che le parole dell'insegnante restino troppo lontane dalle menti e dai corpi dei bambini.

2.4.8 Il quarto problema: "Un nuovo pavimento"

A questo punto del percorso ho proposto un nuovo problema, che consentiva di affrontare un aspetto già accennato nelle discussioni e di vitale importanza per l'argomento dell'area: le unità di misura.

Anna si è appena trasferita in una nuova casa e vuole cambiare il pavimento della sua camera. È però ancora indecisa, perché ha visto su un catalogo tre tipi di piastrelle che le piacerebbe avere.
Nel disegno sono riportati una pianta della sua stanza e una piastrella per ogni tipo:



Il piastrellista la informa che per pavimentare bene deve accostare le piastrelle lato contro lato, senza sovrapporle e senza lasciare buchi. Le piastrelle si possono anche tagliare in modo preciso, ma non si può sprecare materiale.

Quante piastrelle occorreranno per pavimentare tutta la sua stanza, se Anna deciderà di usare solo quelle del primo tipo?
E con solo quelle del secondo tipo?
E con solo quelle del terzo tipo?

i. Descrizione dell'attività e modalità di svolgimento

Fino a questo momento del percorso i bambini avevano avuto modo di misurare l'area solo utilizzando i quadretti; l'attività invece li poneva di fronte alla necessità di operare con altre unità di misura. Infatti il problema richiedeva di provare a piastrellare un pavimento con diversi tipi di piastrelle, ovvero ricoprire una superficie con diverse unità di misura.

La metafora del piastrellare, ripresa dai giochi matematici proposti dall'Università di Milano in collaborazione con il Centro Matematita[4], è stata usata appositamente per far comprendere cosa significhi riempire una superficie: accostare le unità di misura lato contro lato, non lasciare buchi, tagliare ma non sprecare materiale, ovvero unire le sottounità di misura per formare unità di misura intere.

Il problema è stato creato per simulare una situazione reale, pertanto le piastrelle sono state ideate in modo da non entrare perfettamente nella pianta della stanza e richiedere quindi rotazioni, tagli ed assemblaggi per riempire l'intera superficie.

All'obiettivo principale dell'attività, che consisteva nel far acquisire una certa dimestichezza con la misura delle superfici, si aggiungeva quello di rendere consapevoli i bambini dell'importanza di condividere un'unità di misura convenzionale; l'attività era quindi propedeutica all'introduzione del metro quadrato.

ii. Osservazioni sulle risposte dei bambini

Rispetto al terzo problema i bambini hanno migliorato ulteriormente l'autonomia nel lavoro e la capacità di gestione delle dinamiche interazionali; la tendenza generale era di confrontarsi più serenamente, spesso sotto la guida di un compagno che lavorava come mediatore nel gruppo. In diverse occasioni ho osservato comportamenti mirati a favorire il coinvolgimento e la partecipazione dei compagni; in un caso si sono anche verificati episodi di tutoring, in cui due bambini "più bravi" hanno cercato di spiegare ai compagni cosa volevano fare o cosa intendevano con certe affermazioni, riuscendo ad integrare nel compito anche M.

[4] Materiali consultabili sul sito Internet: <www.quadernoaquadretti.it/giochi>

Solo in un gruppo la personalità forte di un bambino ha prevalso nella prima parte del lavoro, portando all'esclusione dal procedimento risolutivo dei contributi di un compagno che contraddicevano le sue idee. Il gruppo si è riequilibrato solo in un secondo tempo, grazie anche ad un mio intervento dall'esterno che ho giudicato appropriato considerato il momento.
In generale quindi la situazione era migliorata anche se non tutti i confronti che si creavano erano idilliaci; i bambini potevano essere lasciati a lavorare da soli, ma era sempre necessario uno sguardo d'insieme dell'adulto che potesse supervisionare ed intervenire in caso di necessità.

Per quanto riguarda le modalità di procedere tutti i gruppi hanno cercato di visualizzare le piastrelle che ricoprivano i pavimenti e le hanno disegnate. Fa eccezione un gruppo che, nel trattare con la prima unità di misura, ha preferito ritagliare una parte di foglio quadrettato ed incollarla dentro la linea di contorno del pavimento.
Tutti hanno riportato i pavimenti in modo globalmente corretto ed hanno elaborato una modalità per conoscere il numero di unità di misura contenute nello spazio a disposizione; il metodo più seguito è stato il conteggio delle piastrelle una ad una, ma a questo si sono accompagnati tentativi di procedere strategicamente.
Un gruppo ad esempio ha scritto "Alla fine abbiamo calcolato tutti i lati con una moltiplicazione e poi aggiunto le mezze piastrelle" ed un altro, analogamente, "Per il secondo tipo di piastrelle abbiamo moltiplicato una riga di quadretti per una colonna e poi abbiamo sommato le mezze piastrelle". In entrambi i casi i bambini hanno cercato di applicare la formula "base per altezza", che diversi di loro avevano già scoperto lavorando con i quadretti, a queste ulteriori unità di misura.
Un altro gruppo invece è arrivato ad una scoperta che ha facilitato il lavoro: "Quattro piastrelle del terzo tipo equivalevano a una del primo tipo. Quindi abbiamo fatto 11x8=88x4=352". Questi bambini non si sono messi a contare le piastrelle del terzo tipo, ma hanno semplicemente moltiplicato il numero di piastrelle del primo tipo per 4.
Tutti hanno capito, applicato ed esplicitato a proprio modo, chi con le parole chi con i disegni, le regole necessarie per pavimentare, ovvero per ricoprire una superficie con delle unità di misura. In particolare, ricordando quanto era già stato fatto sulle sottounità

di misura, tutti hanno cercato di unire i mezzi e i quarti di piastrella per formarne di intere. Si trova traccia di questo procedere consapevole nei disegni prodotti (cfr. fig.8), dove i bambini hanno utilizzato dei trattini o delle linee di diverso colore per unire le unità di misura, ma anche nelle parti scritte, dove ad esempio un gruppo ha riportato: "Siccome c'erano anche dei mezzi quadretti ne abbiamo contati 2 insieme".

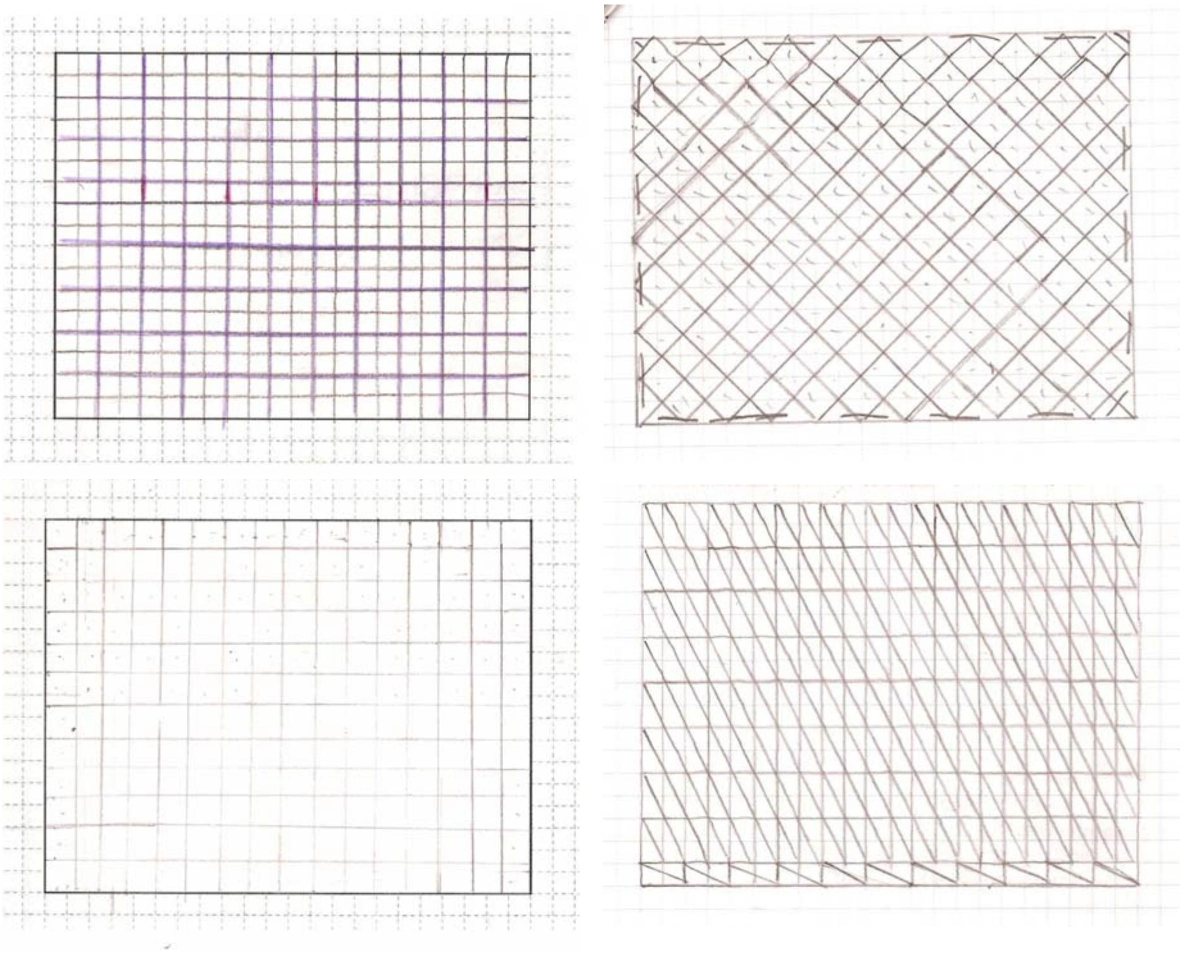


Figura 8. Sono riportati alcuni lavori realizzati dai bambini per piastrellare il pavimento. Si possono notare le operazioni di rotazione, taglio ed assemblaggio, che hanno portato gli alunni a maneggiare correttamente le sottounità di misura.

È interessante notare anche come i bambini abbiano esplicitato negli elaborati le proprie difficoltà, spesso accompagnate dagli accorgimenti che hanno adottato per risolverle. Parlare spontaneamente di questi aspetti non è scontato e non penso sia casuale che siano emersi in un momento avanzato del percorso, in cui i bambini avevano acquisito un metodo di lavoro ma soprattutto delle capacità metacognitive, relative alla consapevolezza e al controllo dei propri processi mentali.

Un gruppo, trovandosi in difficoltà con le piastrelle “a rombo”, difficili da riprodurre su carta bianca, ha cercato una strada alternativa. I bambini si sono resi conto che in realtà si trattava di quadrati ruotati e quindi li hanno “raddrizzati”, costruendo una griglia con linee parallele ai lati del rettangolo (cfr. il terzo pavimento nella fig.8). Si ritrova infatti nel loro elaborato la frase: “Con il secondo tipo di piastrelle abbiamo dovuto tracciare delle linee di 7 millimetri”, intendendo linee distanti tra loro 7 millimetri.

Un altro gruppo ha scritto sempre riferendosi alla seconda unità di misura: “Abbiamo girato il pavimento in modo di vedere i rombi quadrati e di facilitarci il lavoro”. Anche questi bambini si sono accorti che quelli che chiamavano rombi in realtà erano quadrati, ma hanno preferito semplicemente girare il foglio per vedere la situazione più semplificata.

Altri due gruppi hanno scritto: “È stato un po’ difficile mettere il pavimento, ma ci siamo riusciti tagliando le piastrelle e girandole” e “La difficoltà maggiore erano i buchi vuoti, perciò rileggendo il problema ci siamo ricordati che si potevano tagliare le piastrelle e così abbiamo risolto anche gli altri problemi”. Questi gruppi hanno dimostrato di aver compreso bene le indicazioni del piastrellare, rilette anche più di una volta; indicazioni che sono state loro utili per trattare con le diverse unità di misura.

I bambini si sono avvicinati ai risultati corretti e in diversi casi ci sono arrivati precisamente. Per la prima unità di misura non ci sono stati grandi problemi e tutti sono arrivati alla risposta corretta. La seconda unità di misura, come si può dedurre anche dagli interventi sopra citati, è quella che ha portato a maggiori difficoltà: nessuno dei gruppi è arrivato al risultato esatto, anche se quasi tutti si sono avvicinati. Con la terza unità di misura tutti sono arrivati al risultato corretto, ad esclusione di un gruppo che ha riportato un valore grande circa il doppio rispetto a quello reale. I suoi componenti hanno proceduto operando delle moltiplicazioni e l’ipotesi più plausibile è che abbiano moltiplicato per due il risultato una volta in più.

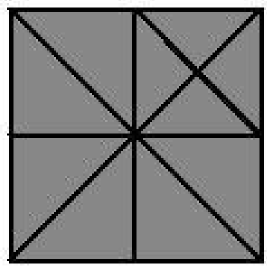
A proposito di moltiplicazioni, è emersa da più parti l’idea per cui quando ci si trova di fronte ad una figura rettangolare è possibile moltiplicare il numero delle unità di misura presenti in una riga per il numero di righe presenti. Se però il procedimento era chiaro in presenza di unità di misura quadrate, la situazione si è un po' complicata in presenza delle piastrelle "a rombo" e nessuno è riuscito ad arrivare al risultato corretto grazie alle operazioni. In questa seconda situazione chi si è avvicinato di più al risultato reale è stato chi ha evitato errori concettuali, mettendosi a contare una piastrella alla volta.

Il problema, come previsto, ha aperto la strada all'introduzione del metro quadrato: anche se probabilmente i bambini non si troveranno più a misurare aree con unità di misura "strane", il lavoro è servito loro per prendere coscienza dell'utilità di avere un'unità di misura comune a tutti, grazie alla quale ottenere risultati univoci da comunicare con l'esterno. Ed è significativo che quest'aspetto sia emerso dalle stesse parole dei bambini al termine della discussione, quando due di loro hanno affermato: "Bisognerebbe trovare un modo…un'unità di misura uguale per tutti."

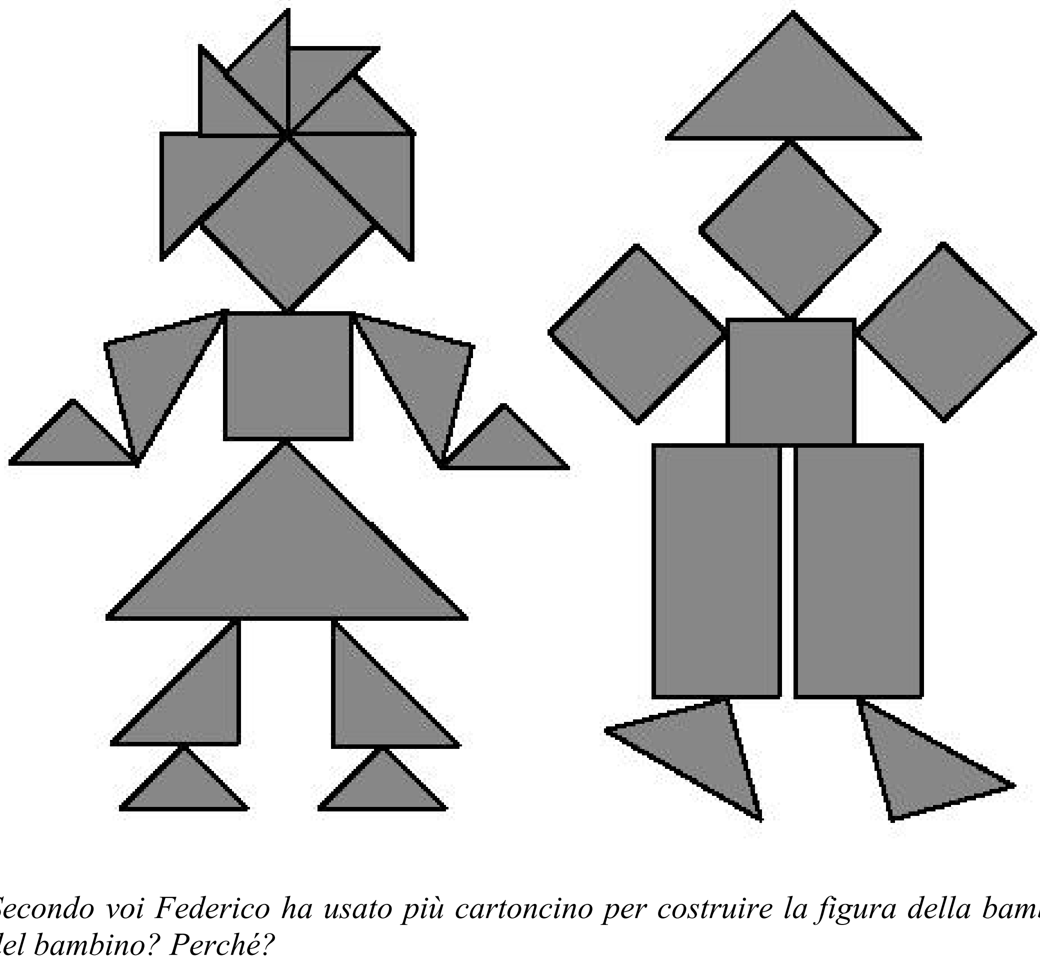
La proposta successiva ha quindi favorito il primo incontro "ufficiale" dei bambini con il metro quadrato e le sue sottounità di misura (decimetro e centimetro quadrato), costruiti con carta da pacchi e carta millimetrata. L'intento era il medesimo che ha caratterizzato molte attività del percorso: partire dalla concretezza e fornire ai bambini un'immagine reale, visibile, tangibile dei concetti trattati, per favorirne la comprensione e l'interiorizzazione da parte di tutti.

2.4.9 Il quinto problema: "Taglia e ritaglia"

L'ultimo problema focalizzava l'attenzione sui due aspetti dell'area che mancavano da approfondire: il metodo della scomposizione e ricomposizione di figure, sperimentato in occasione delle attività manipolative (cfr. 2.4.7) e la misura in cm², appena introdotta nell'attività precedente (cfr. 2.4.8). È di seguito riportato il testo del problema; per ragioni di spazio le immagini sono state rimpicciolite rispetto alla versione originale, avendo cura di mantenere le proporzioni tra le parti:



Federico è un bambino molto creativo ed oggi ha stupito la sua mamma con una nuova opera!
Ha preso dei fogli quadrati di cartoncino come quello che vedete qui a fianco, li ha piegati lungo le linee disegnate e poi li ha ritagliati seguendo alcune delle pieghe ottenute.
Quindi con i pezzi a disposizione ha rappresentato i due personaggi che vedete qui sotto:



Secondo voi Federico ha usato più cartoncino per costruire la figura della bambina o del bambino? Perché?
Sapreste dire quanti cm² di cartoncino ha utilizzato in tutto Federico?

i. Descrizione dell'attività e modalità di svolgimento

Il problema richiedeva di confrontare e poi calcolare le aree delle due figure disegnate, nel complesso piuttosto inusuali sebbene composte da forme semplici: quadrati, rettangoli e triangoli. L'intento era portare i bambini ad utilizzare la scomposizione e ricomposizione di figure, un metodo utile per trattare con le aree ma anche per costruire le formule valide per le figure "classiche", come si vedrà nell'attività seguente.

Oltre alla carta quadrettata sono stati messi a disposizione dei bambini dei cartoncini e fogli riproducenti le immagini oggetto dei quesiti, che gli alunni avevano la possibilità di ritagliare ed incollare a piacimento.

ii. Osservazioni sulle risposte dei bambini

Osservando i modi di procedere per la risoluzione di quest'ultimo problema è stato possibile tirare le conclusioni rispetto alle capacità di lavorare in gruppo che i bambini avevano acquisito.

Nella maggior parte delle situazioni ormai il procedere era svelto e collaborativo: non mancavano occasioni di dialogo e confronto, scambi di idee e punti di vista; i bambini tendevano a non accollarsi tutto il lavoro da soli e a suddividersi i compiti; rimanevano figure di leader, che però avevano imparato a condividere il lavoro con i compagni, ricercando il coinvolgimento anche di quelli più introversi.

Accanto a questi riscontri positivi, dettati da un globale cambiamento che è stato rilevato da tutte le figure docenti della classe, sono però da citare anche quelli negativi, che dimostravano come il percorso non fosse riuscito a ribaltare l'intera situazione osservata all'inizio dell'anno. In quest'occasione un gruppo non ha proprio funzionato: due bambini si sono scontrati fin da subito sulle loro idee senza cercare un punto di accordo, il lavoro è apparso poco sereno ed il prodotto finale ha risentito di questi conflitti interni. Anche in altri gruppi si sono registrati dei piccoli inconvenienti, ma in questi casi sono stati superati grazie all'intervento dei compagni.

In generale ritengo di poter dire che tutti i bambini abbiano acquisito delle capacità di lavorare in gruppo, interagendo positivamente con i compagni, ma queste non sono emerse in tutte le attività e nei confronti di tutti i pari; il gruppo-classe si è quindi avvicinato ma non è diventato coeso. Probabilmente sarebbero stati necessari più tempo e un lavoro diluito negli anni per superare anche questi ostacoli ed ottenere atteggiamenti e modalità di lavoro condivise.

Il miglioramento delle modalità di lavoro in gruppo è stato accompagnato da miglioramenti anche nei modi di procedere sugli argomenti trattati: le strategie e i processi attivati mostravano un forte progresso nelle conoscenze e competenze possedute dai bambini.

Infatti per rispondere alla prima domanda:

- tre gruppi hanno utilizzato il metodo della scomposizione e ricomposizione di figure, ovvero hanno suddiviso le immagini in pezzi e poi le hanno ricomposte, formando quadrati congruenti a quello disegnato in alto a destra nel problema. I bambini si sono destreggiati bene tra sovrapposizioni, equivalenze e proporzioni tra parti, dimostrando una certa padronanza nel trattamento delle figure. Come ha affermato una bambina nel resoconto alla classe: "Noi abbiamo guardato i pezzi di cui erano formate le figure e abbiamo provato a metterle sopra il quadrato e abbiamo cercato sempre di unire le figure in modo che formassero dei quadratini." Similmente per un altro gruppo dove un bambino ha affermato: "Noi abbiamo preso il foglio che ci aveva dato Laura, abbiamo ritagliato il quadrato che era il cartoncino e i vari pezzi dei bambini. Abbiamo tentato di inserire ogni parte nel quadrato e così abbiamo scoperto che il bambino era più grosso, mentre la bambina era più piccola". Questi gruppi in una prima fase hanno utilizzato come unità di misura il cartoncino, ovvero il quadrato disegnato in alto a destra nel problema ed hanno espresso le misure in termini frazionari in rapporto ad esso; così ha detto un alunno: "Noi abbiamo scoperto che il bambino era più grosso, aveva più cartoncini della femmina: il bambino aveva 2 cartoncini e 2 su 4 quadretti, mentre la femmina aveva 2 cartoncini e 1 su 4 quadretti";
- un gruppo ha proceduto sempre dividendo le figure in parti ed unendo i vari pezzi, ma solo tracciando linee sul foglio, senza tagliare le figure; tra gli interventi dei bambini troviamo ad esempio: "Successivamente il nostro gruppo ha deciso di unire i triangoli con un altro triangolo e così formando un quadrato". Al metodo della scomposizione e ricomposizione di figure il gruppo ha aggiunto l'uso di formule -non ancora trattate nelle lezioni ma scoperte intuitivamente dai bambini-, che hanno consentito di non

passare attraverso l'unità di misura del cartoncino, ma di approdare direttamente ai cm². Infatti nell'elaborato troviamo scritto: "Per ogni triangolo abbiamo usato una formula specifica, che è base per altezza diviso 2", ma a questa formula si è aggiunta quella "base per altezza" utilizzata nei quadrati e nei rettangoli;

- nel gruppo già citato, in quanto i suoi componenti avevano mostrato interazioni poco positive, i bambini sono entrati in conflitto rispetto alla grandezza da misurare: mentre uno di loro riteneva si dovesse calcolare il perimetro delle figure, un altro sosteneva si dovesse procedere con il calcolo dell'area. I bambini hanno seguito l'idea del leader, mostrando di saper misurare il perimetro di figure regolari anche se purtroppo non era questa la richiesta del problema. Esaminando il resoconto che hanno fatto alla classe mi è sembrato che gli alunni fossero andati in confusione, che si fossero accorti delle incongruenze durante il lavoro ma che non se la fossero sentiti di tornare sui propri passi.

Invece per rispondere alla seconda domanda:

- due gruppi hanno preso come unità di riferimento un quadratino corrispondente ad un quarto del quadrato in alto a destra nel problema e ne hanno calcolato l'area utilizzando la formula "base per altezza": 2 cm x 2 cm = 4 cm², che corrispondeva all'estensione della parte nella figura originale, non rimpicciolita. Come ha affermato un bambino: "Visto che ogni quadrato misurava 2 cm per lato, vuol dire che all'interno ci stavano 4 cm²." Quindi i gruppi hanno ripreso il lavoro di scomposizione e ricomposizione precedentemente realizzato, sommando 4 cm² ogni volta che ritrovavano un quadrato congruente all'unità di misura;
- un gruppo ha suddiviso le figure in quadratini di lato 1 cm, costruendo al loro interno una specie di griglia e procedendo al conteggio del numero dei quadratini per arrivare alla misura in cm². Questo modo di lavorare è emerso anche dalle parole dei bambini: "Abbiamo contato facendo quadrati con i lati da 1 cm le varie figure e abbiamo disegnato i quadrati dentro le figure." La modalità di procedere riprendeva correttamente le regole della piastrellatura, che i bambini avevano sperimentato nel problema precedente; il gruppo ha insistito in particolare sull'unione di sottounità di misura per formarne di intere;

- un gruppo ha avuto qualche difficoltà nel passaggio dall'unità di misura dei cartoncini a quella dei cm^2; una bambina ha affermato: "Per noi un cm^2 era un quadrato intero", cercando di spiegare con le sue parole come lei e i compagni avessero considerato equivalenti le due unità di misura. I loro risultati quindi, nonostante riportassero la dicitura "cm^2", in realtà erano da riferire al "numero dei cartoncini";
- l'ultimo gruppo, coerentemente con la misura del perimetro, ha utilizzato i centimetri, non realizzando quindi alcuna esperienza con i centimetri quadrati.

Se si esclude quest'ultimo gruppo che ha calcolato i perimetri delle figure, i risultati ottenuti dai bambini si possono ritenere soddisfacenti: coloro che sono passati per l'unità di misura dei cartoncini hanno trovato risultati esatti (2 cartoncini e un quarto per la bambina, 2 cartoncini e mezzo per il bambino), mentre i risultati in cm^2 si avvicinavano tutti a quelli corretti, arrivando anche alla perfezione in un gruppo (36 cm^2 per la bambina e 40 cm^2 per il bambino).

Il breve confronto collettivo non ha fatto altro che confermare la validità dei modi di procedere dei vari gruppi, i quali seguendo strade diverse sono arrivati a risultati più che buoni. Anche il gruppo che era andato fuori strada si è accorto dell'errore ed ha seguito con interesse il ragionamento per arrivare alla risposta corretta.

2.4.10 La costruzione delle formule per il calcolo dell'area

i. Descrizione dell'attività e modalità di svolgimento

In seguito al quinto problema sono state proposte due attività per riprendere e consolidare gli aspetti che questo aveva trattato.

La prima attività ha approfondito la misura di aree in dm^2 e cm^2: ai bambini è stato chiesto di misurare le superfici di oggetti presenti nella classe, utilizzando le unità precedentemente costruite con la carta millimetrata. La proposta richiamava quanto sperimentato per il perimetro (cfr. 2.4.4) e voleva creare un nuovo legame tra il percorso e la realtà che circondava i bambini.

L'attività non sarà descritta nei dettagli per lasciar spazio alla seconda esperienza realizzata, più significativa sia per le sfide proposte sia per i risultati conseguiti; si tratta della costruzione delle formule per il calcolo dell'area.

I bambini sono stati divisi in coppie o gruppi da tre individui; quindi sono stati consegnati dei cartoncini, su cui gli alunni avevano la possibilità di disegnare, ritagliare ed incollare forme. La richiesta era di partire dalla formula per il calcolo veloce dell'area del rettangolo, che era stata scoperta nelle attività precedenti, per costruire le formule valide per il triangolo e il rombo. È stato suggerito di lavorare con la scomposizione e ricomposizione di figure, un metodo che grazie alle esperienze svolte era ormai conosciuto da tutti i bambini.

L'idea alla base della proposta non era nuova, ma riprendeva un modo di procedere approvato dagli esperti di didattica della matematica (cfr. Cazzola, 2001, pp.64-65).

Gli scopi dell'attività erano far comprendere l'importanza delle formule come modalità rapide di risolvere i problemi e consentirne l'interiorizzazione e l'uso consapevole, grazie al lavoro di costruzione che le avrebbe fatte emergere.

L'intera proposta ha richiesto due giornate di lavoro, ciascuna dedicata ad una figura, per un tempo totale di quattro ore. Il fare dei bambini è stato sempre accompagnato da scambi di idee, brevi discussioni, interventi mirati dell'adulto; al termine di ciascuna parte del lavoro era previsto anche un momento di resoconto alla classe, con la condivisione della formula trovata.

ii. Osservazioni sulle risposte dei bambini

I bambini in un primo momento sono parsi un pò perplessi: il compito era tutt'altro che semplice e le indicazioni date non erano molte; probabilmente si trattava di uno dei primi lavori di reale scoperta di una conoscenza che si trovavano ad affrontare.

Ciò che era loro richiesto era di mettere in campo le conoscenze e le competenze maturate fino a quel punto del percorso, oltre ad una buona dose di impegno e di creatività. Infatti di fronte ad un problema aperto di questo tipo tutti i modi di procedere, tutte le strategie, tutti gli strumenti utilizzati potevano essere validi: il compito richiedeva quindi l'attivazione di un pensiero divergente, flessibile, creativo.

Nonostante lo spiazzamento iniziale tutti si sono buttati come hanno potuto nella ricerca di una soluzione al quesito posto. Il procedere non è stato lo stesso per tutti: se c'erano gruppi dove alcuni bambini "tiravano" verso intuizioni brillanti, in altri era lo scambio di idee che conduceva verso la strada corretta; se in alcune realtà i bambini sono arrivati abbastanza velocemente alla risposta finale, in altre sono rimasti un po' impantanati, fermandosi per alcuni periodi di tempo senza riuscire ad elaborare un'idea valida per procedere.

Per questi motivi è stato fondamentale monitorare le situazioni una ad una ed attivare interventi personalizzati, a seconda del percorso portato avanti da ciascuna coppia. Quasi tutti i gruppi hanno avuto bisogno di un mio intervento, ma per la maggioranza sono bastati una guida, un indizio, l'accenno di una strada perché riuscissero a proseguire in autonomia, arrivando alla risposta corretta.

Per quanto riguarda il triangolo la maggior parte dei gruppi è arrivata alla risposta nel modo più semplice, ovvero costruendo un rettangolo, tagliandolo a metà lungo una diagonale in modo da formare due triangoli uguali e giustificando in questo modo la divisione per 2 adoperata nella formula (cfr. fig.9). Ha scritto ad esempio un gruppo: "Abbiamo disegnato un rettangolo e lo abbiamo diviso in due. A questo punto ci è venuto fuori un triangolo."

Altri gruppi hanno invece operato costruendo un rettangolo (o quadrato) e disegnando all'interno un triangolo isoscele (o equilatero) che avesse la base coincidente con quella del rettangolo e il vertice opposto toccante la seconda base; quindi hanno tagliato il

rettangolo in 3 pezzi seguendo le linee ed hanno ricomposto un secondo triangolo congruente a quello disegnato, unendo i due “scarti”; a questo punto hanno scoperto che il rettangolo era composto da 2 triangoli uguali e che quindi quest’aspetto giustificava la divisione per 2 della formula (cfr. fig.10). Ha scritto ad esempio un gruppo: “Da un cartoncino di forma rettangolare abbiamo ritagliato un triangolo. Con i due pezzi di scarto, unendoli, abbiamo ricavato un altro triangolo”; similmente un altro gruppo: “Per prima cosa abbiamo disegnato un quadrato sul foglio che ci ha dato Laura. Successivamente abbiamo disegnato un triangolo equilatero dentro al quadrato, c’erano due parti che avanzavano e messe insieme formavano un triangolo equilatero.”
Altri gruppi hanno cercato di operare altre scomposizioni più o meno corrette, che alla fine hanno abbandonato in vista delle modalità più semplici di procedere.

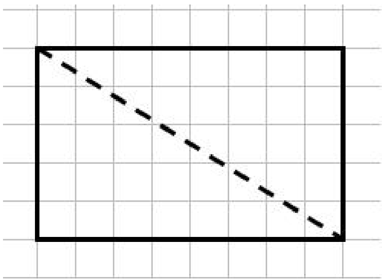


Figura 9. Il rettangolo tagliato lungo una diagonale forma 2 triangoli uguali.

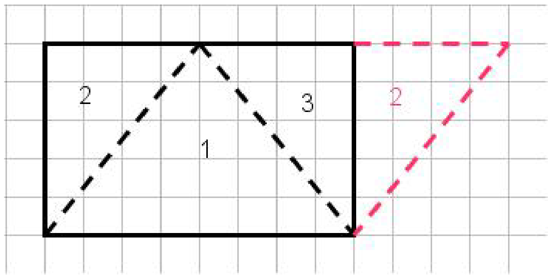


Figura 10. Il rettangolo tagliato lungo le linee tratteggiate forma due triangoli uguali: unendo i pezzi 2 e 3 si ottiene un triangolo uguale a 1.

Nel lavoro con il rombo ho riscontrato le difficoltà che mi aspettavo, dettate dal fatto che nella sua formula cambiano i parametri di riferimento per il calcolo dell’area: si passa infatti dall’importanza di base ed altezza alla rivalutazione delle diagonali.
I gruppi hanno proceduto seguendo essenzialmente due strade:
- una parte di loro ha considerato il rettangolo che si poteva costruire racchiudendo il rombo, in modo che i vertici del rombo toccassero i lati del rettangolo. A questo punto ci si poteva accorgere -decostruendo la figura o semplicemente osservandola nelle sue parti- che il rettangolo disegnato conteneva due rombi uguali e che quindi l’area del singolo rombo disegnato era estesa la metà dell’area del rettangolo (cfr. fig.11). La formula “base per altezza diviso 2” che veniva automatico pensare doveva però essere

sostituita da quella "diagonale maggiore per diagonale minore diviso 2", prendendo in considerazione gli elementi propri del rombo. Questo passaggio è stato forse quello più complesso per i bambini, perché presumeva di essersi accorti della coincidenza tra i vari elementi del rettangolo e del rombo;

- gli altri gruppi invece sono partiti dalla considerazione per cui ogni rombo è formato da 2 triangoli isosceli o 4 triangoli rettangoli uguali, delimitati dalle diagonali del rombo (cfr. fig.12). In un gruppo ho osservato proprio il piegamento della figura lungo le diagonali, azione pratica che ha facilitato il ragionamento. Era quindi possibile ricavare l'area del rombo calcolando prima quella di un triangolo con la formula "base per altezza diviso 2" e poi moltiplicandola per 2 o per 4, a seconda del triangolo considerato. Anche qui l'aspetto più difficile riguardava il passaggio agli elementi del rombo; questo richiedeva di accorgersi che le basi e le altezze dei triangoli considerati equivalevano alla diagonale maggiore o minore, o alla loro metà, del rombo.

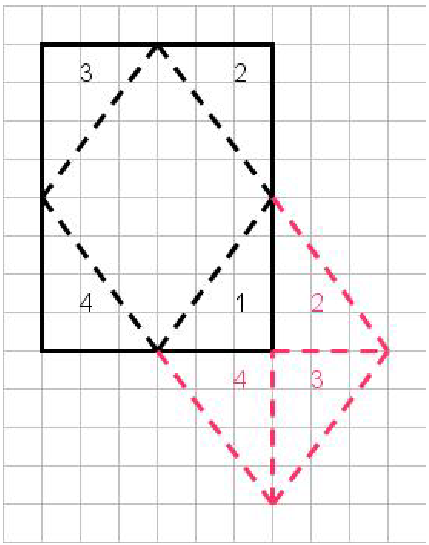


Figura 11. Dentro il rettangolo ci stanno due rombi uguali.

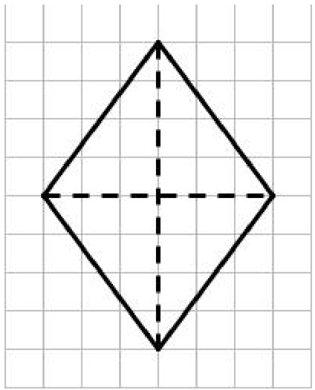


Figura 12. Il rombo è costituito da due triangoli isosceli o quattro triangoli rettangoli uguali.

Più o meno tutti i gruppi sono arrivati alla formula, anche se non in tutti i lavori era chiaro il procedimento svolto e alcuni bambini hanno avuto difficoltà ad esporre il ragionamento effettuato. Inoltre non è stato immediato il passaggio ai due modi di procedere sopra esposti: i gruppi hanno provato in vari modi, più o meno corretti, che comportavano la scomposizione e ricomposizione, l'analisi degli elementi delle figure, la ricopritura con i cm^2. Abbastanza diffuso è stato ad esempio il procedere scomponendo il rombo in 4 triangoli rettangoli uguali e ricomponendolo in modo da formare un rettangolo, ma poi i bambini non hanno saputo utilizzare questa scoperta per costruire la formula.

L'esperienza è stata a mio parere molto proficua: i procedimenti risolutivi adottati e appena descritti risultavano validi e frutto di ragionamenti complessi; inoltre tutti i bambini sono riusciti ad arrivare più o meno autonomamente alle risposte corrette. Gli alunni sono riusciti a mettere in campo efficacemente i vecchi apprendimenti, legati soprattutto alle proprietà delle figure e al metodo della scomposizione e ricomposizione, ma hanno anche acquisito nuove conoscenze e capacità in merito alle strategie per velocizzare il calcolo delle aree.
La scoperta delle formule per il calcolo veloce dell'area di alcune figure "classiche" ha concluso il lavoro sugli argomenti del percorso. A quest'attività sono seguiti la somministrazione del test finale e la condivisione con i bambini di vissuti, apprendimenti ed emozioni legati al percorso, all'interno di una discussione collettiva. Un'analisi del test finale è riportata in §2.4.11, mentre alcuni aspetti della discussione saranno ripresi ed esaminati nelle riflessioni conclusive (cfr. cap.3).

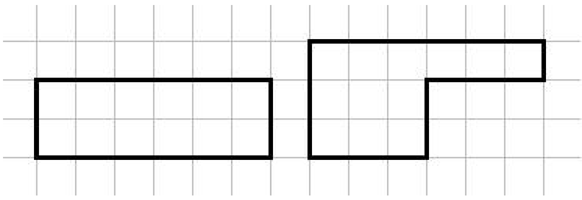
2.4.11 Il test finale

Per il completamento della microindagine al termine del percorso ho proposto un nuovo test, che mirava a comprendere il punto di arrivo, ovvero le conoscenze e competenze geometriche che i bambini possedevano dopo il mio intervento.

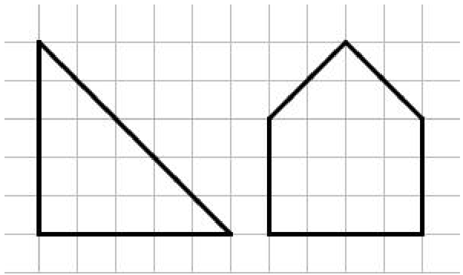
Di seguito sono riportati gli esercizi del test:

1) Tra le seguenti coppie di figure, quale o quali hanno lo stesso perimetro?

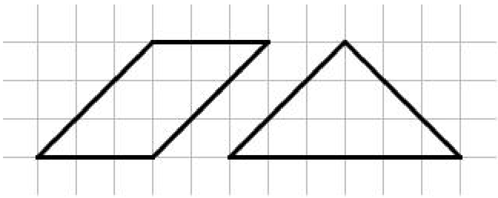
□ A



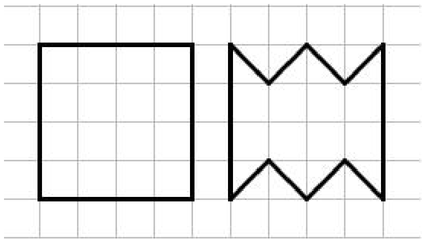
□ B



□ C

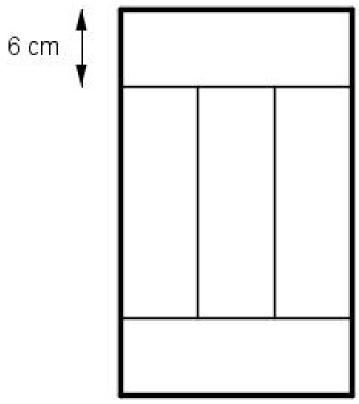


□ D



□ Nessuna delle coppie di figure disegnate

2) Simona ha costruito questa figura mettendo insieme 5 rettangoli uguali.
Tenuto conto della misura scritta, quanto sarà lungo il perimetro di tutta la figura?



□ 94 cm

□ 90 cm

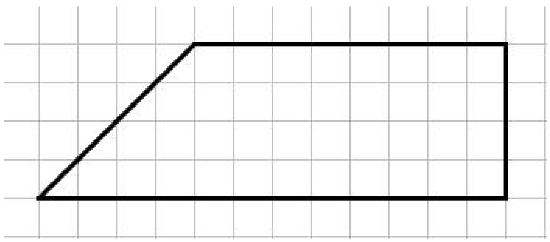
□ 92 cm

□ 96 cm

3) Un triangolo isoscele ha il perimetro lungo 50 cm e la base lunga 24 cm.
Quanto misurerà ciascuno dei suoi lati obliqui?

…………………………………………………………………………………………..

4) Quanto possono misurare la base e l’altezza di un rettangolo che ha la stessa area della figura disegnata?

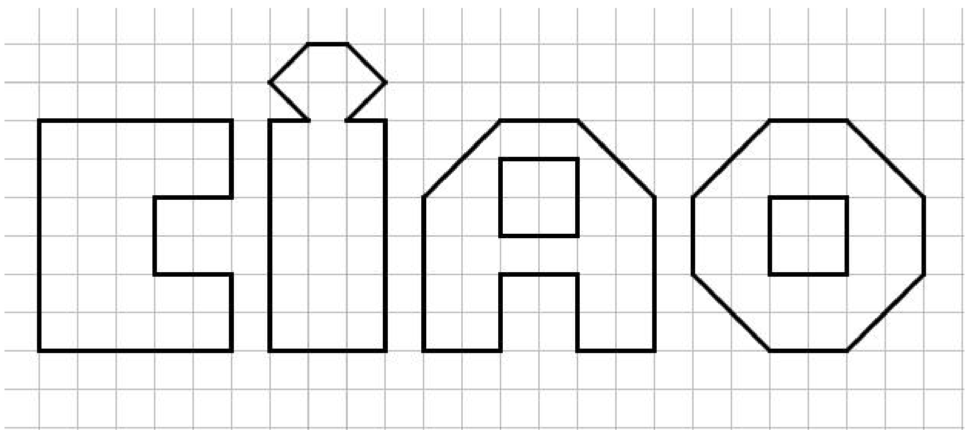


- ☐ 3 cm; 3,5 cm
- ☐ 2,5 cm; 4 cm
- ☐ 6 cm; 1,5 cm
- ☐ 5,5 cm; 2 cm
- ☐ 2 cm; 5 cm

5) L’aula della classe 1A ha una forma particolare: è composta da 2 quadrati messi uno vicino all’altro. Il lato del primo quadrato è lungo 6 metri e il lato del secondo quadrato è lungo 2 metri.
Quanto misurerà in m² l’intera superficie dell’aula?

…………………………………………………………………………………………..

6) Quale delle seguenti lettere occupa una superficie maggiore?
Fai attenzione alla presenza di “buchi” nelle figure.



- ☐ C
- ☐ I
- ☐ A
- ☐ O

i. Descrizione dell'attività e modalità di svolgimento

L'attività era speculare a quella proposta all'inizio del percorso (cfr. 2.4.2) e rispetto ad essa non sono stati apportati dei cambiamenti organizzativi. L'unica differenza ha riguardato la presenza di 4 bambini in più rispetto al test iniziale, uno nella 5B di via Tajani e tre nella 5B di via Clericetti. Nella prima prova tre di loro risultavano assenti ed uno non vi aveva partecipato in quanto non ritenuto in grado di affrontare il test per i suoi problemi nell'apprendimento.

Il test è stato elaborato in modo analogo a quello iniziale ma con l'aggiunta di alcune difficoltà, che ho ritenuto necessarie considerati i 5 mesi trascorsi rispetto alla prima prova e la quantità di esperienze che le varie classi avrebbero potuto realizzare. Gli esercizi proposti erano sempre 6 e la scala di valutazione, riportata nella legenda (cfr. tabella 2), riprendeva in larga parte quella utilizzata nella prima prova; queste scelte sono state realizzate per permettere un confronto diretto con i risultati del test iniziale.

ii. Osservazioni sulle risposte dei bambini

La tabella 2 riporta i risultati in modo analogo a quelli del test iniziale: per ogni classe sono presentate prima le percentuali di risposte corrette ed errate fornite alle diverse domande e poi il punteggio medio ottenuto. Nell'ultima colonna è stato aggiunto il miglioramento conseguito dalle classi, ovvero l'incremento o decremento del punteggio medio che queste hanno ottenuto rispetto al test iniziale.

Ciò che si può notare è innanzitutto un miglioramento globale dei punteggi ottenuti dai bambini, se paragonati a quelli del test iniziale; l'incremento medio non è particolarmente alto (+0,39 punti), ma lo diventa se si considera l'aumento del livello di difficoltà rispetto alla prova precedente.

Se si confrontano poi i risultati ottenuti con il punteggio medio (3,14 punti) tra le classi si vanno a delineare 3 sottogruppi:

- la 5B di via Tajani, la 5A e la 5C di via Clericetti si sono collocate un po' sopra la media (rispettivamente +0,32, +0,31 e +0,27 punti);
- la 5A di via Tajani si è collocata leggermente sopra la media (+0,04 punti);
- la 5B di via Clericetti si è collocata molto sotto la media (–0,86 punti).

Classi	Numero bambini	Esercizio 1*				Esercizio 2*			Esercizio 3*		
		sì	sì/no	no	NR	sì	no	NR	sì	no	NR
5A Tajani	23	26,09	39,13	34,78	0	65,22	34,78	0	69,57	26,09	4,35
5B Tajani	21	23,81	71,43	4,76	0	66,67	33,33	0	85,71	14,29	0
5A Clericetti	16	31,25	50	18,75	0	87,5	12,5	0	75	25	0
5B Clericetti	18	11,11	72,22	16,67	0	55,56	27,78	16,67	50	33,33	16,67
5C Clericetti	16	31,25	56,25	12,5	0	62,5	31,25	6,25	68,75	31,25	0
Totale classi	94	24,47	57,45	18,09	0	67,02	28,72	4,26	70,21	25,5	4,26

Esercizio 4*					Esercizio 5*			Esercizio 6*			Punteggio medio	Miglioramento**
sì (2)	sì (1)	sì/no	no	NR	sì	no	NR	sì	no	NR		
4,35	56,52	0	34,78	4,35	30,43	60,87	8,7	60,87	39,13	0	3,18	0,88
0	33,33	0	57,14	9,52	38,1	42,86	19,05	71,43	28,57	0	3,46	0,79
0	43,75	0	43,75	12,5	50	50	0	43,75	56,25	0	3,45	-0,29
11,11	11,11	0	33,33	44,44	11,11	61,11	27,78	44,44	50	5,56	2,28	-0,28
6,25	25	0	62,5	6,25	37,5	62,5	0	87,5	12,5	0	3,41	0,72
4,26	35,11	0	45,74	14,89	32,98	55,32	11,7	61,7	37,23	1,06	3,14	0,39

* Dati in percentuale
** Incremento o decremento del punteggio medio rispetto al test iniziale

LEGENDA		
Simbolo	**Significato dei punteggi attribuiti agli esercizi**	**Punti**
sì	Risponde in modo corretto	1
no	Risponde in modo sbagliato	0
NR	Non risponde	0
sì / no	Individua la risposta giusta, ma la affianca ad altre sbagliate	0,5
sì (2)	Individua entrambe le risposte corrette	1
sì (1)	Individua una sola delle risposte corrette	0,75

Tabella 2. Gli esiti del test finale

Si può notare come il gruppo sperimentale, la 5A di via Tajani, si fosse avvicinato agli altri gruppi, da cui non lo separavano più grandi distanze com'era stato nella precedente occasione. Basta pensare che nel test iniziale la classe che aveva ottenuto il punteggio migliore era distante 1,44 punti dalla 5A, mentre in questo test la distanza con la miglior classe era solo di 0,28 punti, un numero più di 5 volte inferiore al risultato precedente.
Il miglioramento è confermato dai risultati relativi, ottenuti paragonando gli esiti nei test iniziale e finale: la 5A di via Tajani è la classe che ha realizzato il miglior progresso, aumentando il proprio punteggio medio di 0,88 punti. Le altre classi hanno avuto un incremento minore e due di loro sono addirittura andate in decremento; infatti a seguire si ritrovano la 5B di via Tajani (incremento di 0,79 punti, ovvero 0,09 in meno rispetto al gruppo sperimentale), la 5C di via Clericetti (incremento di 0,72 punti, ovvero 0,16 in meno rispetto al gruppo sperimentale), la 5B di via Clericetti (decremento di 0,28 punti, ovvero 1,16 punti di incremento in meno rispetto al gruppo sperimentale) e la 5A di via Clericetti (decremento di 0,29 punti, ovvero 1,17 punti di incremento in meno rispetto al gruppo sperimentale).
Si può osservare anche il miglioramento degli esiti della classe sperimentale negli esercizi che richiedevano dimestichezza nel trattamento delle figure sulla carta quadrettata. Se nell'esercizio 1 si sono riscontrate alcune difficoltà, quantificabili con il 16,69% di risposte sbagliate in più rispetto alla media, nell'esercizio 6 i risultati sono stati nella media e nell'esercizio 4 l'hanno abbondantemente superata, con il 21,41% di risposte corrette in più -sì(1)- rispetto al punteggio medio.

I risultati dei test sono molto incoraggianti; ciò che ci dicono i numeri è che proporre un percorso fondato sulla didattica per problemi può portare ad un globale miglioramento delle conoscenze e competenze dei bambini in merito agli argomenti trattati.
Adottare un approccio socio-costruttivista, evitando attività trasmissive e ponendo al centro i bambini, può portare a risultati almeno pari se non migliori a quelli raggiungibili grazie ad altre pratiche didattiche più o meno innovative. Infatti l'esperienza ha mostrato che gli alunni sottoposti al trattamento sperimentale hanno ottenuto un miglioramento non solo rispetto a se stessi, ma anche rispetto ad altri bambini della stessa fascia d'età.

Quest'aspetto risulta evidente se si tiene conto della mancata equivalenza nella preparazione dei gruppi all'inizio dell'indagine e se si considerano gli incrementi rispetto ai punteggi ottenuti nella prova iniziale. Ritengo corretto aggiungere che la classe sperimentale ha ottenuto risultati migliori nonostante fosse sfavorita per alcune variabili, già descritte in §2.4.2: il maggior numero di bambini che dovevano essere seguiti dallo stesso insegnante; la scarsa continuità didattica, con docenti non specializzati nel sostegno e non necessariamente aperti alle novità; la partecipazione alle prove di un bambino diversamente abile. Non considero quest'ultimo aspetto un elemento a sfavore in sé per chi come me punta all'integrazione, ma ritengo che lo diventi quando nelle altri classi oggetto del confronto non ci sono bambini diversamente abili (come nella 5B di via Tajani) o sono presenti ma non vengono fatti partecipare alle prove con la propria classe (come nella 5A e nella 5C di via Clericetti).

Per concludere ritengo significativo focalizzare l'attenzione su due aspetti specifici che hanno caratterizzato il gruppo sperimentale.
Innanzitutto la 5A di via Tajani ha ottenuto un punteggio migliore rispetto a quelli di tutte le altre classi nell'esercizio 4, che avevo progettato come il più complesso. Qui per rispondere alla domanda era necessario svolgere due operazioni al posto di una, come previsto negli altri esercizi: calcolare l'area del trapezio disegnato e trovare quali tra i rettangoli di cui erano fornite le dimensioni fossero equiestesi al trapezio. A mio parere risolvere correttamente quest'esercizio riconoscendo almeno uno dei due rettangoli equiestesi significava avere una buona padronanza dell'area di figure piane.
C'è un altro aspetto da rilevare: l'esercizio 3 è stato da me concepito per avere come risposta 13 cm, facendo riferimento al triangolo di lati 24, 13 e 13 cm, ma c'è un solo bambino appartenente al gruppo sperimentale, Le., che ha dato una risposta fuori dagli schemi. Alla domanda "Quanto misurerà ciascuno dei suoi lati obliqui?" Le. ha risposto "Uno 24 cm e l'altro 2 cm".
Se si considerano lati obliqui i due lati uguali del triangolo isoscele, come solitamente vuole la convenzione dei libri di testo, la risposta potrebbe sembrare sbagliata. Ma né io né la professoressa Cazzola, che mi ha seguito in questo lavoro, abbiamo ritenuto opportuno fermarci a questa visione standard ed in fondo frutto solo di convenzioni. La

risposta data da Le. non è sbagliata, perché il triangolo che ha ipotizzato, con lati 24, 24 e 2 cm, esiste e risponde a tutte le richieste dell'esercizio, pertanto ha diritto di essere riconosciuto come valido (cfr. fig.13).

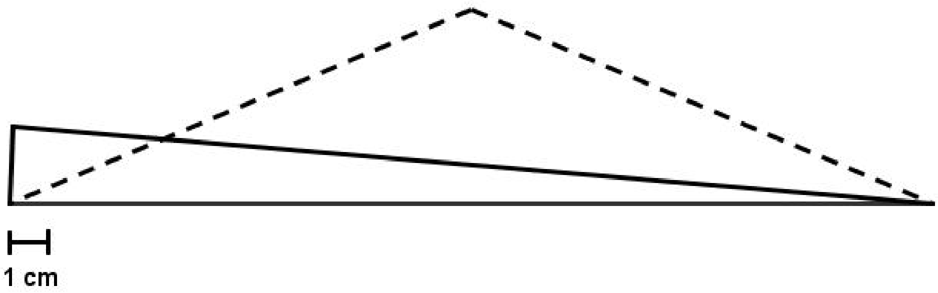


Figura 13. Sulla base fornita dal testo dell'esercizio sono costruiti il triangolo "standard" con i lati tratteggiati e il triangolo "non standard" con i lati continui (tutte le misure sono in scala 1:2). Entrambi i triangoli sono isosceli, hanno la base di 24 cm e il perimetro di 50 cm, pertanto sono risposte corrette all'esercizio 3 del test finale.

A mio parere la comparsa di questi elementi proprio nel gruppo sperimentale non è casuale e mostra come una pratica didattica socio-costruttivista possa portare ad approfondire meglio gli argomenti e ad affrontare con più padronanza problemi complessi, ma anche a sviluppare il pensiero divergente, quell'andare "fuori dagli schemi predefiniti" che mi sono augurata e mi augurerò sempre di coltivare nei bambini. È interessante notare anche come la risposta non standard di Le. sia emersa in una domanda che lasciava spazio alle parole del risolutore; in un test composto solo da domande a risposta multipla quest'aspetto così significativo sarebbe andato quasi sicuramente perduto. Risulta evidente l'importanza che assume nella pratica didattica la scelta delle prove di valutazione, che può influenzare la comprensione da parte dell'insegnante dei reali apprendimenti conseguiti dai bambini.

Capitolo 3
Riflessioni conclusive

3.1 Introduzione

Giunti al termine della narrazione è possibile fare un bilancio complessivo di quanto è stato realizzato all'interno del percorso, paragonando i risultati progettati con quelli effettivamente raggiunti insieme ai bambini ed arrivando a delle conclusioni.
La riflessione a posteriori sulle esperienze svolte è significativa in quanto riesce a guardare i fatti vissuti in prima persona con uno sguardo diverso, quasi esterno; in questo modo è possibile cogliere l'importanza di alcuni particolari che a caldo non avevano attirato l'attenzione o trarre delle conclusioni a partire da uno sguardo d'insieme dell'esperienza.
In particolare questo modo di procedere è fondamentale nell'ambito dell'insegnamento, in quanto consente di apprendere dall'esperienza e di affrontare quindi le sfide successive con una maggior consapevolezza di tutte le variabili coinvolte.

3.2 Uno sguardo critico al percorso

Riguardando a posteriori l'intero percorso alla luce delle osservazioni condotte in itinere, di ciò che mi hanno comunicato i bambini e l'insegnante tutor e delle mie riflessioni personali credo di potervi individuare dei punti di forza e di debolezza.
Tra i punti di forza del percorso direi che il principale si può riassumere con la scelta di adottare un approccio socio-costruttivista; questo per diverse ragioni.
Innanzitutto perché fare e sperimentare in prima persona ha consentito ai bambini di costruire gli apprendimenti, di sentirli come qualcosa di personale e di vero e quindi di interiorizzarli meglio; infatti le esperienze e i concetti ad esse legati sono rimasti nella memoria degli alunni anche a distanza di tempo.
Inoltre le interazioni continue promosse dal metodo di lavoro hanno consentito da una parte di far sentire i bambini ascoltati e rispettati, dall'altra di costruire un sapere più ricco e condiviso, che è diventato bagaglio comune della classe. Il primo aspetto è

emerso dall'aumento della qualità e della quantità di partecipazione che i bambini hanno mostrato nel tempo, ma anche dalle affermazioni registrate nella discussione finale; il secondo aspetto si è realizzato grazie a tutti quei piccoli interventi personali che hanno reso gli argomenti trattati qualcosa di unico, non rintracciabile in alcun libro di testo.
Un altro punto di forza è stato porre i problemi al centro del percorso; questi sono infatti stati fondamentali per introdurre gli argomenti e la curiosità per gli argomenti, per far emergere preconoscenze ed esperienze pregresse dei bambini, per interessarli e motivarli al lavoro, percepito come una serie di sfide complesse ed intriganti.
Ha riscosso successo anche la scelta di far utilizzare materiali come lo spago, i cartoncini, la carta millimetrata, la carta da pacchi: le attività manipolative hanno fatto sperimentare concretamente i concetti e la costruzione con le mani ha aiutato la costruzione con la mente, molto più di ciò che avrebbero fatto tante parole.
Un ultimo elemento che ritengo di dover citare riguarda la mia attenzione alle esigenze individuali: gli interventi di *scaffolding*, gli incoraggiamenti e gli aiuti che hanno accompagnato la pratica didattica non sono stati ignorati né dai bambini né dall'insegnante tutor. Infatti nella discussione finale i bambini hanno esplicitato di essersi sentiti ascoltati, supportati, incoraggiati durante il percorso e l'insegnante ha sottolineato positivamente la mia continua attenzione ai bisogni degli individui.

A questo punto dell'analisi critica mi sembra corretto citare anche i riscontri meno positivi, che considero punti di debolezza del percorso svolto.
Un primo aspetto riguarda la scarsità di esperienze realizzate per consolidare gli apprendimenti. Nel percorso ho scelto di dedicare il tempo a disposizione alle attività in piccolo e grande gruppo, che permettevano di introdurre e fare esperienza dei concetti. Nonostante in queste proposte fossi attenta a riprendere gli stessi aspetti più volte, in modo che i bambini li potessero maneggiare in più modi e comprenderli da più punti di vista, riflettendo a posteriori ritengo che sarebbe stato appropriato dedicare qualche momento anche a lavori individuali. Qui i bambini avrebbero avuto la possibilità di sperimentare nuovamente da soli quanto appreso insieme ai compagni e probabilmente sarebbero apparsi più consapevoli in itinere delle proprie difficoltà, evitando che queste si ripresentassero più avanti.

Un'altra scelta che non ha avuto sempre un esito favorevole riguarda l'insistenza sulla documentazione del lavoro svolto da parte dei bambini. Questa pratica aveva diverse utilità ma ha comportato anche degli svantaggi: da una parte consentiva la ripresa e la rielaborazione con le parole dei bambini dei contenuti trattati favorendone l'interiorizzazione ed aiutava a mantenere una traccia del percorso, utile per gli alunni, gli insegnanti e i genitori; d'altra parte il lavoro richiedeva del tempo, che è stato così sottratto ad altre possibili esperienze ed anche maggiori sforzi per coinvolgere i bambini, che in queste situazioni apparivano meno interessati rispetto ai momenti operativi.
Questi sono aspetti che, in un'eventuale riproposta del percorso, in parte cambierei tenuto conto delle riflessioni effettuate. C'è poi un ulteriore elemento che modificherei ma se mi si presentasse di fronte una situazione diversa, ovvero quella di poter seguire gli stessi bambini per più anni. In questo caso opterei per la distribuzione delle esperienze negli anni, in modo da consentire un passaggio più graduale dalle conoscenze intuitive a quelle formali e far quindi sedimentare meglio gli apprendimenti. Inoltre dedicherei del tempo nelle prime classi per abituare i bambini ad un metodo di lavoro che nelle classi superiori possano usare con dimestichezza.
È stato quindi un punto di debolezza proporre l'intero percorso in una classe quinta, in cui era necessario gestire sia tutti gli aspetti dei contenuti sia quelli relativi alle modalità di lavoro. Se però si considera il contesto in cui sono stata inserita si potrà condividere la mia scelta di condensare tutti gli aspetti in un anno per fornire ai bambini un percorso completo.

Come si può notare in tutti gli elementi di debolezza citati rientra la variabile del tempo; proporre un percorso improntato sulla didattica per problemi comporta infatti un'attenta gestione di questo parametro. Da una parte occorre rispettare i tempi dei bambini, se si vuole che questi costruiscano gli apprendimenti e non seguano semplicemente un programma dettato dall'insegnante; d'altro canto però occorre essere consapevoli del tempo a disposizione ed utilizzarlo per le attività che si ritengono realmente significative. Piuttosto che affrontare tanti argomenti meglio allora avere "tempo sufficiente per… *perdere tempo* in un ragionamento inconcludente o addirittura sbagliato, per fare tentativi e capire gli abbagli presi" e ancora "per *ripensare* quanto è stato compiuto, individuando la mossa che ha portato al successo e cercando di cogliere l'essenza più generale della strategia adottata." (Cazzola, 2003)

3.3 I risultati raggiunti

Grazie ai suoi punti di forza e nonostante i suoi punti di debolezza il percorso ha raggiunto una fine e con essa dei risultati, ovvero dei cambiamenti e dei miglioramenti riscontrati nei bambini rispetto all'inizio dell'esperienza.

È necessario innanzitutto chiarire quali strumenti e materiali ho utilizzato per rilevare i risultati: le osservazioni sui bambini raccolte nel diario di bordo dell'esperienza; gli elaborati prodotti nei lavori di gruppo; la raccolta degli interventi dei bambini nelle discussioni che seguivano i lavori di gruppo e nel confronto finale; gli esiti dei test. La maggior parte delle osservazioni sono state condivise anche con l'insegnante tutor, che ha avuto modo di notare i miglioramenti da una prospettiva privilegiata.

La scelta di tenere in considerazione per il delicato processo di valutazione anche i processi e non solo i prodotti del lavoro, utilizzando come principale strumento l'osservazione dei bambini, è coerente con l'approccio socio-costruttivista adottato. Infatti aspetti come la partecipazione, l'impegno, la capacità di lavorare in gruppo, centrali in questa metodologia di lavoro, sono difficilmente valutabili attraverso una sola prova finale sui contenuti del percorso. In questo contesto quindi gli esiti dei test sono rilevanti, ma per non avere una visione parziale dei fatti è fondamentale affiancarli a conclusioni tratte da altri dati in mio possesso.

I risultati più importanti che ritengo di aver raggiunto riguardano il coinvolgimento e la partecipazione mostrati dai bambini nell'intero percorso.

L'approccio centrato sugli alunni ha reso possibile vederli in azione, sentirli parlare, trovarli coinvolti, interessati, motivati, perfino divertiti, come è avvenuto durante l'attività di costruzione delle figure con il cartoncino (cfr. 2.4.7). In quell'occasione, come si ricorderà, i bambini avevano lavorato con interesse cercando di riprodurre con dei quadratini di cartoncino alcuni elementi della realtà ed assegnando loro dei nomi

"umoristici". Anche nella discussione finale ho trovato conferme a riguardo: i bambini hanno infatti ricordato a posteriori l'attività come un'esperienza molto divertente, soprattutto per la possibilità di "inventare immagini strane giocando con le figure".
Come è già stato osservato nei resoconti delle attività la partecipazione dei bambini è gradualmente aumentata con il procedere: se all'inizio alcuni di loro, sorpresi dalle metodologie didattiche adottate, hanno trovato difficoltà ad abituarsi a questo modo di lavorare, nel corso del tempo tutti sono arrivati ad esporsi per dare il proprio contributo attivo al percorso. I lavori all'interno dei gruppi sono apparsi sempre più il frutto di confronti e scambi di idee; le discussioni si sono ampliate, vedendo emergere gli interventi di un numero sempre maggiore di bambini. Gli alunni più introversi hanno infatti riconosciuto nella discussione finale di essere riusciti ad aprirsi nei confronti dei compagni e degli insegnanti, ad esprimere le proprie idee ed intuizioni ma anche i dubbi e le difficoltà, che spesso avevano tenuto nascosti in occasioni precedenti.
Un altro aspetto rilevante è che la motivazione mostrata non era estrinseca, in quanto durante il percorso non erano previste valutazioni; ciò che spingeva i bambini ad agire non erano i giudizi dell'adulto, piuttosto l'interesse per l'apprendere e le curiosità suscitate dalle attività, presentate appositamente come divertenti ed accattivanti. Emblematica in questo senso è stata l'esperienza di misurazione del perimetro di ambienti ed oggetti reali (cfr. 2.4.4): qui i bambini si erano mostrati talmente coinvolti da fare più di ciò che era stato loro richiesto, procedendo nel lavoro anche quando avrebbero potuto fermarsi per aspettare i compagni. È stata significativa anche la discussione sul terzo problema (cfr. 2.4.6), che ha mostrato come fosse possibile condurre i bambini a porsi delle domande e ad attivare delle riflessioni aggiuntive a quanto già trattato.

Un altro risultato raggiunto e già in parte discusso in §2.4.9 riguarda il miglioramento riscontrato nei bambini rispetto alle capacità di stare e di lavorare in gruppo, interagendo positivamente con i compagni, ascoltando e scambiando idee ed opinioni, cooperando per raggiungere uno scopo comune.
Come si è visto, i bambini non hanno raggiunto una situazione ottimale né in termini di coesione del gruppo-classe né in termini di collaborazione; nonostante questo i

miglioramenti riportati rispetto all'inizio dell'anno scolastico in tutte le abilità sopra riportate erano evidenti. Infatti gli alunni al termine del percorso erano in grado di gestire autonomamente un processo risolutivo, suddividere equamente i compiti tra i componenti del gruppo, costruire una soluzione tenendo in considerazione i contributi dei compagni.

Come è emerso anche nella discussione finale, confrontarsi con il lavoro in piccolo e grande gruppo senza molte esperienze alle spalle ha comportato diverse difficoltà per i bambini.

La difficoltà più evidente ha riguardato lo scardinamento dei ruoli stereotipati del "più o meno bravo" che i bambini si erano cuciti addosso in 5 anni di convivenza. Coloro che erano abituati ad essere i migliori nei compiti che richiedevano l'applicazione di regole studiate hanno dovuto rimettere in discussione le loro abilità di fronte a situazioni spiazzanti, in cui era necessario utilizzare la creatività, la flessibilità, il pensiero strategico. Non sempre questi erano i bambini che riuscivano meglio, che avevano le intuizioni più brillanti, che arrivavano alle scoperte nei gruppi e non di rado hanno perso la loro leadership cedendola ad altri. D'altro canto coloro che non avevano mai primeggiato nella classe per quanto riguarda il rendimento in matematica hanno visto salire le proprie possibilità quando sono riusciti a seguire i ragionamenti dei compagni o addirittura a precederli, ma anche quando si sono resi conto di poter dare il proprio contributo nei compiti complessi, che richiedevano necessariamente più menti e più mani. Esporsi in prima persona nel piccolo e nel grande gruppo non è stato semplice per quei bambini che erano un po' abituati a "seguire la massa" e che probabilmente non avevano mai sentito di fare la differenza per l'apprendimento della classe. Alcuni alunni grazie a questa partecipazione ritrovata hanno fatto un vero salto di qualità, tirando fuori potenzialità che non erano emerse prima.

Tutti i bambini inoltre hanno dovuto mettere in discussione il senso del lavoro a scuola: nel percorso non si trattava di primeggiare, essere i più bravi, arrivare prima degli altri alle conoscenze, piuttosto di collaborare, aiutare gli altri, arrivare tutti insieme agli apprendimenti. Non è stato facile, in particolare per un paio di bambini, perdere l'atteggiamento competitivo che all'inizio contraddistingueva un po' tutti ed assumerne

uno collaborativo. Non è stato facile neanche abituare gli alunni a parlare ma allo stesso tempo lasciar posto ed ascoltare gli altri, rispettando i tempi di tutti.
Sono stati l'insistenza per i lavori di gruppo e gli interventi miei e dell'insegnante tutor, frequenti all'inizio e più sporadici con l'avanzare del tempo, che hanno condotto verso il superamento di queste difficoltà.
Lavorare in gruppo ha quindi aiutato i bambini ad interagire positivamente con i compagni, ad acquisire un metodo di lavoro autonomo e a vivere l'apprendimento in modo più sereno, come esperienza socialmente condivisa. C'è però un ulteriore vantaggio che è derivato direttamente dall'uso di questa metodologia didattica e che è emerso dalle parole di un bambino durante il confronto finale: la possibilità per gli alunni di conoscere meglio alcuni compagni e rivalutarne l'immagine che si erano costruiti di loro. Quest'aspetto è giunto inaspettato; nelle osservazioni iniziali avevo rilevato una scarsa coesione del gruppo-classe (cfr. 2.2) ma non pensavo arrivasse al punto per cui i bambini, pur essendo nella stessa classe da 5 anni, non avevano mai avuto la possibilità di conoscersi realmente.
A questo proposito si è quindi dimostrata proficua la scelta di cambiare i gruppi di lavoro ad ogni attività, in modo da portare i bambini ad interagire con tutti i propri compagni. Infatti il mantenimento degli stessi gruppi, anche se probabilmente avrebbe favorito una maggior acquisizione di abilità procedurali nell'affrontare i problemi, d'altro canto avrebbe aumentato la frammentazione del gruppo-classe, mantenendo questi rapporti "parziali" tra i bambini.

A questi importanti risultati ottenuti negli ambiti sociale, emotivo e motivazionale si aggiungono quelli conseguiti sul versante cognitivo.
Innanzitutto i bambini hanno acquisito conoscenze e competenze geometriche di base relative agli argomenti del percorso: il perimetro e l'area di figure piane. I progressi in questo campo hanno lasciato tracce sia negli elaborati prodotti sia negli interventi realizzati dai bambini durante le attività proposte. Se si vanno ad analizzare questi documenti in ordine cronologico risulta evidente come i bambini abbiano risposto alle attività sempre più complesse con ragionamenti, strategie e processi risolutivi sempre più elaborati, che integravano man mano le esperienze compiute e gli apprendimenti

conseguiti. I progressi risultano evidenti anche grazie ai risultati del test finale già discussi in §2.4.11, dove gli alunni hanno dimostrato di essere migliorati non solo rispetto a se stessi ma anche rispetto ad altri bambini della stessa fascia d'età ed appartenenti ad altri contesti.

I miglioramenti però non hanno riguardato solo gli argomenti oggetto del percorso, in quanto i bambini hanno mostrato di possedere abilità procedurali, espressive e manuali che prescindevano dai contenuti trattati.

Gli alunni hanno imparato a gestire autonomamente una situazione problematica, non facendo riferimento all'adulto ma ai pari e dedicando una specifica attenzione ai vari momenti del processo risolutivo: la lettura del testo, il confronto con i compagni, l'elaborazione di strategie e modalità di procedere, la conferma della risposta, l'esplicitazione scritta e poi orale del proprio lavoro.

È stato in particolare in queste ultime due fasi che i bambini hanno migliorato la loro capacità di esprimersi, "scrivendo e parlando di matematica". Anche solo visionando gli interventi riportati nel capitolo precedente si può notare un cambiamento qualitativo nelle risposte dei bambini; queste nelle ultime attività non erano solo più elaborate ma anche più corrette dal punto di vista terminologico. Emblematiche sono state frasi come "È vero che le figure isoperimetriche possono anche non avere la stessa area, però possono anche avere la stessa area senza essere congruenti", "Visto che ogni quadrato misurava 2 cm per lato, vuol dire che all'interno ci stavano 4 cm quadrati" e "Successivamente abbiamo disegnato un triangolo equilatero dentro al quadrato, c'erano due parti che avanzavano e messe insieme formavano un triangolo equilatero", che si ritrovano rispettivamente nelle attività descritte in §2.4.6, 2.4.9 e 2.4.10.

I bambini inoltre grazie alle diverse attività operative hanno migliorato le loro abilità manuali, utili per svolgere operazioni come la misura o la costruzione di figure.

Per conseguire questi risultati sono stati attivati processi cognitivi complessi; mi riferisco in particolare al pensiero divergente, flessibile, creativo che i bambini hanno dimostrato di utilizzare in più occasioni.

Fin da subito infatti gli alunni si sono avvicinati ai problemi cercando modalità di risoluzione diverse, anche se all'inizio negli elaborati si trovavano tentativi di ridurre i

processi attivati in schemi predisposti ed appresi negli anni precedenti (cfr. 2.4.5). Man mano questi schematismi sono scomparsi e sono emersi sempre più interventi significativi, che mostravano come le attività stimolassero i bambini verso risposte "fuori dagli schemi", sebbene frutto di ragionamenti complessi.
A questo proposito dev'essere sicuramente ricordato il caso del bambino che al termine del terzo problema aveva spinto la sua mente oltre a quanto già trattato in classe, indagando brillantemente la possibile compresenza di isoperimetria, equiestensione e congruenza nelle figure. Sono anche interessanti le modalità di procedere che i bambini hanno adottato nel quinto problema e nell'attività di costruzione delle formule per il calcolo dell'area: il metodo della scomposizione e ricomposizione di figure ha infatti portato la classe a varcare nuove porte e a cercare strade inedite per arrivare alle scoperte. Non è da dimenticare neanche la risposta "non standard" data da Le. nell'esercizio 3 del test finale, già discussa in §2.4.11 ed esemplificata nella figura 13 (cfr. pag.93).
Al di là di questi casi eclatanti la quotidianità riservava sempre delle sorprese, che trovavano spazio per emergere in una pratica didattica centrata sulle attività costruttive e manipolative ed accompagnata da interventi di supporto e gratificazione da parte degli adulti. Ritengo infatti che attività organizzate secondo il modello trasmissivo, dove è solo richiesto di trovare la risposta giusta e conforme a quanto è già nella testa dell'insegnante, non abituino i bambini a cercare strade nuove, inventare un metodo di lavoro, scoprire da soli qualcosa di diverso. Per arrivare a questi risultati c'è bisogno di attività che lascino spazio alla creatività e al pensiero strategico, che siano progettate per essere aderenti alla realtà e alle sue complessità, come erano i problemi proposti all'interno del percorso.
Se le attività incidono fortemente sull'attivazione del pensiero divergente, non ha un'importanza minore l'atteggiamento dell'adulto. Un insegnante che premia solo chi si adegua a quanto predisposto difficilmente sarà in grado di apprezzare e favorire la ripresentazione nei bambini di aspetti come la creatività, la flessibilità e l'originalità. L'atteggiamento corretto sarà piuttosto quello di sostenere con feedback positivi proprio quegli interventi dei bambini che aggiungono qualcosa di nuovo, che riflettono sugli argomenti da un altro punto di vista rispetto a quello proposto dall'insegnante, che

sanno guardare oltre la singola attività per creare connessioni e richiami tra diverse esperienze. Il mio intento durante l'intero percorso è stato dirigermi verso queste strade, che ritengo siano risultate efficaci per la promozione di un pensiero complesso e personale.
Non solo la promozione, ma anche la valutazione di questi risultati non può essere lasciata al caso: come hanno dimostrato gli esiti del test finale, per far emergere interventi "fuori dagli schemi" non bastano quesiti a risposta multipla, dove gli alunni devono scegliere tra alternative predisposte dall'adulto; è necessario piuttosto proporre quesiti aperti, che consentano un'espressione più diretta dei pensieri dei bambini.

I progressi descritti sono stati possibili anche grazie al lavoro metacognitivo, che è stato portato avanti insieme a quello cognitivo. Infatti in ogni attività si è insistito sulla riflessione ed esplicitazione dei processi attivati non solo per aiutare i bambini a condividere il proprio apprendimento con i compagni, ma anche e soprattutto per farli diventare consapevoli dei propri progressi, delle proprie difficoltà, delle strategie e soluzioni che potevano mettere in campo per arrivare alla meta. La consapevolezza era poi utile per imparare a controllare e direzionare il proprio apprendimento, acquisendo la necessaria autonomia dall'insegnante.
I bambini hanno risposto molto bene alle mie richieste e sono riusciti con il procedere delle esperienze a porre spontaneamente attenzione agli aspetti metacognitivi, espressi negli elaborati e nelle discussioni collettive. Se nelle prime attività l'attenzione degli alunni si concentrava sui prodotti ed in parte sui processi attivati, successivamente era focalizzata soprattutto sui procedimenti portati avanti e con essi sulle strategie utilizzate, le difficoltà incontrate, le modalità costruite per superarle.
Anche nella discussione finale, dove i bambini hanno avuto la possibilità di condividere i propri vissuti legati al progetto, sono emersi molti aspetti relativi ai personali percorsi di conoscenza e gli alunni hanno mostrato di essere consapevoli dei cambiamenti che le proposte avevano portato su loro stessi. C'è stato ad esempio chi ha parlato delle sue iniziali difficoltà a comprendere alcuni concetti, chiariti poi dalla presentazione ludica; "Tu rendevi facili e divertenti anche le cose difficili" mi ha comunicato ad esempio Va. C'è stato poi chi ha analizzato più da vicino alcuni miglioramenti che ha rilevato in sé,

riguardanti le sfere sociale, emotiva o cognitiva ed attribuibili a specifiche pratiche come il lavoro di gruppo o il supporto personalizzato.
Il lavoro metacognitivo ha quindi facilitato nei bambini non solo la conoscenza del proprio percorso di apprendimento, ma anche quella di sé come persona in crescita.

Infine un ulteriore livello di risultati ha riguardato il delicato tema delle convinzioni: il percorso ha aiutato i bambini anche a cambiare le proprie idee sulla matematica, in particolare sui problemi e sulla geometria. Questo è sicuramente l'aspetto più difficile da documentare, perché richiede di entrare nella testa dei bambini e capire come sono cambiati i loro pensieri nel corso del tempo. Ci sono però due generi di dati che si possono portare a sostegno della tesi: le affermazioni dei bambini durante la discussione finale e il loro modo di porsi durante le attività nei confronti della disciplina.
Innanzitutto sono stati gli stessi alunni ad esplicitare questo cambiamento alla fine del percorso. Diversi bambini hanno affermato di aver cambiato la propria immagine di problemi che avevano costruito nel tempo: se prima pensavano si trattasse di compiti noiosi, grazie al percorso ne hanno conosciuto il lato divertente e coinvolgente. Alcuni di loro hanno percepito un tale distacco rispetto ai "problemi standard" da parlare dei problemi da me proposti come di "giochi", parola con cui identificavano tutte le situazioni divertenti in cui si erano trovati. Allo stesso modo per la geometria, parlando della quale diversi bambini hanno realizzato interventi del tipo "Prima non amavo molto la geometria, prima la geometria mi sembrava noiosa e non la capivo", mentre "Ora mi piace di più, la capisco e so che può essere divertente." I due aspetti della disciplina considerati centrali dai bambini sono stati il divertimento e la comprensione: proporre attività piacevoli, sorprendenti e che allo stesso tempo sono riuscite a far capire i contenuti è apparsa quindi come una scelta efficace.
Le parole dei bambini sono il canale più diretto e trasparente per capire le loro idee, ma devo dire che mi ero accorta del loro stato d'animo già durante il lavoro, ben prima della discussione finale.
Il coinvolgimento, la partecipazione, l'interesse e la motivazione mostrati nei riguardi di un lavoro centrato sulla matematica non potevano nascondere idee negative sulla disciplina. Anche se i bambini avevano maturato negli anni delle convinzioni erronee

queste non apparivano durante le attività, dove gli alunni erano sereni e tutt'altro che annoiati.
Il cambiamento di idee sui problemi è emerso anche dalle modalità con cui i bambini si sono rapportati alla loro risoluzione. Se all'inizio tendevano a ricondurre i processi risolutivi a schemi predisposti, esprimendo indirettamente un'idea di problemi come esercizi tutti uguali, successivamente hanno lasciato spazio a modalità più naturali e personali di espressione, probabilmente legittimate da un'idea di problema come situazione complessa della vita quotidiana.
Ritengo che questo cambiamento di prospettiva sia stato favorito dalla presentazione di problemi con certe caratteristiche, che li hanno distinti nettamente dai problemi "standard" spesso proposti nei libri di testo scolastici e che hanno permesso di superare immagini e convinzioni stereotipate come quelle descritte in §1.2. I problemi infatti, come si può vedere dai materiali precedentemente riportati, avevano testi ricchi, articolati, narrativi, dialogici, vicini al vissuto quotidiano dei bambini; le loro domande non prevedevano sempre un'unica risposta corretta, ma diverse volte davano la possibilità di creare ed inventare nel rispetto di alcuni vincoli; per rispondere non bastava svolgere una o più operazioni, ma era necessario comprendere l'intera situazione problematica ed imbastire un ragionamento; le situazioni inoltre erano pensate in modo da permettere più strade per arrivare alla soluzione, tutte legittimate anche nei confronti collettivi.

Se si confrontano i risultati conseguiti con gli obiettivi progettati all'inizio del percorso e descritti in §2.3 si può notare una certa uniformità. Il percorso è quindi riuscito a raggiungere e in alcuni casi a superare gli obiettivi che mi ero prefissata, relativi sia ai contenuti specifici dell'intervento sia alla metodologia didattica adottata.

3.4 I vantaggi dell'uso di una didattica per problemi

Giunti al termine della riflessione è possibile dare una risposta alla domanda da cui è nato tutto il lavoro: perché un insegnante dovrebbe scegliere di utilizzare una didattica per problemi? A questo punto credo di poter individuare almeno tre valide ragioni.

In primo luogo, come ho cercato di argomentare nel primo capitolo, perché le ricerche e gli studi teorici attribuiscono agli alunni che hanno la possibilità di apprendere in questo modo il conseguimento di risultati migliori in tutte le sfere dello sviluppo, se paragonati a quelli raggiungibili con gli approcci più "tradizionali".

In secondo luogo perché i risultati esplicitati dalle ricerche, come si è potuto vedere nel paragrafo precedente, sono stati confermati dall'esperienza descritta in questa lavoro, che ha dimostrato come l'uso di una didattica per problemi possa essere proficuo anche se rivolto ad un gruppo qualsiasi di bambini.

In terzo luogo perché, se si esaminano a fondo questi risultati, si potrà comprendere che la didattica per problemi consente di ambire a mete che vanno oltre quelle strettamente "scolastiche"; l'approccio può infatti condurre gli studenti a:

- porsi attivamente e curiosamente nei confronti del mondo, con un atteggiamento centrato sull'indagine, la scoperta, la costruzione di nuovi saperi e saper fare;
- ragionare sulle situazioni problematiche che si presentano nell'esperienza, utilizzando flessibilmente tutte le capacità e i mezzi a propria disposizione, elaborando processi risolutivi adeguati, ricercando strategie per arrivare velocemente ad una soluzione;
- agire consapevolmente, mettendo in campo i processi mentali maturati ed imparando a conoscere e controllare se stessi e il proprio percorso di crescita;
- acquisire un certo grado di autonomia nel lavoro, ma allo stesso tempo condividere il proprio sviluppo con chi sta loro intorno, valorizzando le risorse portate dagli altri e diventando loro stessi una risorsa per gli altri.

Questi vantaggi prescindono sia dai contenuti trattati sia dalla disciplina affrontata e a mio parere sono il vero valore aggiunto che può dare l'uso di questo metodo di lavoro. Grazie alla didattica per problemi è infatti possibile non solo far apprendere qualcosa ai soggetti ma anche promuoverne la crescita, aiutandoli ad integrarsi e vivere consapevolmente nel mondo che li circonda.

Bibliografia

Albanese, O., Doudin, P.A., Martin, D. (a cura di) (1995), *Metacognizione ed educazione*, Milano, Franco Angeli

ARC Center (2003), *Full report of the Tri-State Student Achievement Study*.
Documento reperibile all'indirizzo: <www.comap.com/elementary/projects/arc/>

Bertazzoni, B. e Marchini, C. (2006), "Apprendimento, insegnamento e problem solving: come migliorare l'atteggiamento della classe nei riguardi della Matematica", *L'educazione Matematica*, Anno XXVII - Serie VIII - Giugno 2006, vol. 2, n. 2, pp. 12-37

Bolondi, G. (2005), *La matematica quotidiana*, Milano, Mimesis (Quaderni a Quadretti)

Bonaiti, I., Chiesa, L., Lanfranchi, S. (2005), *La formica e il miele. 60 giochi per insegnanti e ragazzi svegli*, Milano, Mimesis (Quaderni a Quadretti)

Cazzola, M. (2001) *Per non perdere la bussola. Un'introduzione ai sistemi di riferimento*, Bologna, Decibel-Zanichelli (Quaderni a Quadretti)

Cazzola, M. (2003), "L'insegnamento della matematica: una didattica metacognitiva" in Albanese, O., Doudin, P.A., Martin, D. (a cura di), *Metacognizione ed educazione*, 2a edizione, Milano, Franco Angeli

Cazzola, M. (2007), "Fare esperienza di matematica a scuola". Introduzione al volume *Conorovesciato. Un esperimento di didattica per problemi nella scuola primaria*, Milano, Mimesis (Quaderni a Quadretti)

Czerwinsky Domenis, L. (2005), *Un errore utile*, Trento, Erickson

de Vecchi, G. e Carmona-Magnaldi, N. (1999), *Aiutare a costruire le conoscenze*, Scandicci (Firenze), La Nuova Italia

Emmer, M. (1996), "Intervista ad Ennio De Giorgi", *Lettera Matematica Pristem*, Settembre 1996, n. 21, pp. 4-6

Gelati, M. (2006), *Pedagogia speciale e integrazione. Dal pregiudizio agli interventi educativi*, Roma, Carocci

Hmelo-Silver, C. E. (2004), "Problem-Based Learning: What and How Do Students Learn?" , *Educational Psychology Review*, Settembre 2004, vol. 16, n. 3, pp. 235-266

Locatelli, O. (2006), *Torri, serpenti e…geometria*, Milano, Mimesis (Quaderni a Quadretti)

Mecacci, L. (a cura di) (2001), *Manuale di psicologia generale*, Firenze, Giunti

Ministero della Pubblica Istruzione (2007), *Indicazioni per il curricolo per la scuola dell'infanzia e per il primo ciclo d'istruzione*, Roma, settembre 2007

Negri, S.C. (2005), *Il lavoro di gruppo nella didattica*, Roma, Carocci

Nigris, E. (2004), *Didattica generale*, 2a edizione, Milano, Guerini scientifica

Paoletti, G. (2006), *Introduzione alla pedagogia sperimentale*, Roma, Carocci

Peano, G. (1925), *Giochi di aritmetica e problemi interessanti*, Torino, Paravia

Polya, G. (1967), *Come risolvere i problemi di matematica. Logica ed euristica nel metodo matematico*, Milano, Feltrinelli [Edizione originale: 1945]

Polya, G. (1971), *La scoperta matematica. Capire, imparare e insegnare a risolvere i problemi*, Milano, Feltrinelli

Staccioli, G. (a cura di) (2001), *Tra le righe. Vivere volentieri la scuola di base*, Roma, Carocci

Zan, R. (1998), *Problemi e convinzioni*, Bologna, Pitagora (Complementi di matematica per l'indirizzo didattico, 5)

Risorse elettroniche

- Per la consultazione delle indicazioni nazionali e dei comunicati stampa sulla scuola:
  <www.pubblica.istruzione.it>
  <www.miur.it>

- Per la consultazione di test nazionali ed internazionali per la valutazione degli apprendimenti:
  Illinois Standards Achievement Test (ISAT):
  <www.isbe.net/assessment/isat.htm>

  Massachussets Comprehensive Assessment System (MCAS):
  <www.doe.mass.edu/mcas>

  Test Invalsi:
  <www.invalsi.it/invalsi/index.php>

- Per la consultazione di materiali operativi per una didattica per problemi:
  <www.quadernoaquadretti.it>
  <http://eduplace.com/math/mthexp>
  <www.math.unipr.it/~rivista/RALLY/Edizioni.htm>

Ringrazio vivamente tutte le persone che mi hanno seguito
nella mia carriera universitaria, in particolare durante il
tragitto che ha portato alla stesura di questo lavoro.
Il mio pensiero va alle dottoresse Lidia Chiesa e Marina Cazzola, a
Simona Cao e a coloro che mi hanno sempre incoraggiato e sostenuto
nelle mie scelte, mostrando di credere in me e nelle mie potenzialità.
Senza il loro supporto, la loro guida e i loro preziosi consigli sono
sicura che non sarei potuta arrivare dove sono ora, come studentessa
e prossima insegnante, ma anche e soprattutto come persona.