

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI
“FEDERICO II”**



FACOLTA' DI INGEGNERIA

**Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni
Classe delle Lauree Specialistiche in Ingegneria dell'Informazione N.30/S
Dipartimento di Ingegneria Elettronica e delle Telecomunicazioni**

**TESI DI LAUREA IN TELERILEVAMENTO E DIAGNOSTICA
ELETTROMAGNETICA**

**INVERSIONE DI PARAMETRI DI SUPERFICI
CLASSICHE E FRATTALI DA MISURE
DI CAMPO DIFFUSO**

RELATORE
Ch.mo Prof. Daniele Riccio

CO-RELATORE
Ing. Giuseppe Ruello

CANDIDATO
Nicola De Rosa
Matr.887/34

ANNO ACCADEMICO 2005/2006

Indice

CAPITOLO I

Il Telerilevamento: problemi diretti ed inversi	1
1.1 Introduzione	1

CAPITOLO II

Problemi diretti: modelli classici e frattali di superfici naturali e modelli di scattering

	6
2.1 Introduzione	6
2.2 Descrizione della superficie diffondente: modelli classici	7
2.3 Descrizione della superficie diffondente: modelli frattali	9
2.4 Geometria frattale	10
• 2.4.1 Dimensione frattale	12
• 2.4.2 Modelli di superfici frattali	13
• 2.4.3 Modello fBm (Fractional Brownian Motion)	13
• 2.4.4 Modello WM (Weierstrass-Mandelbrot)	15
• 2.4.5 Legame tra fBm e WM	17
2.5 Modelli di diffusione elettromagnetica e coefficiente di scattering	18
• 2.5.1 SPM (Small Perturbation Method): coefficiente di diffusione per superfici classiche	19
• 2.5.2 SPM (Small Perturbation Method): coefficiente di diffusione per superfici frattali	21
• 2.5.3 Metodo di Kirchhoff	24
• 2.5.4 Metodo di Kirchhoff con l'approssimazione delle piccole pendenze: coefficiente di diffusione per superfici classiche	
• 2.5.5 Metodo di Kirchhoff con l'approssimazione delle piccole pendenze: coefficiente di diffusione per superfici frattali fBm	27

- 2.5.6 Metodo di Kirchhoff con l'approssimazione delle piccole pendenze: coefficiente di diffusione per superfici frattali WM 29
- 2.5.7 Metodo di Kirchhoff con l'approssimazione di ottica geometrica: coefficiente di diffusione per superfici classiche 29
- 2.5.8 IEM (Metodo dell'equazione integrale) 30
- 2.5.9 IEM : coefficiente di scattering per superfici classiche 31

CAPITOLO III

Problemi inversi: metodi teorici, empirici e semi-empirici	33
3.1 Introduzione	33
3.2 Metodi teorici: recupero di parametri da superfici che rispettano i limiti di validità di SPM e KA	33
• 3.2.1 Algoritmo di recupero dei parametri	36
3.3 Metodi teorici: recupero di parametri a partire da un modello di diffusione IEM	38
• 3.3.1 Algoritmo di recupero dei parametri	39
3.4 Metodi empirici	42
• 3.4.1 Modello di inversione	45
3.5 Metodi semi-empirici	47
• 3.5.1 Algoritmo di recupero	50

CAPITOLO IV

Stima di parametri superficiali da misure di campo diffuso	53
4.1 Introduzione	53
4.2 Algoritmo di recupero dei parametri superficiali	53
4.3 Recupero di parametri frattali nell'approccio KA a partire da dati simulati	55
4.4 Recupero di parametri da superfici classiche nell'approccio KA a partire da dati simulati	65
4.5 Recupero di parametri frattali a partire da dati simulati nell' SPM	74

4.6	Recupero di parametri a partire da dati misurati sperimentalmente	76
•	4.6.1 Realizzazione della superficie frattale usata negli esperimenti	77
•	4.6.2 Confronto tra dati teorici e misurati	78
4.7	Recupero di parametri frattali nell'approccio KA a partire da dati misurati sperimentalmente e parametri da recuperare noti	81
4.8	Recupero di parametri frattali nell'approccio KA a partire da dati misurati sperimentalmente e parametri da recuperare non noti	82
4.9	Recupero di parametri da superfici classiche nell'approccio KA a partire da dati misurati sperimentalmente e parametri da recuperare non noti	85
4.10	Recupero di parametri frattali a partire da dati misurati sperimentalmente nell' SPM	91
4.11	Recupero di parametri da superfici classiche nell' SPM a partire da dati misurati sperimentalmente	94
4.12	Considerazioni sul numero di dati da considerare nel modello di inversione	97
	CONCLUSIONI	108
	APPENDICI	110
	BIBLIOGRAFIA	125

Capitolo 1

Il Telerilevamento: problemi diretti ed inversi.

1.1 Introduzione

Era generalmente accettata la definizione del telerilevamento come l'insieme di tecniche, strumenti e mezzi interpretativi che permettono di estendere e migliorare le capacità percettive dell'occhio umano, fornendo informazioni qualitative e quantitative su oggetti posti a distanza dal luogo d'osservazione. Le moderne tecniche di telerilevamento hanno ampliato il campo di indagine ben oltre alle informazioni legate allo spettro elettromagnetico comprendendo misure di campi di forze (gravitazionali, magnetico, elettrico) e utilizzando una grande quantità di strumenti (sistemi laser, ricevitori a radio frequenza, sistemi radar, sonar, dispositivi termici, sismografi, magnetometri, gravimetri, scintillatori). Oggi il telerilevamento comprende tecniche di analisi della radiazione elettromagnetica e dei campi di forze finalizzate ad acquisire ed interpretare dati geospaziali presenti sulla superficie terrestre, negli oceani e nell'atmosfera. Le informazioni raccolte possono distare dall'osservatore da alcuni metri (*Proximal Sensing*) fino a migliaia di chilometri (*Remote Sensing*), come nel caso delle osservazioni effettuate dai satelliti. Il veicolo di informazione del telerilevamento generalmente è l'energia elettromagnetica, sia essa proveniente dal sole, emessa dalla terra o generata da strumenti radar o laser. L'energia elettromagnetica che trasporta le informazioni più utili nel campo del telerilevamento applicato allo studio del territorio è quella delle bande del visibile, infrarosso e delle microonde.

Solitamente il rilievo di una superficie effettuato con tecniche di telerilevamento prevede tre fasi distinte: la ripresa dei dati (da aereo, satellite o da terra), la loro elaborazione e l'analisi. Gli strumenti di rilievo utilizzati possono essere distinti in due categorie e cioè quelli che forniscono delle misure, come radiometri, spettrofotometri, scatterometri o altri, e quelli che forniscono delle immagini, cioè

macchine fotografiche, dispositivi digitali di scansione, termocamere ecc.. Tutti gli strumenti da ripresa nel gergo tecnico vengono chiamati *sensori*. Una distinzione che può essere fatta è quella fra strumenti passivi e attivi: gli strumenti passivi misurano le radiazioni (siano esse emesse o riflesse) provenienti dalle superfici investigate mentre gli strumenti attivi provvedono essi stessi alla illuminazione delle superfici, captando poi la radiazione riflessa.

L'insieme di questi strumenti parallelamente alle moderne tecniche di analisi (interferometria SAR, analisi spettrale, alta risoluzione spaziale, etc.) rappresentano un metodo pratico, sistematico ed economico di mantenere ed aggiornare le informazioni sul mondo che ci circonda ed in particolare nei seguenti campi di applicazione:

- **Agricoltura:** gestione dei processi produttivi, verifiche di dettaglio di appezzamenti e tipologie di colture, inventario e previsione dei raccolti, controllo delle proprietà, valutazione dei danni post-calamità, etc;
- **Scienze Forestali:** cartografia forestale, gestione demaniale, monitoraggio aree deforestate o percorse da incendi, etc.;
- **Geologia e Geologia Applicata:** cartografia geologica, esplorazioni marine e terrestri, valutazioni di impatto ambientale, monitoraggio di attività estrattive, subsidenze, movimenti franosi, etc.;
- **Topografia e Cartografia Tematica:** realizzazione gestione ed aggiornamento della cartografia, pianificazione territoriale, catasto, controllo dell'abusivismo edilizio, etc. ;
- **Ambiente:** classificazione multitemporale di uso e coperture del suolo, controllo e gestione dell'ecosistema, valutazioni di impatto ambientale, monitoraggio inquinamento, discariche e rifiuti urbani e industriali, gestione della rete idrica e aree umide, etc.;
- **Gestione del Rischio:** monitoraggio di frane, subsidenze, alluvioni, vulcani e terremoti e valutazione dei danni, localizzazione di aree inquinate, pianificazione delle strutture di pronto soccorso, etc.;
- **Difesa del territorio:** monitoraggio di obiettivi strategici, pianificazione e preparazione di missioni, verifica della pianificazione e degli accordi, controllo dell'industria estrattiva, etc.;

- **Mare e Aree Costiere:** gestione delle coste, fenomeni di erosione costiera, monitoraggio aree glaciali, pianificazione e controllo delle rotte nautiche, presenza di alghe, etc.;
- **Telecomunicazioni:** pianificazione e supporto delle reti di trasporto e navigazione a scala urbana e internazionale, etc.;
- **Media e Turismo:** cartografia, pubblicità, educazione, analisi di proprietà, valorizzazione del territorio, etc..

Attualmente, nell'ambito del telerilevamento a microonde, i SAR rappresentano senza dubbio i sensori attivi più affidabili e maggiormente diffusi. Il SAR o Radar ad Apertura Sintetica, sfruttando lungo l'intera rotta di volo i ritorni provenienti da un generico punto a terra, simula di fatto un'antenna di grandi dimensioni fisiche, o, più precisamente, un allineamento di antenne di dimensioni reali posizionate lungo la direzione di volo, consentendo di raggiungere risoluzioni in azimuth molto spinte. Sensori di questo tipo sono stati, infatti, montati sui satelliti ERS1 ed ERS2 (in orbita, rispettivamente, dal 1991 e dal 1995) e sul satellite ENVISAT nell'ambito del progetto Osservazione della terra, gestito e finanziato da ESA (European Space Agency).

Allo stesso modo la missione COSMO Sky Med, concepita da Alenia Spazio, gestita e finanziata da ASI (Agenzia Spaziale Italiana) e finalizzata al lancio di una costellazione di sette satelliti con i quali è stato effettuato il telerilevamento ottico e radar su una vasta area del Mediterraneo, ha previsto l'utilizzo di SAR.

L'attività di ricerca nel settore del telerilevamento a microonde ha condotto negli anni scorsi alla ideazione e sviluppo di modelli elettromagnetici appropriati alla simulazione di segnali SAR (Radar ad Apertura Sintetica) e alla relativa stesura di codici numerici di simulazione per diverse modalità operative e per diversi tipi di scena osservata (scene terrestri naturali, urbane, oceaniche). Infatti il progetto di un SAR richiede innanzitutto la presenza di un simulatore numerico che riesca anzitutto a riprodurre il segnale trasmesso dal sensore e diffuso dalla superficie (mappa di riflettività) e poi ad elaborare il segnale diffuso per simulare il reale segnale grezzo ricevuto dal sensore. Per tale motivo la simulazione del segnale grezzo SAR si basa su tre modelli:

- **Modello di superficie**, che consente di descrivere la scena a terra;
- **Modello di scattering**, che essenzialmente consente di ricavare la mappa di riflettività;
- **Modello radar**, che invece, permette di stimare la funzione risposta impulsiva del sistema SAR, e quindi di calcolare il segnale grezzo tramite una opportuna serie di operazioni con la mappa di riflettività.

In questa tesi non ci si è soffermati sul modello radar e sulle tecniche di acquisizione ed analisi delle immagini telerilevate, bensì sui modelli di superfici naturali e sui modelli di diffusione elettromagnetica trattati entrambi nel capitolo 2; di solito le superfici naturali vengono descritte statisticamente in termini di processi aleatori bidimensionali stazionari con assegnata densità di probabilità (pdf) e funzione di autocorrelazione. In realtà una tale descrizione ha condotto a dei risultati non troppo coerenti con quelli ricavati da misure reali ed è per tale motivo che sono stati introdotti i modelli frattali come l'fbm (moto frazionario browniano) e WM (Weierstrass-Mandelbrot). Per quanto riguarda, invece, i modelli di scattering, ne sono stati sviluppati diversi, basati sulle approssimazioni di Kirchhoff e delle piccole perturbazioni e sul metodo delle condizioni al contorno estese (EBCM), per la valutazione della diffusione da superfici descritte tramite il moto frazionario Browniano o la funzione di Weierstrass-Mandelbrot. Nel capitolo 2, inoltre, viene evidenziato anche l'uso congiunto dei modelli di superficie e di scattering, che come detto precedentemente stanno alla base di un qualsiasi simulatore numerico (non solo SAR) e che permettono di risolvere quello che va sotto il nome di **problema diretto**: noti il profilo altimetrico della scena e le caratteristiche elettromagnetiche del terreno (costante dielettrica e conducibilità), viene ricavato il ritorno elettromagnetico (e quindi il coefficiente di backscattering) e successivamente il segnale grezzo tramite un opportuno modello radar.

La ricerca sta ora proseguendo secondo due linee: da un lato, per il calcolo del campo diffuso da tali superfici si cerca di utilizzare nuovi metodi con ambiti di validità più ampi, come ad esempio il metodo dell'equazione integrale (IEM); dall'altro, si stanno valutando i regimi di validità dei modelli già sviluppati. Una ulteriore linea di ricerca prevede l'impiego dei modelli di diffusione

sviluppati nella determinazione di tecniche per la stima dei parametri dielettrici e di rugosità del suolo a partire da misure di campo diffuso: questo è, invece, il **problema inverso**. In quest'ultimo caso, quindi, a partire ad esempio dalla misura del coefficiente di backscattering si deve risalire, tramite l'implementazione di opportuni algoritmi, ai parametri superficiali. Questo aspetto viene trattato nei capitoli 3 e 4; nel terzo vengono elencati e discussi i principali modelli teorici, empirici e semi-empirici di recupero dei parametri dielettrici e di rugosità presenti in letteratura, mentre nel quarto viene proposto un algoritmo di recupero di parametri classici e frattali da misure di campo diffuso. In particolare la procedura implementata viene applicata in primo luogo a dati simulati con e senza rumore per testarne l'efficienza e poi a dati sperimentali in nostro possesso ed i differenti risultati ottenuti rispettivamente nel caso classico e frattale sono presentati.

Capitolo 2

Problemi diretti: modelli classici e frattali di superfici naturali e modelli di scattering.

2.1 Introduzione

Come già accennato nel capitolo 1, è di fondamentale importanza avere a disposizione dei modelli di scattering per calcolare il ritorno elettromagnetico da superfici diffondenti. In tale capitolo la nostra attenzione sarà rivolta ad evidenziare i differenti modelli esistenti di descrizione di superfici naturali che usati congiuntamente a un modello di diffusione elettromagnetica permettono di stimare in generale le proprietà del campo diffuso. L'importanza della diffusione elettromagnetica da superfici rugose ha condotto molti studiosi ad analizzare e sviluppare dei metodi per la sua soluzione. Tra questi, i più utilizzati sono il metodo di Kirchhoff [Beckmann e Spizzichino, 1987; Tsang et al., 1985; Ulaby et al., 1982] ed il metodo delle piccole perturbazioni [Tsang et al., 1985; Ulaby et al., 1982]. Questi metodi sono basati su approssimazioni diverse ed hanno ambiti di validità diversi [Ulaby et al., 1982; Fung, 1994; Chew e Fung, 1988]. Più recentemente sono stati proposti modelli più raffinati, come ad esempio il metodo dell'equazione integrale [Fung et al., 1992; Fung, 1994], dei quali però non sono tuttora chiari i limiti di validità.

I modelli classici prevedono di descrivere il profilo altimetrico tramite processi aleatori bidimensionali stazionari caratterizzati da una prefissata densità di probabilità (di solito gaussiana) e funzione di autocorrelazione (gaussiana, esponenziale o una combinazione di esse con opportuni coefficienti di pesatura). I campi diffusi così calcolati sono in accordo con i risultati ottenuti in laboratorio usando superfici rugose artificiali generate impiegando i suddetti modelli di superficie. In realtà i risultati ottenuti, se confrontati con i dati reali ottenuti con misure in situ, non sono altrettanto confortanti; ciò è molto probabilmente dovuto alla semplicità del modello di superficie. Per questo motivo sono stati introdotti

dei modelli di superficie che vanno sotto il nome di modelli frattali [Mandelbrot, 1983]. La validità della geometria frattale come modello per le superfici naturali è stata verificata inizialmente generando superfici sintetiche raffiguranti paesaggi naturali sorprendentemente realistici [Mandelbrot, 1983; Voss, 1985]. Più recentemente, misurazioni dirette hanno consentito di verificare che la superficie di diversi suoli presenta proprietà di autoaffinità su un ampio intervallo di lunghezze di scala [Brown e Sholz, 1985] e ciò ha condotto molti studiosi a concentrare la loro attenzione sulla stima delle proprietà del ritorno elettromagnetico da superfici rugose descritte tramite la geometria frattale. Esistono due modelli frattali: l'fbm, acronimo per *fractional brownian motion* (moto frazionario browniano), che descrive la superficie attraverso un processo aleatorio non stazionario, ma i cui incrementi sono stazionari e il modello WM (Weierstrass-Mandelbrot) che descrive il profilo tramite una sovrapposizione di toni sinusoidali.

2.2 Descrizione della superficie diffondente : modelli classici

La superficie diffondente rugosa $z(x,y)$ è usualmente descritta tramite un processo aleatorio stazionario gaussiano a media nulla e varianza σ^2 , definito dalle seguenti funzioni di densità di probabilità (pdf):

$$p_z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.2.1)$$

$$p_{zz'}(z, z'; x-x', y-y') = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-C^2}} \exp\left(-\frac{z^2 - 2Czz' + z'^2}{2\sigma^2(1-C^2)}\right)$$

in cui $z=z(x,y)$, $z'=z(x',y')$ e $C=C(x-x', y-y')$ è la funzione di autocorrelazione (normalizzata) della superficie. Nel caso di superfici isotrope risulta: $C=C(\tau)$, con $\tau = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$.

La funzione caratteristica del processo aleatorio z è:

$$\langle \exp(-jvz) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} p_z(z) \exp(-jvz) dz = \exp\left(-\frac{1}{2}\sigma^2 v^2\right) . \quad (2.2.2)$$

La densità spettrale di potenza $W(\kappa_x, \kappa_y)$ (*PSD* o, più semplicemente, "spettro") di un processo aleatorio stazionario, è la trasformata di Fourier della funzione di autocorrelazione:

$$W(\kappa_x, \kappa_y) = \iint \sigma^2 C(\tau_x, \tau_y) \exp(-j\kappa_x \tau_x - j\kappa_y \tau_y) d\tau_x d\tau_y . \quad (2.2.3)$$

Se la superficie è isotropa, è facile dimostrare che dalla (2.2.3) si ottiene:

$$W(\kappa) = 2\pi \int_0^{\infty} \sigma^2 J_0(\kappa\tau) C(\tau) \tau d\tau , \quad (2.2.4)$$

dove $\kappa = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}$.

Si possono distinguere 4 casi possibili:

- Autocorrelazione gaussiana:

$$C(\tau) = \exp\left(-\frac{\tau^2}{L^2}\right), \quad W(\kappa) = \pi\sigma^2 L^2 \exp\left[-\left(\frac{\kappa L}{2}\right)^2\right] \quad (2.2.5)$$

dove L è la lunghezza di correlazione.

- Autocorrelazione esponenziale:

$$C(\tau) = \exp\left(-\frac{\tau}{L}\right), \quad W(\kappa) = 2\pi\sigma^2 L^2 [1 + (\kappa L)^2]^{-1.5} . \quad (2.2.6)$$

- Autocorrelazione mista:

$$C(\tau) = a \exp\left(-\frac{\tau^2}{L^2}\right) + b \exp\left(-\frac{\tau}{L}\right) \quad a+b=1,$$

$$W(\kappa) = a\pi\sigma^2 L^2 \exp\left[-\left(\frac{\kappa L}{2}\right)^2\right] + b2\pi\sigma^2 L^2 [1 + (\kappa L)^2]^{-1.5} . \quad (2.2.7)$$

- Autocorrelazione intermedia:

$$C(\tau) = \exp\left[-\left(\frac{\tau}{L}\right)^n\right] \quad n = 1.2, 1.4, 1.6, 1.8. \quad (2.2.8)$$

$$W(\kappa) = \frac{\sigma^2 L}{\sqrt{4\pi} b_p} \frac{1}{b_p} \left[1 + \left(\frac{a_p}{b_p}\right)^2 \frac{\kappa^2 L^2}{4} \right]^{-p} \quad (2.2.9)$$

in cui

$$a_p = \frac{\Gamma(p-0.5)}{\Gamma(p)}, \quad (2.2.10)$$

e b_p è determinato dall'equazione:

$$\left[\frac{2b_p}{a_p}\right]^{p-0.5} K_{p-0.5}\left[\frac{2b_p}{a_p}\right] = 2^{p-1.5} \Gamma(p-0.5) e^{-1} \quad (2.2.11)$$

dove $K_{p-0.5}$ è la funzione di Bessel di argomento immaginario, Γ è la funzione gamma, e $p \geq 1$ è un indice di potenza. I parametri a_p e b_p garantiscono che σ^2 ed L rappresentano rispettivamente la varianza e la lunghezza di autocorrelazione della superficie. Come si nota dalla (2.2.9) quando $p \rightarrow \infty$ lo spettro diventa gaussiano mentre se $p \rightarrow 1$ diventa lo spettro di un'autocorrelazione esponenziale.

2.3 Descrizione della superficie diffondente : modelli frattali

Prima di evidenziare i due modelli frattali esistenti di descrizione di profilo superficiale, evidenziamo prima alcuni concetti di geometria frattale.

2.4 Geometria frattale

Il termine *frattale*, coniato nel 1975, trae la sua etimologia dal latino *fractus*, da *frangere*, cioè rompere. Fu nel 1983 che tale termine acquisì vastissima notorietà presso matematici, scienziati e pubblico non specializzato grazie all'opera *The Fractal Geometry of Nature* scritta dal matematico Benoit B. Mandelbrot (1924-). “Le nuvole non sono sfere, le montagne non sono coni, i litorali non sono lisci, né la traiettoria di un fulmine è una linea retta”, così il matematico polacco è solito descrivere l'inadeguatezza della geometria euclidea nella descrizione della natura. In effetti si è resa necessaria l'introduzione di un tale tipo di geometria dal momento che le frastagliature degli oggetti naturali non potevano essere descritte dalla geometria euclidea. Infatti gli oggetti della natura (alberi, foglie, felci) presentano delle caratteristiche irregolari per cui è praticamente impossibile studiarle usando le proprietà della geometria euclidea (rette, poligoni, cerchi). Tutto ciò che si incontra in natura è più complesso e frammentato. Questa proprietà prende il nome di autosimilarità (o autosomiglianza) : una parte dell'oggetto è simile al tutto. Contrariamente a qualsiasi altra figura geometrica, un frattale, se ingrandito, invece di perdere dettaglio si arricchisce di nuovi particolari. L'irregolarità dei frattali è infinitamente stratificata. A dispetto dell'estrema varietà di forme, la generazione di molti di questi oggetti è particolarmente semplice e può essere fatta sia con un programma di poche righe sia a mano seguendo particolari procedure e regole matematiche. Ad esempio vediamo come si costruisce il merletto a trina di Koch conosciuto anche come curva di Von Koch, che deve il suo nome al matematico H. Von Koch che lo introdusse in un articolo pubblicato nel 1904. Si considera un segmento e lo si divide in tre parti uguali, la parte centrale viene cancellata e sostituita da due segmenti di lunghezza uguale al precedente e inclinati di 60° , in modo da formare un triangolo equilatero. Questa operazione viene iterata più volte ottenendo man mano una figura sempre più complessa (Figura 2.4.1).

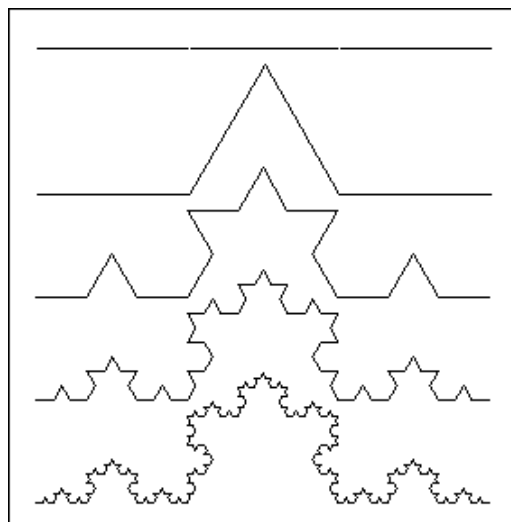


Figura 2.4.1: Merletto a trina di Von Kock

Si può notare che tale tipo di curva è continua ma non derivabile in alcun punto. Dal merletto a trina di Koch si può ottenere il cosiddetto **fiocco di neve**. Basta combinare insieme tre copie del frattale lungo i lati di un triangolo equilatero, ottenendo la Figura 2.4.2.

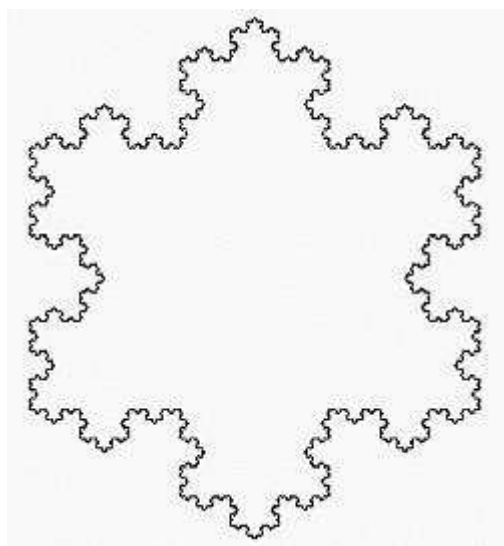


Figura 2.4.2: Fiocco di neve di Von Koch

Osserviamo che tale curva ha una lunghezza infinita pur racchiudendo un'area finita (cosa questa che sarebbe impossibile realizzarla con la geometria euclidea). Come si nota dall' esempio, gli oggetti frattali presentano la proprietà di

invarianza di scala, nel senso che le proprietà statistiche di un oggetto frattale sono le stesse al variare della scala di osservazione. Bisogna tuttavia notare che per frattali costruiti attraverso procedure analitiche o computazionali, detti perciò deterministici, non c'è alcun limite di scala, mentre le superfici naturali sono dei frattali aleatori in un ampio ma limitato range di scale. Infatti in tal caso il limite inferiore lo si raggiunge quando si arriva a una descrizione chimico-atomo-molecolare dell'oggetto considerato, mentre il limite superiore è dovuto essenzialmente alla finitezza di un qualsiasi oggetto reale. E' straordinario, tuttavia, il fatto che i frattali, dedotti da algoritmi così semplici, mostrino forme così complesse e così somiglianti a ciò che la natura propone al nostro sguardo quotidianamente.

2.4.1 Dimensione frattale

Fino agli anni '70, non essendo ancora stata introdotta la geometria frattale, come prevedeva la geometria euclidea, la dimensione geometrica era un numero intero: 0 il punto, 1 la retta, 2 il piano, 3 il volume; solo in seguito, grazie agli studi di Hausdoff e Besicovitch è stato evidenziato che tale definizione può essere estesa, nel senso che la dimensione geometrica può essere anche un numero non intero, in generale un numero reale positivo. Cominciamo a darne una definizione operativa: se r è la dimensione del "righello" con il quale si ipotizza di misurare l'oggetto (o la curva o la superficie) ed N sono il numero di volte che il "righello" è contenuto nell'oggetto di dimensione D da misurare, allora usiamo un "righello"

$$r = \left(\frac{1}{N}\right)^{\left(\frac{1}{D}\right)}. \text{ Passando ai logaritmi ricaviamo } D = \frac{\text{Log}N}{\text{Log} \frac{1}{r}}. \text{ Facciamo un esempio:}$$

consideriamo la curva di von Koch precedentemente descritta: al primo passo

$$r = \frac{1}{3}, N=4; \text{ al secondo } r = \left(\frac{1}{3}\right)^2, N=4^2; \text{ all' } i\text{-esimo passo } r = \left(\frac{1}{3}\right)^{(i)}, N=4^{(i)}.$$

In tutti i casi $D = \frac{\text{Log}4}{\text{Log}3}$ e ciò evidenzia che la dimensione della curva di von

Koch è 1.2618. Quindi tale dimensione ci dice che quest'oggetto non è né una linea né una superficie, ma è un qualcosa con una dimensione compresa fra le due e ci dà un'idea di quanto il frattale riempia il piano. Frattali di dimensione prossima ad 1 saranno simili ad una curva, frattali di dimensione prossima a 2, tenderanno ad occupare tutto il piano. Quindi la dimensione frattale misura quanto è frastagliato e irregolare un oggetto.

2.4.2 Modelli di superfici frattali

I modelli frattali più usati per superfici naturali sono due:

- il modello WM (*Weierstrass-Mandelbrot*);
- il modello fBm (*Fractional Brownian motion*).

Il vantaggio principale derivante dall'uso del primo modello è quello di ottenere un'espressione analitica della superficie, mentre l'uso del secondo modello permette di ottenere un'espressione analitica della pdf degli incrementi della superficie stessa. Inoltre il primo modello permette di ottenere un'espressione analitica del campo diffuso, mentre il secondo di ricavare un'espressione in forma chiusa per la densità di potenza diffusa, ed essendo tale espressione facile da manipolare, possiamo anche valutare la dipendenza di quest'ultima dai parametri frattali. Lo svantaggio apportato dal modello fBm è legato al fatto che possono essere valutate solo le statistiche del secondo ordine.

2.4.3 Modello fBm (Fractional Brownian Motion)

Un processo aleatorio $z(x, y)$ descrive una superficie fBm se, per ogni x, x', y, y' soddisfa la seguente relazione:

$$\Pr\{z(x, y) - z(x', y') < \bar{\eta}\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s\tau^H} \int_{-\infty}^{\bar{\eta}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2s^2\tau^{2H}}\right) d\eta \quad (2.4.3.1)$$

dove

$$\tau = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} \quad (2.4.3.2)$$

H è il coefficiente di Hurst ed s è un parametro reale le cui dimensioni sono $[m^{1-H}]$. Quest'ultimo parametro è legato ad un altro, la Topotesia:

$$s = T^{(1-H)} \quad (2.4.3.3)$$

dove T è definita come la scala di osservazione a cui si osserva che la pendenza media della superficie è unitaria. Si può dimostrare che un processo che soddisfa l'equazione (2.4.3.1) esiste e che la dimensione frattale è

$$D=3-H.$$

Notiamo ora che il processo fBm non è stazionario, ma i suoi incrementi a fissata τ costituiscono un processo stazionario, isotropo e gaussiano a media nulla con varianza pari a $T^{2-2H}\tau^{2H}$. Per cui:

$$\Delta z(\tau) \sim N(0, T^{2-2H}\tau^{2H}) \quad (2.4.3.4)$$

Si può, inoltre, dimostrare che la potenza spettrale di un processo fBm bidimensionale è:

$$W(\kappa) = S_0 \kappa^{-\alpha} \quad (2.4.3.5)$$

dove:

$$\kappa = \sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_y^2} \quad (2.4.3.6)$$

è la frequenza spaziale (κ_x e κ_y sono rispettivamente le trasformate di Fourier lungo x e y), α è la pendenza dello spettro, ed S_0 è un parametro spettrale misurato in $[m^{2-2H}]$. Il legame tra parametri spaziali e spettrali è dato da:

$$\alpha = 2 + 2H = 8 - 2D \quad (2.4.3.7)$$

$$S_0 = s^2 2^{2H} 2\pi H \frac{\Gamma(1+H)}{\Gamma(1-H)} \quad (2.4.3.8)$$

dove $\Gamma(\cdot)$ è la funzione Gamma di Eulero. Notiamo anche che dalla disuguaglianza $0 < H < 1$ discende la disuguaglianza $2 < \alpha < 4$. E' opportuno, inoltre, evidenziare che una superficie che soddisfa l'equazione (2.4.3.1) è continua ma non differenziabile. Perciò tale modello, che noi chiameremo fBm matematico, non può essere usato nei modelli di diffusione elettromagnetica in cui si richiede la continuità delle componenti tangenziali dei campi. Comunque, come detto precedentemente, le superfici naturali esibiscono un comportamento frattale in un vasto ma limitato range di scale; per cui, se indichiamo con L_p la dimensione lineare della superficie illuminata e con λ la lunghezza d'onda del campo elettromagnetico, le scale che contribuiranno alla diffusione variano nell'intervallo $[\chi \cdot \lambda, L_p]$ con $\chi \in (0,1]$ e tipicamente pari a 0.1. Per tale motivo, possiamo considerare il modello di superficie fBm fisico, cioè un modello che soddisfa l'equazione (2.4.3.1) per $\tau_{\min} < \tau < \tau_{\max}$ con $\tau_{\min} = \chi \cdot \lambda$ e $\tau_{\max} = L_p = \sqrt{X^2 + Y^2}$ con X ed Y dimensioni del footprint d'antenna sulla superficie o equivalentemente in termini di frequenze spaziali per $\kappa_{\min} < \kappa < \kappa_{\max}$ con $\kappa_{\min} \cong \frac{1}{\tau_{\max}}$ e $\kappa_{\max} \cong \frac{1}{\tau_{\min}}$. Ciò spiega anche perché tale modello viene chiamato fBm a banda limitata. Si può dimostrare che le superfici fBm a banda limitata sono stazionarie e regolari.

2.4.4 Modello WM (Weierstrass-Mandelbrot)

La funzione di Weierstrass-Mandelbrot è una sovrapposizione di toni sinusoidali e fornisce una descrizione analitica del profilo superficiale; la WM bidimensionale matematica può essere descritta tramite la seguente formula:

$$z(x, y) = B \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n v^{-Hn} \sin[\kappa_0 v^n (x \cos \psi_n + y \sin \psi_n) + \phi_n] \quad (2.4.4.1)$$

in cui:

- B è un fattore di scala dell'altezza del profilo;
- C_n tiene conto del comportamento in ampiezza di ogni tono e può essere deterministico oppure una variabile aleatoria di solito assunta gaussiana;
- ϕ_n porta in conto il comportamento in fase di ogni tono, e può essere deterministico oppure una variabile aleatoria di solito assunta uniforme in un'intervallo di ampiezza 2π ;
- κ_0 è il numero d'onda della componente fondamentale;
- $v > 1$, irrazionale, tiene conto di come sono spaziate le componenti spettrali della superficie;
- H è il coefficiente di Hurst;
- ψ_n , tiene conto del comportamento in direzione di ogni tono, può essere o deterministico oppure una variabile aleatoria uniforme in un intervallo di ampiezza 2π .

In tal caso per avere una WM fisica basta troncare la (2.4.4.1) su M indici, ottenendo:

$$z(x, y) = B \sum_{n=0}^{M-1} C_n v^{-Hn} \sin[\kappa_0 v^n (x \cos \psi_n + y \sin \psi_n) + \phi_n] \quad (2.4.4.2)$$

La (2.4.5.2) descrive una superficie naturale bidimensionale con dimensione frattale pari a

$$D=3-H.$$

In tal caso la componente spettrale piu' bassa è legata al diametro dell'impronta (*footprint*) dell'antenna sulla superficie, mentre quella piu' alta è relazionata alla lunghezza d'onda. Per cui se (X, Y) è il footprint dell'antenna e $\sqrt{X^2 + Y^2}$ il suo diametro, si avranno le seguenti relazioni:

$$\kappa_{\min} = \kappa_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \quad (2.4.4.3)$$

$$\kappa_{\max} = \kappa_0 \nu^{(M-1)} = \frac{2\pi}{\chi \cdot \lambda} \quad (2.4.4.4)$$

con $\chi = 0.1$ di solito.

Le (2.4.4.2) e (2.4.4.3) determinano congiuntamente il numero di toni della WM fisica, pari a:

$$M = INT \left[\frac{\ln(\sqrt{X^2 + Y^2} / (\chi \cdot \lambda))}{\ln \nu} \right] + 1 \quad (2.4.4.5)$$

dove $INT(\cdot)$ è la funzione che restituisce la parte intera del proprio argomento.

2.4.5 Legame tra fBm e WM

La WM può essere vista come una rappresentazione di un fBm con la stessa dimensione frattale, campionata alle frequenze spaziali discrete:

$$\kappa_n = \kappa_0 \nu^n \quad (2.4.5.1)$$

I parametri della WM sono legati a quelli dell'fBm dalle relazioni:

$$B^2 = \frac{S_0}{2\pi H} \kappa_0^{-2H} (\nu^H - \nu^{-H}) \quad (2.4.5.2)$$

la qual cosa comporta

$$S_0 = \frac{2\pi HB^2 \kappa_0^{2H}}{\nu^H - \nu^{-H}} \quad (2.4.5.3)$$

2.5 Modelli di diffusione elettromagnetica e coefficiente di scattering

Nei prossimi paragrafi metteremo in evidenza i modelli di diffusione elettromagnetica più noti e richiameremo alcune formule che esprimono il coefficiente di diffusione o sezione radar monostatica normalizzata calcolate attraverso l'uso congiunto di un modello di scattering e di un modello di superficie sopra descritto.

Il coefficiente di scattering è così definito:

$$\sigma_{pq}^0 = \frac{4\pi R_0^2 \langle |E_{pq}^s|^2 \rangle}{A |E_p|^2} \quad (2.5.1)$$

dove $\langle \cdot \rangle$ indica la media statistica, p e q indicano la polarizzazione del campo incidente e diffuso rispettivamente, E_p è l'ampiezza del campo incidente, $A=2X*2Y$ rappresenta l'area illuminata, E^s è il campo diffuso ed R_0 è la distanza del punto di osservazione dal centro di A . Il coefficiente (2.5.1) può essere convenientemente scomposto in una componente coerente σ_{pqc}^0 e di una componente incoerente σ_{pqn}^0 , per cui

$$\sigma_{pq}^0 = \sigma_{pqc}^0 + \sigma_{pqn}^0$$

con

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{pqc}^0 = \frac{4\pi R_0^2 \left| \langle E_{pq}^s \rangle \right|^2}{A |E_p|^2} \\ \sigma_{pqn}^0 = \frac{4\pi R_0^2 \left(\langle |E_{pq}^s|^2 \rangle - \left| \langle E_{pq}^s \rangle \right|^2 \right)}{A |E_p|^2} \end{array} \right. \quad (2.5.2)$$

La componente coerente è trascurabile per tutte le direzioni di scattering eccetto in uno stretto cono intorno alla direzione speculare in cui il valor medio del campo diffuso è non nullo. In realtà si può dimostrare che se la superficie è molto rugosa il valor medio del campo diffuso è trascurabile ovunque. Tale affermazione è giustificata dal fatto che nel valor medio del campo diffuso compare un fattore che è la funzione caratteristica del processo aleatorio che descrive la superficie e che è del tipo $\exp[-(k\sigma)^2]$ che nel caso in cui $k\sigma \gg 1$ tende velocemente a zero. E' utile introdurre in questa sezione anche la geometria di scattering che ci servirà per le future formule che evidenzieremo:

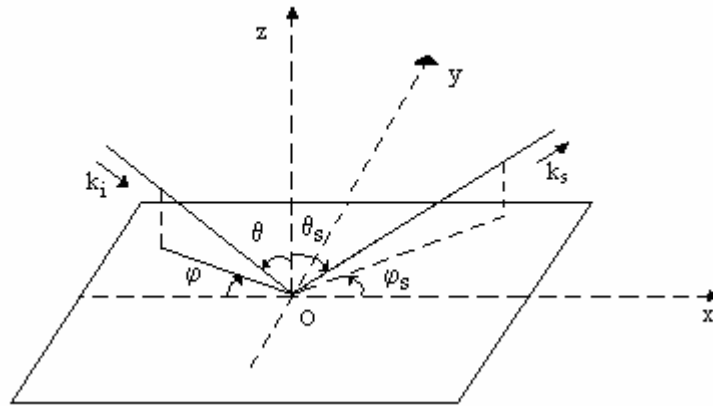


Figura 2.5.1: Geometria del problema

In virtù della geometria di Figura 2.5.1 poniamo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_x = k(\sin \theta_s \cos \varphi_s - \sin \theta \cos \varphi) \\ \eta_y = k(\sin \theta_s \sin \varphi_s - \sin \theta \sin \varphi) \\ \eta_z = k(\cos \theta_s + \cos \theta) \\ \eta = \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2} \end{array} \right. \quad (2.5.3)$$

con $k = 2\pi/\lambda$ che è il numero d'onda dell'onda incidente.

2.5.1 SPM (Small Perturbation Method): coefficiente di diffusione per superfici classiche

Il metodo di diffusione elettromagnetica delle piccole perturbazioni può essere usato quando la deviazione standard σ del profilo superficiale è molto più piccola della lunghezza d'onda incidente λ e il valore *rms* (radice quadrata del valore quadratico medio) della pendenza della superficie non è elevato. Per superficie gaussiana a media nulla e varianza σ^2 ad esempio tali limiti di validità si traducono in:

$$\begin{cases} k\sigma < 0.3 \Rightarrow \sigma < 0.05\lambda \\ rms_{slope} < 0.3 \end{cases} .$$

Le componenti coerente ed incoerente del coefficiente di scattering risultano essere:

$$\begin{cases} \sigma_{pqc}^0 \cong \frac{k^2 |R_{pq}|^2 A \cos^2 \theta \left(\frac{\sin \eta_x X}{\eta_x X} \right)^2 \left(\frac{\sin \eta_y Y}{\eta_y Y} \right)^2 \\ \sigma_{pqn}^0 = 8 |k^2 \cos \theta \cos \theta_s \alpha_{pq}|^2 W(\eta_x, \eta_y) \end{cases} \quad (2.5.1.1)$$

dove $R_{hv} = R_{vh} = 0$, $R_{hh} = R_h(\theta)$, $R_{vv} = R_v(\theta)$ sono i coefficienti di riflessione di Fresnel per polarizzazione orizzontale e verticale rispettivamente, $W(\cdot)$ è lo spettro di potenza della superficie e α_{pq} è un coefficiente dipendente dalla polarizzazione, dagli angoli di incidenza e di diffusione e inoltre dalla costante dielettrica ϵ del mezzo omogeneo che sta sotto la superficie considerata. Si noti inoltre che nel calcolo della componente coerente del coefficiente di diffusione si è supposto che la superficie di diffusione sia del tipo finestra rettangolare il cui spettro è ovviamente una sinc^2 .

Riportiamo ora le espressioni del coefficiente di scattering e di α_{pq} per due casi di interesse:

- Backscattering : $\theta = \theta_s, \varphi_s = \pi, \varphi = 0$. Il coefficiente di backscattering è:

$$\sigma_{pqn}^0 = \sigma_{pq}^0 = 8 \left| k^2 \cos^2 \theta \alpha_{pq} \right|^2 W(\eta_x, \eta_y) \quad (2.5.1.2)$$

mentre per α_{pq} si ha:

$$\begin{cases} \alpha_{hh} = \frac{\cos \theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} = R_h(\theta) \\ \alpha_{hv} = \alpha_{vh} = 0 \\ \alpha_{vv} = (\varepsilon - 1) \frac{\sin^2 \theta - \varepsilon(1 + \sin^2 \theta)}{[\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}]^2} \end{cases} \quad (2.5.1.3)$$

- Direzione speculare: $\theta = \theta_s, \varphi_s = 0, \varphi = 0$. Il coefficiente di scattering è:

$$\begin{cases} \sigma_{pqc}^0 = \frac{k^2 |R_{pq}|^2 A \cos^2 \theta \left(\frac{\sin \eta_x X}{\eta_x X} \right)^2 \left(\frac{\sin \eta_y Y}{\eta_y Y} \right)^2 \\ \sigma_{pqn}^0 = 8 \left| k^2 \cos^2 \theta \alpha_{pq} \right|^2 W(\eta_x, \eta_y) \end{cases} \quad (2.5.1.4)$$

con tali formule per α_{pq} :

$$\begin{cases} \alpha_{hh} = \frac{\cos \theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} = R_h(\theta) \\ \alpha_{hv} = \alpha_{vh} = 0 \\ \alpha_{vv} = \frac{\varepsilon \cos \theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}}{\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} = -R_v(\theta) \end{cases} \quad (2.5.1.5)$$

2.5.2 SPM (Small Perturbation Method): coefficiente di diffusione per superfici frattali

Vediamo ora l'applicazione del modello SPM con il modello di superficie frattale fBm. In tal caso vale la pena evidenziare preliminarmente un risultato ricavato da [Ulaby *et al.*, 1982] riguardante il valor quadratico medio del campo diffuso nel caso dell' SPM:

$$\left\langle \left| E_q^s \right|^2 \right\rangle = \frac{4A \left| k^2 \cos \theta_s \cos \theta \alpha_{pq} E_p \right|^2 W(k_x, k_y + k \sin \theta)}{(2\pi R_0)^2} \quad (2.5.2.1)$$

con $k_x = -k \sin \theta_s \sin \varphi_s$, $k_y = -k \sin \theta_s \cos \varphi_s$.

Ricordando che il backscattering comporta $\theta = \theta_s$, $\varphi_s = \pi$ e $\varphi = 0$, la (2.4.3.5) e che in tal caso la componente coerente è nulla, sostituendo nella (2.5.2) si ha:

$$\sigma_{pq}^0 = \frac{4k^4 \cos^4 \theta \left| \alpha_{pq} \right|^2 W(0, 2k \sin \theta)}{\pi} = 4k^4 \cos^4 \theta \left| \alpha_{pq} \right|^2 \frac{S_0}{\pi (2k \sin \theta)^{2+2H}}. \quad (2.5.2.2)$$

Ricordando che le superfici naturali presentano proprietà di autoaffinità e autosimilarità in un ampio ma limitato range di frequenze spaziali, allora se $2k > \kappa_{\min}$, la sezione radar normalizzata di questa superficie è fornita dalla (2.5.2.2) per angoli di incidenza θ tali che $\theta_{\min} < \theta < \theta_{\max}$, dove:

$$\theta_{\min} = \arcsin\left(\frac{\kappa_{\min}}{2k}\right)$$

$$\theta_{\max} = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{\kappa_{\max}}{2k}\right) & \text{se } \kappa_{\max} < 2k \\ \pi/2 & \text{se } \kappa_{\max} \geq 2k \end{cases} \quad (2.5.2.3)$$

Ricordiamo che il metodo delle piccole perturbazioni può essere usato se la deviazione standard della quota della superficie è piccola rispetto alla lunghezza d'onda ($k\sigma \ll 1$) e il valore *rms* della pendenza della superficie non è elevato. Se si

usa una caratterizzazione frattale della superficie, è utile esprimere questa condizione in termini di parametri frattali. Occorre quindi esplicitare una relazione che leghi σ ad H (oppure α , oppure D), S_0 (oppure s , oppure T), κ_{\min} e κ_{\max} (o τ_{\min} e τ_{\max}). In tal caso si può calcolare la varianza della superficie e si trova:

$$\sigma^2 \cong \frac{S_0}{2H\kappa_{\min}^{2H}}. \quad (2.5.2.4)$$

Perciò, se imponiamo che $k\sigma \ll 1$, otteniamo:

$$\frac{S_0 k^2}{2H\kappa_{\min}^{2H}} \ll 1 \quad (2.5.2.5)$$

Per quanto riguarda la varianza della pendenza si trova:

$$\sigma_{slope}^2 \cong T^{2-2H} \tau_{\min}^{-(2-2H)} \quad (2.5.2.6)$$

Perciò se imponiamo che $rms_{slope} \ll 1$, otteniamo:

$$T^{2-2H} \tau_{\min}^{-(2-2H)} \ll 1. \quad (2.5.2.7)$$

Notiamo che per valori fissati dei parametri H e T e di λ , la (2.5.2.5) definisce l'area massima della superficie frattale; viceversa per valori fissati dei parametri H e T e dell'area illuminata la (2.5.2.7) definisce la minima lunghezza per cui il metodo SPM risulta valido.

Per quanto concerne la dipendenza dalla frequenza, dalle (2.4.3.5) e dalla (2.5.2.2) si ottiene:

$$\sigma_{pq}^0 \propto k^{4-\alpha} = k^{2-2H}. \quad (2.5.2.8)$$

Perciò, la sezione radar normalizzata aumenta con la frequenza ($0 < H < 1$), ma questo incremento si indebolisce man mano che H si avvicina ad uno, e scompare

del tutto nel caso limite $H=1$. Un'ultima considerazione sul coefficiente di backscattering secondo il modello SPM riguarda la sua intrinseca forma analitica: esso infatti risulta essere la fattorizzazione di due termini ognuno dei quali è funzione o solo della polarizzazione o solo della rugosità della superficie. Tale considerazione ci servirà nel momento in cui andremo a discutere del modello di recupero dei parametri dielettrici e frattali.

2.5.3 Metodo di Kirchhoff

Il metodo di Kirchhoff consiste nell'ottenere un'espressione approssimata dei campi sulla superficie utilizzando l'approssimazione del piano tangente: si suppone cioè che localmente l'onda incidente incida su un piano indefinito. La confusione della superficie col piano tangente permette di calcolare in maniera relativamente semplice il campo diffuso; tuttavia tale metodo può essere applicato solo nel caso in cui il raggio di curvatura della superficie è molto più grande della lunghezza d'onda incidente. Inoltre, dal momento che non vengono presi in considerazione eventuali fenomeni di ombreggiatura e di riflessioni multiple, tale metodo risulta inapplicabile per incidenza radente. All'interno dell'approccio di Kirchhoff si possono considerare due varianti:

- Approssimazione delle piccole pendenze o di ottica fisica di ordine zero;
- Ottica geometrica.

2.5.4 Metodo di Kirchhoff con l'approssimazione delle piccole pendenze: coefficiente di diffusione per superfici classiche

L'approssimazione delle piccole pendenze può essere utilizzata per superfici che hanno una deviazione standard media o piccola rispetto alla lunghezza d'onda e un valore *rms* della pendenza della superficie piccolo. Ad esempio per superficie

gaussiana a media nulla e varianza σ^2 l' approssimazione di ottica fisica di ordine zero è valida se:

$$\begin{cases} k\sigma < 1 \Rightarrow \sigma < \lambda/6 \\ rms_{slope} < 0.25 \end{cases}$$

Considerando la superficie come un processo aleatorio stazionario gaussiano a media nulla con generica funzione di correlazione $C(\cdot)$, le componenti coerente ed incoerente del coefficiente di diffusione risultano essere:

$$\begin{cases} \sigma_{pqc}^0 = \frac{k^2 |F_{pq}|^2 A}{4\pi} \left(\frac{\sin \eta_x X}{\eta_x X} \right)^2 \left(\frac{\sin \eta_y Y}{\eta_y Y} \right)^2 \\ \sigma_{pqn}^0 = \sigma_{pqno}^0 + \sigma_{pqns}^0 \end{cases} \quad (2.5.4.1)$$

dove

$$\begin{cases} \sigma_{pqno}^0 = \frac{k^2 |F_{pq}|^2}{4\pi} \exp(-\eta_z^2 \sigma^2) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\eta_z^2 \sigma^2)^n}{n!} W^{(n)}(\eta_x, \eta_y) \\ \sigma_{pqns}^0 = -\frac{jk^2 \sigma^2 \eta_z}{2\pi} \exp(-\eta_z^2 \sigma^2) \text{Re}\{a_0(\eta_x a_1^* + \eta_y a_2^*)\} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\eta_z^2 \sigma^2)^{n-1}}{n!n} W^{(n-1)}(\eta_x, \eta_y) \end{cases} \quad (2.5.4.2)$$

dove $W^{(n)}(\cdot)$ è la trasformata di Fourier di $C^{(n)}(\cdot)$, a_0 , a_1 , a_2 ed F sono coefficienti dipendenti dalla polarizzazione, dagli angoli di incidenza e di diffusione e dalla costante dielettrica del mezzo sottostante alla superficie considerata.

Le espressioni dei coefficienti a_0 , a_1 e a_2 nel caso di retrodiffusione sono:

$$\begin{cases} a_0 = 2R_{\perp 0}(\theta) \cos \theta \\ a_1 = a \\ a_2 = 0 \\ a = 2R_{\perp 0}(\theta) \sin \theta + 2R_{\parallel 1}(\theta) \cos \theta \end{cases} \quad \text{polarizzazione HH}$$

$$\begin{cases} a_0 = -2R_{\parallel 0}(\theta) \cos \theta \\ a_1 = a \\ a_2 = 0 \\ a = -2R_{\parallel 1}(\theta) \cos \theta - 2R_{\parallel 0}(\theta) \sin \theta \end{cases} \quad \text{polarizzazione VV}$$

mentre in direzione speculare diventano:

$$\begin{cases} a_0 = -2R_{\perp 0}(\theta) \cos \theta \\ a_1 = a \\ a_2 = 0 \\ a = -2R_{\perp 1}(\theta) \cos \theta \end{cases} \quad \text{polarizzazione HH}$$

$$\begin{cases} a_0 = 2R_{\parallel 0}(\theta) \cos \theta \\ a_1 = a \\ a_2 = 0 \\ a = 2R_{\parallel 1}(\theta) \cos \theta \end{cases} \quad \text{polarizzazione VV}$$

dove:

$$\begin{cases} R_{\perp 0}(\theta) = R_h(\theta) \\ R_{\perp 1}(\theta) = -R_{\perp 0}(\theta) \frac{2 \sin \theta}{(\cos \theta + \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta})} \\ R_{\parallel 0}(\theta) = -R_v(\theta) \\ R_{\parallel 1}(\theta) = \frac{\sin \theta [1 - \epsilon + R_{\parallel 0}(\theta)(1 + \epsilon)]}{(\epsilon \cos \theta + \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta})} \end{cases}$$

In polarizzazione VH, invece, a_0 , a_1 e a_2 sono nulli sia per retrodiffusione che per direzione speculare.

L'espressione di F nel caso di backscattering è:

$$\begin{cases} F_{hh}(\theta) = 2R_h(\theta) \cos \theta \\ F_{hv}(\theta) = F_{vh}(\theta) = 0 \\ F_{vv}(\theta) = 2R_v(\theta) \cos \theta \end{cases} \quad (2.5.4.3)$$

e nel caso di direzione speculare diventa:

$$\begin{cases} F_{hh}(\theta) = 2R_h(\theta) \cos \theta \\ F_{hv}(\theta) = F_{vh}(\theta) = 0 \\ F_{vv}(\theta) = -2R_v(\theta) \cos \theta \end{cases} \quad (2.5.4.4)$$

In particolare, in direzione speculare $\sigma_{pqns}^0 = 0$ perché $\eta_x = \eta_y = 0$.

2.5.5 Metodo di Kirchhoff con l'approssimazione delle piccole pendenze: coefficiente di diffusione per superfici frattali fBm

Vediamo ora, invece, quale è l'espressione del coefficiente di scattering se utilizziamo l'fBm per descrivere la superficie:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{pq}^0 &= \frac{|F_{pq}(\theta)|^2 k^2 T^2}{4H} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \Gamma\left(\frac{n+1}{H}\right)}{2^{2n} (n!)^2} \frac{(\eta_{xy} T)^{2n}}{\left(\frac{\sqrt{2}|\eta_z|T}{2}\right)^{\frac{2n+2}{H}}} & H \geq 0.5 \\ \sigma_{pq}^0 &= |F_{pq}(\theta)|^2 H k^2 T^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^{2nH} n \Gamma(1+nH)}{n! \Gamma(1-nH)} \cdot \frac{\left(\frac{\sqrt{2}|\eta_z|T}{2}\right)^{2n}}{(\eta_{xy} T)^{2nH+2}} & H \leq 0.5 \end{aligned} \right. \quad (2.5.5.1)$$

in cui $\eta_{xy} = \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2}$. Dobbiamo innanzitutto notare che le formule (2.5.5.1) sono state ricavate considerando l'fBm matematico. Ma le superfici naturali esibiscono un comportamento autoaffine ed autosimile in un ampio ma limitato range di scale. Si può far vedere che le formule (2.5.5.1) possono essere usate anche nel caso di fBm fisico purchè i valori limite del range di scale rispetta tale relazione:

$$\tau_{\min} < \frac{\bar{\tau}}{10} < 4\bar{\tau} < \tau_{\max}$$

dove

$$\bar{\tau} = \left(\frac{1}{2ks\sqrt{H} \cos \theta} \right)^{\frac{1}{H}} = T \left(\frac{1}{2kT\sqrt{H} \cos \theta} \right)^{\frac{1}{H}}.$$

A questo punto, resta da discutere i limiti di validità del modello proposto. Abbiamo già osservato nel paragrafo precedente che l'approssimazione di Kirchhoff è valida se il raggio di curvatura medio della superficie è molto maggiore della lunghezza d'onda e che l'uso dell'approssimazione delle piccole pendenze richiede che il valore efficace (o valore *rms*) della pendenza della superficie sia molto minore di uno. Tuttavia va osservato che per superfici fBm matematiche non esistono espressioni chiuse della pendenza e del raggio di curvatura. In particolare l'approssimazione di piccole pendenze è verificata se risulta:

$$\sigma_{slope}^2 \cong 2^{2H-1} \frac{H\Gamma(1+H)}{(1-H)\Gamma(1-H)} \left(\frac{T}{\tau_{\min}} \right)^{2-2H} \ll 1 \quad (2.5.5.2)$$

ovvero, ponendo $\tau_{\min} = \bar{\tau}/10$ ed usando la (2.5.5.2), se risulta:

$$\sigma_{slope}^2 \cong 10 \cdot 5^{1-2H} \frac{H\Gamma(1+H)}{(1-H)\Gamma(1-H)} \left(2kT\sqrt{H} \cos \theta \right)^{\frac{2-2H}{H}} \ll 1. \quad (2.5.5.3)$$

L'approssimazione di piano tangente è, invece verificata se risulta:

$$\frac{k^2}{K^2} \cong 2^{1-2H} \frac{(2-H)\Gamma(1-H)}{H\Gamma(1+H)} k^2 T^2 \left(\frac{\tau_{\min}}{T} \right)^{4-2H} \gg 1, \quad (2.5.5.4)$$

ovvero, ponendo $\tau_{\min} = \bar{\tau}/10$ ed usando la (2.5.5.4), se risulta:

$$10^3 5^{1-2H} \frac{H\Gamma(1+H)}{(2-H)\Gamma(1-H)} \left(2\sqrt{H} \cos \theta\right)^{\frac{4-2H}{H}} (kT)^{\frac{4-4H}{H}} \ll 1. \quad (2.5.5.5)$$

dove K è il raggio di curvatura.

2.5.6 Metodo di Kirchhoff con l'approssimazione delle piccole pendenze: coefficiente di diffusione per superfici frattali WM

In tal caso il coefficiente di scattering non lo si riesce a mettere in forma chiusa. Noi forniamo per tal motivo solo i limiti di validità di un siffatto modello. In particolare l'approssimazione di piccole pendenze è verificata se risulta:

$$\sigma_{slope}^2 = \kappa_0^2 \frac{B^2(1-\nu^{-2(H-1)P})}{4(1-\nu^{-2(H-1)})} \ll 1 \quad (2.5.6.1)$$

mentre l'approssimazione di piano tangente è, invece verificata se risulta:

$$\frac{K^2}{k^2} \cong \kappa_0^4 \frac{B^2(1-\nu^{-2(H-2)P})}{8(1-\nu^{-2(H-2)})} \ll 1 \quad (2.5.6.2)$$

dove K è il raggio di curvatura.

2.5.7 Metodo di Kirchhoff con l'approssimazione di ottica geometrica: coefficiente di diffusione per superfici classiche

L'approssimazione di ottica geometrica va bene nel momento in cui la propagazione delle onde può essere descritta attraverso i raggi ottici e quindi quando la frequenza è altissima, al limite infinita. Tale approssimazione prende anche il nome di approssimazione di fase stazionaria, dal momento che il valore quadratico medio del campo diffuso viene calcolato col metodo di fase

stazionaria. Come fatto nei casi precedenti, dal momento che esula dagli obiettivi di questa tesi fornire una trattazione analitica rigorosa, evidenzieremo ora solo i risultati ottenuti per quanto concerne il coefficiente di diffusione. Considerando una superficie modellabile come un processo aleatorio isotropo, stazionario, gaussiano a media nulla e varianza σ^2 si ottiene:

$$\sigma_{pq}^0 = \frac{(k\eta|U_{pq}|)^2}{2\eta_z^4\sigma^2|C''(0)|} \exp\left[-\frac{\eta_x^2 + \eta_y^2}{2\eta_z^2\sigma^2|C''(0)|}\right] \quad (2.5.7.1)$$

dove $C''(0)$ rappresenta la derivata seconda della funzione di autocorrelazione valutata nell'origine e U_{pq} è un coefficiente dipendente dalla polarizzazione, dalla costante dielettrica e dall'angolo di incidenza locale θ_{sp} nel punto a fase stazionaria. Nel caso del backscattering $\theta_{sp}=0$, ed abbiamo:

$$\begin{cases} U_{hh} = R_h(0) = \frac{1-\sqrt{\epsilon}}{1+\sqrt{\epsilon}} \\ U_{hv} = U_{vh} = 0 \\ U_{vv} = R_v(0) = \frac{1-\sqrt{\epsilon}}{1+\sqrt{\epsilon}} \end{cases} \quad (2.5.7.2)$$

mentre in direzione speculare $\theta_{sp} = \theta$ ed abbiamo

$$\begin{cases} U_{hh}(\theta) = 2R_h(\theta) \cos \theta \\ U_{hv}(\theta) = U_{vh}(\theta) = 0 \\ U_{vv}(\theta) = -2R_v(\theta) \cos \theta \end{cases} \quad (2.5.7.3)$$

2.5.8 IEM (Metodo dell'equazione integrale)

Mentre il metodo di Kirchhoff può essere applicato a superfici con gradi di rugosità elevato e il metodo SPM a superfici con basso grado di rugosità, il metodo dell'equazione integrale può essere applicato a una estesa classe di

superfici la cui rugosità varia in un ampio range. Infatti IEM fornisce risultati in accordo con SPM per bassa rugosità e in accordo con l'approccio di Kirchhoff per elevata rugosità.

2.5.9 IEM : coefficiente di scattering per superfici classiche

Considerando una superficie modellabile come un processo aleatorio a media nulla e varianza σ^2 , trascurando eventuali fenomeni di diffusione multipla, il coefficiente di scattering può essere così espresso:

$$\sigma_{pp}^0 = \frac{k^2}{2} \exp(-2\sigma^2 k^2 \cos^2 \theta) \sum_{n=1}^{\infty} |I_{pp}^{(n)}|^2 \frac{W^{(n)}(-2k \sin \theta, 0)}{n! \sigma^{2n}} \quad (2.5.9.1)$$

dove θ è l'angolo di incidenza, $I_{pp}^{(n)}$ sono coefficienti complessi dipendenti dalla costante dielettrica e dall'angolo di incidenza, $W^{(n)}$ è la PSD della potenza n-esima della funzione di autocorrelazione C del processo la cui formula è data da:

$$W^{(n)}(\kappa) = \sigma^{2n} \int_0^{\infty} J_0(\kappa\tau) C^n(\tau) \tau d\tau \quad (2.5.9.2)$$

in cui J_0 è la funzione di Bessel di ordine zero. I coefficienti $I_{pp}^{(n)}$ possono, invece, così essere espressi:

$$I_{pp}^{(n)} = (2k \cos \theta)^n f_{pp} \exp[-2k^2 \sigma^2 \cos^2 \theta] + 0.5 \{ (k \cos \theta)^n [F_{pp}(-k \sin \theta, 0) + F_{pp}(+k \sin \theta, 0)] \} \quad (2.5.9.3)$$

dove

$$\begin{cases} f_{vv} = \frac{2R_v(\theta)}{\cos \theta} \\ f_{hh} = \frac{-2R_h(\theta)}{\cos \theta} \end{cases},$$

$$F_{vv}(-k \sin \theta, 0) + F_{vv}(+k \sin \theta, 0) =$$

$$= \frac{2 \sin^2 \theta \cdot (1 + R_v(\theta))^2}{\cos \theta} \left[\left(1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) + \frac{\mu_r \varepsilon - \sin^2 \theta - \varepsilon \cos^2 \theta}{\varepsilon^2 \cos^2 \theta} \right]$$

$$F_{hh}(-k \sin \theta, 0) + F_{hh}(+k \sin \theta, 0) =$$

$$= \frac{-2 \sin^2 \theta \cdot (1 + R_h(\theta))^2}{\cos \theta} \left[\left(1 - \frac{1}{\mu_r} \right) + \frac{\mu_r \varepsilon - \sin^2 \theta - \mu_r \cos^2 \theta}{\mu_r^2 \cos^2 \theta} \right]$$

in cui $R_h(\theta)$ ed $R_v(\theta)$ sono i coefficienti di Fresnel definiti nelle (2.5.1.5), ed ε e μ_r rappresentano la permittività e permeabilità relative della superficie.

Capitolo 3

Problemi inversi: metodi teorici, empirici e semi-empirici.

3.1 Introduzione

In questo capitolo ci occuperemo dei problemi inversi, cioè delle tecniche che permettono il recupero dei parametri dielettrici e di rugosità superficiali a partire da dati misurati. Sono stati proposti a tal proposito metodi teorici, sperimentali e semi-empirici, ognuno dei quali ha un proprio ambito di validità e che saranno esposti nei successivi paragrafi.

3.2 Metodi teorici: recupero di parametri da superfici che rispettano i limiti di validità di SPM e KA

I metodi teorici a partire dalle statistiche del campo diffuso calcolate attraverso un modello diretto consentono di recuperare i parametri di interesse. In tale ottica possiamo evidenziare due principali modelli, sviluppati rispettivamente nel 2000 e nel 2005, [1] e [2]. Entrambi i lavori permettono il recupero dei parametri dielettrici e di rugosità a partire dal rapporto di copolarizzazione. Mentre nel [1] tale rapporto non è altro che il rapporto dei coefficienti di backscattering per polarizzazione orizzontale e verticale, nel [2] tale rapporto non è altro che il rapporto tra i coefficienti di diffusione in direzione speculare per polarizzazione orizzontale e verticale le cui espressioni sono state evidenziate dettagliatamente nel capitolo 2. Tale idea risulta essere brillante per tutti quei modelli diretti che permettono di scrivere il coefficiente di diffusione come fattorizzazione di due funzioni, ognuna delle quali dipende o solo dalla polarizzazione o solo dalla rugosità: infatti in tal caso il rapporto di copolarizzazione diventa indipendente dalla rugosità e quindi dalla geometria superficiale, e diventa funzione solo della

polarizzazione e quindi della costante dielettrica oltre che naturalmente dall'angolo di incidenza. Per questo motivo tale metodo teorico può essere applicato quando i modelli elettromagnetici coinvolti sono SPM e KA in ambo le versioni (approssimazione delle piccole pendenze e ottica geometrica) e non per IEM per il quale l'espressione del coefficiente di diffusione non è fattorizzabile nel modo sopra descritto.

Per illustrare tale modello teorico, evidenziamo in primo luogo i rapporti di copolarizzazione per direzione speculare e di retrodiffusione.

Se utilizziamo l'SPM, ricordando i risultati (2.5.1.2-3) otteniamo tali espressioni nel caso di backscattering :

$$f(\theta, \varepsilon) = \frac{\sigma_{hh}^0}{\sigma_{vv}^0} = \frac{\sigma_{hhn}^0}{\sigma_{vvn}^0} = \frac{|R_h|^2}{|\alpha_{vv}|^2} = \left| \frac{(\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta})^2}{(\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta})^2 (\varepsilon + (\varepsilon - 1) \sin^2 \theta)} \right|^2 \quad (3.2.1)$$

mentre ricordando i risultati (2.5.1.4-5) otteniamo tali espressioni nel caso di direzione speculare :

$$\begin{aligned} f(\theta, \varepsilon) &= \frac{\sigma_{hh}^0}{\sigma_{vv}^0} = \frac{\sigma_{hhn}^0 + \sigma_{hhc}^0}{\sigma_{vvn}^0 + \sigma_{vvc}^0} = \frac{|R_h|^2}{|R_v|^2} = \\ &= \left| \frac{(\cos \theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta})(\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta})}{(\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta})(\varepsilon \cos \theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta})} \right|^2. \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

Se, invece, consideriamo l'approccio di Kirchhoff nell'approssimazione delle piccole pendenze, ricordando le (2.5.4.1-2-3), trascurando σ_{pqns}^0 rispetto a σ_{pqno}^0 , il rapporto di copolarizzazione nel caso di backscattering sarà dato dall'espressione (3.2.2). Nel caso di direzione speculare, senza alcuna approssimazione, il rapporto di copolarizzazione è dato ancora dalla (3.2.2).

Considerando, invece, l'approccio di Kirchhoff nell'approssimazione di ottica geometrica, nel caso di direzione speculare otteniamo di nuovo l'espressione (3.2.2) per il rapporto di copolarizzazione, che per il backscattering, ricordando le (2.5.7.2), tende ad 1. Notiamo per chiarezza che tali risultati sono indipendenti dalla descrizione della superficie, nel senso che sia per superfici classiche che

frattali il rapporto di copolarizzazione non cambia dal momento che il fattore dipendente dalla polarizzazione non cambia, ma cambia in funzione del metodo elettromagnetico usato. I risultati sopra ricavati sono sintetizzati nella Figura 3.2.1:

Rapporto di copolarizzazione per backscattering		
Metodo di Kirchhoff	Approssimazione di fase stazionaria	$\frac{\sigma_{hh}^0}{\sigma_{vv}^0} = 1$
	Approssimazione delle piccole pendenze	$\frac{\sigma_{hh}^0}{\sigma_{vv}^0} = \frac{ R_h ^2}{ R_v ^2}$
SPM		$\frac{\sigma_{hh}^0}{\sigma_{vv}^0} = \frac{ R_h ^2}{ \alpha_{vv} ^2}$
Rapporto di copolarizzazione per direzione speculare		
Metodo di Kirchhoff SPM		$\frac{\sigma_{hh}^0}{\sigma_{vv}^0} = \frac{ R_h ^2}{ R_v ^2}$

Figura 3.2.1: Rapporto di polarizzazione

La Figura 3.2.1 ci permette di fare delle considerazioni importanti. L'implementazione di un algoritmo di recupero dei parametri basato sul rapporto di copolarizzazione per backscattering risulta essere molto efficiente nel caso dell'SPM rispetto all'approccio di Kirchhoff: ciò è dovuto al fatto che nell'approssimazione delle piccole pendenze tale rapporto tende ad 1, cioè ad essere indipendente dalla polarizzazione. Per cui i limiti di applicabilità di un siffatto metodo teorico sono gli stessi limiti di validità del metodo SPM. Dai risultati della Figura 3.2.1 appare invece evidente che l'implementazione di un metodo applicabile a una vasta gamma di superfici deve coinvolgere il rapporto di copolarizzazione per direzione speculare che è lo stesso sia nel caso dell'SPM che nell'approccio di Kirchhoff. Lo svantaggio in quest'ultima situazione è legato al

fatto che tutti i sensori attivi a microonde (SAR, altimetri, radiometri, montati su Envisat, Radarsat etc) sono monostatici, cioè presentano un'unica antenna che trasmette e riceve e quindi acquisiscono solo dati in direzione di backscattering; per poter applicare, invece, il modello sopra descritto avremo bisogno di un SAR bistatico.

3.2.1 Algoritmo di recupero dei parametri

Il recupero dei parametri avviene in due passi: in primo luogo si ricava la costante dielettrica (parte reale ed immaginaria) a partire dal rapporto di copolarizzazione minimizzando un dato funzionale, ed in un secondo momento si ricavano i parametri di rugosità.

Se indichiamo con $f(\varepsilon, \theta) = f(\varepsilon', \varepsilon'', \theta)$ il rapporto di copolarizzazione ottenuto con le formule teoriche e con $\hat{f}(\theta)$ quello misurato, la procedura di recupero della parte reale ε' e immaginaria ε'' della costante dielettrica relativa ε prevede la minimizzazione del seguente funzionale:

$$g(\varepsilon', \varepsilon'') = \sum_i \left| f(\varepsilon', \varepsilon'', \theta_i) - \hat{f}(\theta_i) \right|^2 . \quad (3.2.1.1)$$

Una volta determinati i parametri dielettrici, vanno determinati i parametri superficiali. Tale secondo passo, a differenza del primo che è applicabile per qualsiasi modello elettromagnetico descritto, è facilmente effettuabile nel caso dell'SPM dal momento che l'espressione del coefficiente di diffusione è unica, ma è complicatissimo nel caso dell'approccio di Kirchhoff per il quale il coefficiente di diffusione presenta due espressioni distinte al variare di H rispetto al valore 0.5. L'introduzione di modelli teorici per il recupero dei parametri superficiali, dielettrici e di rugosità, ha reso possibile il raggiungimento del nostro scopo compiutamente solo per il modello SPM. In conclusione il recupero completo dei parametri si riesce a fare solo con l'SPM, mentre con KA si riesce a recuperare solo la costante dielettrica. Vediamo allora come è possibile recuperare i

parametri di rugosità di una superficie frattale utilizzando l'SPM. I lavori [1] e [2] propongono un semplice schema di regressione lineare. Infatti se ricordiamo l'espressione del coefficiente di scattering per SPM definito dalla (2.5.2.2) e la scriviamo in uno spazio Log-Log otteniamo:

$$\sigma_{pqdB}^0 = \left[\left(\frac{4k^4 \cos^4 \theta}{\pi} \right) |\alpha_{pq}|^2 \right]_{dB} + S_{0dB} - (2 + 2H)[2k \sin \theta]_{dB}. \quad (3.2.1.2)$$

Per cui i punti le cui coordinate sono

$$\begin{cases} \xi = [2k \sin \theta]_{dB} \\ \eta = \sigma_{pqdB}^0 - \left[\left(\frac{4k^4 \cos^4 \theta}{\pi} \right) |\alpha_{pq}|^2 \right]_{dB} \end{cases} \quad (3.2.1.3)$$

giacciono su una retta la cui pendenza è $(2+2H)$ e la cui intersezione con l'asse η è S_{0dB} . Così si recuperano H e S_0 quindi D e T .

Infine, entrambi i modelli proposti in [1] e [2] sono stati sottoposti a verifiche per testarne la correttezza all'interno dei rispettivi ambiti di validità. I risultati in ambo i casi sono stati incoraggianti. In particolare in [1], dal momento che non esistevano misure in situ dei parametri frattali delle superfici considerate, è stato calcolato il valore della deviazione standard del profilo frattale grazie alle (2.4.4.8) e (2.5.2.4) corrispondente ai parametri recuperati tramite (3.2.1.1) e (3.2.1.3) ed il risultato è stato confrontato con i valori riportati in [3], mostrando un accordo piuttosto buono. In [2], è stata verificata la validità del modello confrontando il rapporto di polarizzazione teorico con quello calcolato col metodo dei momenti (MoM) nel caso di superficie gaussiana con assegnata deviazione standard e lunghezza di correlazione. I risultati trovati sono in ottimo accordo per SPM e KA con la variante dell'ottica geometrica, mentre non sono in buon accordo per KA con approssimazione delle piccole pendenze. Ciò è dovuto al fatto che nel calcolo del rapporto di copolarizzazione in tal caso si è trascurato σ_{pqns}^0 rispetto a σ_{pqno}^0 . In conclusione, il confronto con MoM conferma che in direzione speculare il rapporto di copolarizzazione è dato da (3.2.2) per un ampio

range di rugosità, tanto da essere un buon candidato negli algoritmi per il recupero della costante dielettrica superficiale.

3.3 Metodi teorici: recupero di parametri a partire da un modello di diffusione IEM

Dal momento che i modelli presentati nelle sezioni 3.2 e 3.2.1 non possono essere applicati, per i motivi citati, al caso in cui le statistiche del campo diffuso sono calcolate attraverso il metodo dell'equazione integrale, in questa sezione presentiamo un algoritmo di recupero dei parametri dielettrici e di rugosità basato sul metodo IEM proposto nel 1997 [7].

L'espressione del coefficiente di backscattering calcolato attraverso IEM è data dalla formula (2.5.9.1) che richiamiamo perché ci servirà nello sviluppare l'algoritmo:

$$\sigma_{pp}^0 = \frac{k^2}{2} \exp(-2\sigma^2 k^2 \cos^2 \theta) \sum_{n=1}^{\infty} |I_{pp}^{(n)}|^2 \frac{W^{(n)}(-2k \sin \theta, 0)}{n! \sigma^{2n}} \quad (3.3.1)$$

dove $I_{pp}^{(n)}$ e $W^{(n)}$ sono dati dalle (2.5.9.2-3). In [7] prima di sviluppare l'algoritmo di recupero, è stato innanzitutto mostrato che i coefficienti di retrodiffusione σ_{hh}^0 e σ_{vv}^0 così come il loro rapporto fossero in buon accordo con le misure degli stessi fatte da AIRSAR e SIR-C in banda L (1.5-2.7 GHz). In realtà il valore *rms* dell'errore tra i risultati teorici e quelli sperimentali si aggira intorno ai 1.5-1.8 dB e ciò è dovuto al fatto che il modello IEM considerato non prende in considerazione la diffusioni multiple. Tale fenomeno era stato già studiato da Van Zyl in [8], e in effetti, prendendo in considerazione anche le diffusioni multiple, il valore *rms* dell'errore diminuisce, diventando dell'ordine di 0.7-1.5 dB. Queste considerazioni preliminari in conclusione ci portano ad asserire che le statistiche predette da IEM, almeno in banda L, possono quindi essere usate per sviluppare un algoritmo di recupero dei parametri di interesse.

3.3.1 Algoritmo di recupero dei parametri

Dal momento che il modello elettromagnetico IEM fornisce un coefficiente di backscattering la cui dipendenza dai parametri dielettrici e di rugosità è molto complicata, allora vanno fatte delle semplificazioni prima di implementare un algoritmo di recupero. Come primo passo è stata analizzata la forma della funzione di autocorrelazione della superficie grazie a delle misure sperimentali fatte da AIRSAR e SIR-C nella zona di Washita nel giugno 1992 e da aprile ad ottobre 1994 nella stessa zona. Su 117 profili di rugosità analizzati e sottoposti ad un'operazione di fitting con una funzione di autocorrelazione intermedia espressa dalla (2.2.8), il 76% presenta una siffatta autocorrelazione con $n \leq 1.4$. Per questo motivo è stato ragionevole considerare solo tre funzioni di autocorrelazione intermedie con $n=1, 1.2, 1.4$ nel confronto dei risultati simulati con quelli misurati. Una ulteriore semplificazione riguarda il modello di diffusione: infatti, se guardiamo la formula (2.5.9.3) che esprime le espressioni dei coefficienti $I_{pp}^{(n)}$, possiamo notare che essi dipendono dalla costante dielettrica e dalla deviazione standard della superficie σ . Ma come evidenziato da Fung in [9] e [10], quando $k\sigma$ è piccolo, $I_{pp}^{(n)}$ può essere espresso separatamente come il prodotto di una funzione α_{pp} che dipende solo da ε e θ la cui espressione è data da (2.5.1.3) e di un'altra dipendente solo da $k\sigma$. Nella banda L, per gran parte delle superfici rugose, vale che $k\sigma$ è piccolo.

Il metodo proposto in [7] per fattorizzare il coefficiente di retrodiffusione come sopra descritto è il seguente. Innanzitutto viene combinata la deviazione standard σ con lo spettro W (PSD) nel parametro

$$S_R = (k\sigma)^2 W \quad (3.3.1.1)$$

in cui l'espressione di W è data da (2.5.9.2). In secondo luogo vengono rappresentati i coefficienti di backscattering inversi normalizzati $|\alpha_{vv}|^2 / \sigma_{vv}^0$ e $(|\alpha_{vv}|^2 + |\alpha_{hh}|^2) / (\sigma_{vv}^0 + \sigma_{hh}^0)$ in funzione di $1/S_R$ a fissato angolo di incidenza

$\theta = 35^\circ$; il risultato in entrambe le simulazioni è che esiste una relazione lineare in dB, eccetto per valori grandi di S_R , che lega sia $|\alpha_{vv}|^2/\sigma_{vv}^0$ che $(|\alpha_{vv}|^2 + |\alpha_{hh}|^2)/(\sigma_{vv}^0 + \sigma_{hh}^0)$ a $1/S_R$. Per questo motivo è possibile esprimere una relazione lineare tra il coefficiente di backscattering e il parametro di rugosità della superficie; attraverso un modello di regressione dei dati simulati, la relazione proposta in [7] è:

$$10\log_{10}\left[\frac{|\alpha_{pp}|^2}{\sigma_{pp}^0}\right] = a_{pp}(\theta) + b_{pp}(\theta)10\log_{10}\left[\frac{1}{S_R}\right]. \quad (3.3.1.2)$$

Dal momento che S_R in (3.3.1.2) è indipendente dalla polarizzazione, allora il fattore di rugosità S_R può essere eliminato se abbiamo a disposizione due misure di polarizzazione pp e qq . Un'equazione generale di inversione per la costante dielettrica relativa ε a partire da $\alpha_{pp}(\theta)$ e $\alpha_{qq}(\theta)$, dopo aver eliminato S_R e combinato i coefficienti $a_{pp}(\theta), b_{pp}(\theta), a_{qq}(\theta), b_{qq}(\theta)$ nei coefficienti $a_{pq}(\theta), b_{pq}(\theta)$, può essere scritta come:

$$10\log_{10}\left[\frac{|\alpha_{pp}|^2}{\sigma_{pp}^0}\right] = a_{pq}(\theta) + b_{pq}(\theta)10\log_{10}\left[\frac{|\alpha_{qq}|^2}{\sigma_{qq}^0}\right]. \quad (3.3.1.3)$$

A questo punto va scelta la coppia di misure di polarizzazione da utilizzare nella (3.3.1.3) per ricavare ε : deve essere scelta quella coppia che è più sensibile ai cambiamenti dell'umidità del terreno e meno sensibile agli effetti della vegetazione ed agli errori di calibrazione. Da queste considerazioni in [7] viene considerata come migliore scelta la coppia $\sqrt{\sigma_{vv}^0\sigma_{hh}^0}$ e $(\sigma_{vv}^0 + \sigma_{hh}^0)$, dal momento che essa fornisce il miglior fitting per la stima di ε per tutte e tre le funzioni di autocorrelazione intermedie. A questo punto sostituendo σ_{pp}^0 e σ_{qq}^0 in (3.3.1.3)

con $(\sigma_{vv}^0 + \sigma_{hh}^0)e^{\sqrt{\sigma_{vv}^0 \sigma_{hh}^0}}$, ed $|\alpha_{pp}|^2$ e $|\alpha_{qq}|^2$ con $(|\alpha_{vv}|^2 + |\alpha_{hh}|^2)$ e $|\alpha_{vv}||\alpha_{hh}|$, si ottiene:

$$10 \log_{10} \left[\frac{(|\alpha_{vv}|^2 + |\alpha_{hh}|^2)^2}{(\sigma_{vv}^0 + \sigma_{hh}^0)} \right] = a_{pq}(\theta) + b_{pq}(\theta) 10 \log_{10} \left[\frac{|\alpha_{vv}||\alpha_{hh}|}{\sqrt{\sigma_{vv}^0 \sigma_{hh}^0}} \right]. \quad (3.3.1.4)$$

Le espressioni dei coefficienti in (3.3.1.2) e (3.3.1.4) ottenute attraverso il modello di regressione dei dati simulati sono:

$$\begin{aligned} a_{vv}(\theta) &= -6.901 + 5.492 \tan \theta - 1.051(\log(\sin \theta)) \\ b_{vv}(\theta) &= 0.515 + 0.896 \sin \theta - 0.475 \sin^2 \theta \\ a_{vh}(\theta) &= \exp(-12.37 + 37.206 \sin \theta - 41.187 \sin^2 \theta + 18.898 \sin^3 \theta) \\ b_{vh}(\theta) &= 0.649 + 0.659 \cos \theta - 0.306 \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (3.3.1.5)$$

Dal momento che la (3.3.1.4) è solamente dipendente dalla costante dielettrica e dall'angolo di incidenza, fissato quest'ultimo, si trovano la parte reale e immaginaria della permittività relativa; dalla (3.3.1.2) si ricava poi S_R . In realtà, però, le misure in situ fatte da AIRSAR e SIR-C permettono di ricavare il parametro m_v che non è altro che il grado di umidità del terreno. Fortunatamente esistono anche dei modelli empirici [11] e [13] che a partire dalla costante dielettrica permettono di ricavare il parametro m_v .

In conclusione, usando le (3.3.1.4-5) ricaviamo i parametri dielettrici, da cui i parametri di rugosità grazie alla (3.3.1.2) e m_v tramite modelli empirici.

Il confronto tra risultati simulati e misurati è molto incoraggiante, eccetto per elevati valori di S_R dal momento che in tale condizione il modello lineare in dB sopra descritto non andrebbe più bene. In conclusione il modello proposto fornisce una soluzione relativamente semplice per il recupero dei parametri dielettrici e di rugosità in banda L e questo è possibile perché in tale banda il coefficiente di diffusione è fattorizzabile, cosa che in generale per il metodo IEM non è possibile.

3.4 Metodi empirici

In tale sezione presenteremo un metodo empirico proposto nel 1992 [3].

Il principale obiettivo di questo lavoro è stato quello di determinare la dipendenza dei coefficienti di backscattering dai parametri dielettrici e di rugosità attraverso un insieme di misure fatte al variare delle frequenze e degli angoli di incidenza. Una volta che tale dipendenza è stata trovata, è stato possibile introdurre un algoritmo di recupero della rugosità superficiale e della costante dielettrica relativa ε dai dati misurati.

Le misure riportate in questo studio sono state ottenute tramite uno scatterometro basato su un analizzatore di rete (LCX POLASCAT), un misuratore di profili e una sonda dielettrica. Lo scatterometro, munito di un analizzatore vettoriale, di un PC, di antenne doppiamente polarizzate usate per la ricezione di entrambe le componenti H e V retrodiffuse e di dischi per la memorizzazione dei dati, è stato progettato per misurare la matrice di diffusione dei diffusori presenti nelle bande L, C e X con frequenze centrate in 1.25, 4.75 e 9.5 GHz rispettivamente. Il misuratore di profilo, invece, è stato utilizzato per ricavare i profili superficiali, mentre la sonda dielettrica per ricavare la costante dielettrica da cui, tramite un ulteriore modello empirico, è stato possibile stimare il grado di umidità del terreno m_v . Le misure effettuate hanno riguardato 4 tipi di superfici di cui, tramite il misuratore di profilo e in due condizioni di umidità del terreno (relativamente asciutto e relativamente bagnato), sono state calcolate la deviazione standard σ e la lunghezza di correlazione L . I risultati hanno dimostrato che tre di esse hanno un'autocorrelazione più vicina all'esponenziale, mentre la più rugosa più vicino ad una gaussiana. Per l'insieme di dati ricavato, la rugosità della superficie e il contenuto di umidità coprono i range $0.1 < k\sigma < 6$, $2.6 < kL < 19.7$, $0.09 < m_v < 0.31$. Inoltre sono stati misurati i coefficienti $\sigma_{vv}^0, \sigma_{hh}^0, \sigma_{hv}^0$. Tali dati misurati sono stati poi confrontati con i risultati predetti dai modelli teorici classici, ed il confronto non è stato incoraggiante. Infatti l'uso del modello SPM con autocorrelazione esponenziale della superficie di parametro $\sigma = 0.4$ cm fornisce ad esempio in funzione

dell'angolo di incidenza, a 9.5 GHz e con $m_v=0.29$, dei risultati coerenti con quelli misurati per σ_{hh}^0 ma non per σ_{vv}^0 ; l'uso dell'approccio di Kirchhoff usato congiuntamente a un modello superficiale con autocorrelazione sempre esponenziale con $\sigma=0.4$ cm, a 9.5 GHz e con $m_v=0.29$, sottostima il coefficiente σ_{vv}^0 per angoli di incidenza al di sotto dei 40° e prevede $\sigma_{vv}^0 < \sigma_{hh}^0$ contrariamente alle osservazioni; infine l'uso dell'ottica geometrica sempre con superfici con autocorrelazione esponenziale con $\sigma=3$ cm, 9.5 GHz e con $m_v=0.16$, prevede dei valori differenti da quelli misurati sia per σ_{hh}^0 che per σ_{vv}^0 . Questi motivi hanno condotto gli autori del suddetto lavoro ad introdurre un modello empirico, che si basa sia sui dati misurati che sul comportamento della diffusione quando la rugosità è elevata. Innanzitutto è stata introdotta una formula per il rapporto di cross-polarizzazione che fornisce un buon fitting con i dati misurati:

$$q = \frac{\Delta \sigma_{hv}^0}{\sigma_{hv}^0} = 0.23 \sqrt{\Gamma_0} [1 - \exp(-k\sigma)] \quad (3.4.1)$$

in cui

$$\Gamma_0 = \left| \frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \right|^2. \quad (3.4.2)$$

Per quanto riguarda il rapporto di copolarizzazione $p = \sigma_{hh}^0 / \sigma_{vv}^0$, misurato sperimentalmente a $\theta = 40^\circ, 50^\circ$ sia per terreno bagnato che asciutto, esso per superfici poco rugose è pari a -6 dB mentre per superfici molto rugose è pari a 0 dB (cioè 1 in scala lineare come ci aspettiamo). Analoghi risultati si hanno a 30° . La curva proposta per il rapporto di copolarizzazione e che fornisce risultati in accordo con quelli misurati è la seguente:

$$\sqrt{p} = \sqrt{\frac{\Delta \sigma_{hh}^0}{\sigma_{vv}^0}} = 1 - \left(\frac{2\theta}{\pi} \right)^{\left[\frac{1}{3\Gamma_0} \right]} \exp(-k\sigma) \quad (3.4.3)$$

con θ angolo di incidenza in radianti.

Dopo aver trovato le espressioni per i due rapporti di polarizzazione che forniscono un buon accordo con i dati rilevati dalle misure, bisogna fornire solo delle formule empiriche che permettano di esprimere i singoli coefficienti di diffusione. A tal proposito, la formula proposta per σ_{vv}^0 è stata:

$$\sigma_{vv}^0(\theta, \varepsilon, k\sigma) = \frac{g \cos^3 \theta}{\sqrt{p}} \cdot [\Gamma_v(\theta) + \Gamma_h(\theta)] \quad (3.4.4)$$

dove $\Gamma_v(\theta), \Gamma_h(\theta)$ sono i coefficienti di Fresnel per polarizzazione verticale ed orizzontale, p è dato dalla (3.3.3) e

$$g = 0.7 \left[1 - \exp(-0.65(k\sigma)^{1.8}) \right]. \quad (3.4.5)$$

In conclusione con i rapporti p e q espressi esplicitamente in termini di $k\sigma$ ed ε (attraverso Γ_0) e la funzione g dipendente solo da $k\sigma$, i tre coefficienti possono essere così espressi:

$$\begin{cases} \sigma_{vv}^0(\theta, \varepsilon, k\sigma) = \frac{g \cos^3 \theta}{\sqrt{p}} \cdot [\Gamma_v(\theta) + \Gamma_h(\theta)] \\ \sigma_{hh}^0(\theta, \varepsilon, k\sigma) = g \sqrt{p} \cos^3 \theta \cdot [\Gamma_v(\theta) + \Gamma_h(\theta)] \\ \sigma_{hv}^0(\theta, \varepsilon, k\sigma) = q \sigma_{vv}^0(\theta, \varepsilon, k\sigma) \end{cases} \quad (3.4.6)$$

Notiamo innanzitutto nella (3.4.6) che entrambi i coefficienti di retrodiffusione σ_{vv}^0 e σ_{hh}^0 dipendono dalla media dei coefficienti di Fresnel; inoltre, la componente HH è più piccola della VV attraverso il fattore $p \leq 1$, e quando $k\sigma > 3$, $p \cong 1$ come ci si aspettava in ambo i casi.

Tale modello proposto, che non è altro che un modello empirico diretto, ha avuto molte conferme dal momento che è stato confrontato con tre insiemi di dati:

- i dati misurati nello studio [3] sopra descritto;
- altri dati non usati nello studio proposto che vanno sotto il nome di *Independent Data Set II*;
- dati riportati da Yamasaki nello studio [14] a 60 GHz.

Il confronto con i dati misurati in [3] sono stati confortanti ed hanno evidenziato che i coefficienti σ_{vv}^0 e σ_{hh}^0 espressi tramite (3.4.6) rispecchiano per superfici molto rugose i dati misurati nel range di angoli di incidenza $[0^\circ, 70^\circ]$, mentre per superfici poco rugose l'accordo vale nel range $[20^\circ, 70^\circ]$ ma non in $[0^\circ, 20^\circ]$ dal momento che il modello proposto non tiene in considerazione la componente coerente del coefficiente di retrodiffusione che esiste per incidenza quasi o completamente normale e che è trascurabile per elevata rugosità. Il confronto con l'insieme di dati *Independent Data Set II* ha fornito buoni accordi sui coefficienti di retrodiffusione, non tanto per quanto riguarda i parametri di rugosità $k\sigma$ e kL dal momento che la descrizione della superficie per ricavare l'insieme di dati *Independent Data Set II* è stata meno accurata di quella fatta attraverso il misuratore di profilo. L'ultimo confronto con i dati a 60 GHz ha confermato quanto ci si aspettava per i coefficienti di backscattering per superfici poco rugose.

3.4.1 Modello di inversione

Dal momento che i dati misurati attraverso la combinazione di scatterometro, misuratore di profilo e sonda dielettrica coprono gli intervalli $0.1 < k\sigma < 6$, $2.6 < kL < 19.7$, $0.09 < m_v < 0.31$, ovviamente il modello di inversione non potrà essere applicato a superfici che non soddisfano tale restrizioni.

Supponendo di avere per una data superficie, ad una fissata lunghezza d'onda ed angolo di incidenza, delle misure di $\sigma_{vv}^0, \sigma_{hh}^0, \sigma_{hv}^0$, dalla (3.4.1) ricaviamo

$$\exp(-k\sigma) = 1 - \frac{q}{0.23\sqrt{\Gamma_0}}$$

che sostituita nella (3.4.3) dà origine alla seguente equazione non lineare per Γ_0 :

$$\left(\frac{2\theta}{\pi}\right)^{\frac{1}{3\Gamma_0}} \cdot \left[1 - \frac{q}{0.23\sqrt{\Gamma_0}}\right] + \sqrt{p} - 1 = 0. \quad (3.4.1.1)$$

Risolvendo la (3.4.1.1) per Γ_0 usando una tecnica iterativa, possiamo ricavare dalla (3.4.2) la parte reale ε' della costante dielettrica relativa, ignorando la parte immaginaria ε'' , la quale approssimazione è valida per un materiale come il terreno. In un secondo momento è possibile calcolare ε'' ed m_v attraverso il modello empirico [12] . Infine calcolato Γ_0 la rugosità può essere calcolata invertendo la (3.4.3) ottenendo:

$$k\sigma = \log_e \left[\frac{\left(\frac{2\theta}{\pi}\right)^{\left[\frac{1}{3\Gamma_0}\right]}}{1 - \sqrt{p}} \right].$$

Un ulteriore limite di applicabilità del modello proposto è legato al fatto che, come già osservato, i rapporti di copolarizzazione e cross-polarizzazione, tendono ad 1 e quindi ad essere indipendenti dalla rugosità per $k\sigma > 3$; per cui per tali superfici tale tecnica è inapplicabile.

3.5 Metodi semi-empirici

I metodi semiempirici rappresentano una via di mezzo tra i metodi teorici e quelli empirici. In questa sezione ne presentiamo uno proposto di recente [4].

In tale articolo viene evidenziato un modello semi-empirico di diffusione da superfici rugose in banda C basato sul metodo dell'equazione integrale. In particolare viene introdotto un modello di scattering semplificato per ridurre il numero di parametri superficiali incogniti che bisogna recuperare attraverso un adeguato e non complicato modello inverso.

In primo luogo per tenere in considerazione l'elevata variabilità delle funzioni di autocorrelazione, il modello proposto si basa su un modello superficiale classico di autocorrelazione intermedia la cui densità spettrale di potenza è data dalle (2.2.9-10-11); in realtà nelle simulazioni fatte per ricavare il modello semi-empirico a partire dal coefficiente di retrodiffusione dell'IEM espresso dalla (2.5.9.1), viene usata una *PSD* un poco diversa dalla (2.2.9) che permette di valutare i coefficienti di riflessione di Fresnel, presenti nei coefficienti $I_{pp}^{(n)}$ della (2.5.9.1), non ad un angolo pari a quello di incidenza ma ad un angolo che varia tra l'angolo di incidenza e l'angolo di incidenza normale e che dipende dalla rugosità superficiale:

$$W^{(n)}(\boldsymbol{\kappa}) \approx 0.5 \left(\frac{L}{n^{f_p}} \right)^2 (p-1) \frac{a_p^2}{b_p^2} \left[1 + \frac{a_p^2}{b_p^2} \frac{\boldsymbol{\kappa}^2 \left(\frac{L}{n^{f_p}} \right)^2}{4} \right]^{-p} \quad (3.5.1)$$

in cui

$$f_p = 0.5 \left[1 + \left(\frac{1.5}{p} \right)^2 \right],$$

$p \geq 1$ è un indice di potenza che definisce la forma dell'autocorrelazione ed i parametri a_p e b_p garantiscono che σ^2 ed L rappresentano rispettivamente la

varianza e la lunghezza di autocorrelazione della superficie; a_p è espresso dalla (2.2.10) mentre per b_p nelle simulazioni non si usa la (2.2.11) ma un'espressione semplificata:

$$b_p = 0.9993p(0.1083 + p)^{-1}.$$

In conclusione la superficie è espressa attraverso σ, L e p .

Vediamo ora, invece, come è stato derivato il modello semi-empirico.

Il coefficiente di backscattering, come proposto in [15], può essere scritto come fattorizzazione di due funzioni che tengono conto rispettivamente della rugosità e delle proprietà dielettriche:

$$\sigma_{pp}^0 = A(\theta, \sigma, L) \cdot \Gamma_0^{b(\theta)} \quad (3.5.2)$$

in cui $A(\theta, \sigma, L)$ dipende dalla rugosità, Γ_0 è dato dalla (3.4.2) e $b(\theta)$ relaziona il coefficiente di Fresnel $\Gamma_{pp}(\theta)$ al coefficiente di riflessione in direzione speculare Γ_0 ; inoltre si può far vedere che la relazione tra $\Gamma_{pp}(\theta)$ e Γ_0 dipende debolissimamente dalla costante dielettrica e fortemente dell'angolo di incidenza, per cui il coefficiente b si può calcolare secondo la seguente formula:

$$b_{pp} = \frac{\log_{10}[\Gamma_{pp}(\theta)]}{\log_{10}[\Gamma_0]} . \quad (3.5.3)$$

Per stimare il coefficiente di rugosità $A(\theta, \sigma, L)$ in (3.5.2), sono state fatte delle simulazioni usando l'IEM per un ampio range di rugosità superficiali e differenti valori di costante dielettrica all'interno dei limiti di applicabilità del metodo dell'equazione integrale. In particolare la frequenza usata è stata 5.33 GHz, la costante dielettrica è stata variata tra $5.0+i0.1$ e $35.0+i8$ e l'angolo di incidenza tra 2° e 45° . Usando le simulazioni effettuate del coefficiente di backscattering espresso dalla (2.5.9.1), la funzione $A(\theta)$ può essere ricavata dalla (3.5.2) per una

fissata costante dielettrica relativa e per ogni possibile combinazione di σ, L e p . Analogamente, fissati p e θ , il parametro A può essere utilizzato per sostituire la coppia (σ, L) nel definire la condizione di rugosità superficiale. In tal modo si è ridotto il numero di parametri superficiali da recuperare. In generale per ogni possibile condizione di rugosità, è possibile normalizzare, per semplicità, ad un valore $A_0 = A(\theta_0)$, la funzione $A(\theta)$. Nel lavoro [4] che stiamo presentando si è fatta la scelta di porre $\theta_0 = 2^\circ$, per cui $A(\theta)$ può essere così espressa:

$$A(\theta) = f(A_0, \theta). \quad (3.5.4)$$

Attraverso un algoritmo dei minimi quadrati, si è trovato che la funzione f che relaziona $A(\theta)$ ad $A_0 = A(\theta_0)$ è un polinomio del quarto ordine in uno spazio log-log:

$$\log_{10}[A(\theta)] = \sum_{i=1}^5 c_i (\log_{10}[A_0])^{i-1}. \quad (3.5.5)$$

I coefficienti c_i variano al variare dell'angolo di incidenza e dell'indice di potenza. In particolare, fissato l'indice p , dall'insieme di dati ricavati dalle simulazioni dell'IEM per ampi intervalli di rugosità superficiali e di angoli di incidenza, si possono ricavare diverse funzioni $A(\theta)$, ognuna per uno specifico stato di rugosità. Graficando $A(\theta)$ in funzione di $A_0 = A(\theta_0 = 2^\circ)$ e ricordando la (3.5.5), si possono ricavare i coefficienti c_i . Inoltre in [4] è stato proposto un ulteriore legame tra $\log_{10}(A_0)$ e (σ, L) , espresso nella forma di un polinomio del secondo ordine:

$$\log_{10}(A_0) = y_0 + a\sigma + bL + c\sigma^2 + dL^2 \quad (3.5.6)$$

in cui y_0, a, b, c, d dipendono dall'indice di potenza p .

Tale modello di scattering semplificato (SSM) è stato messo a confronto con IEM, ed i risultati hanno evidenziato che per superfici poco rugose le discrepanze tra i due crescono al crescere dell'angolo di incidenza e dell'indice di potenza. Ciò è conseguente della scelta fatta per rappresentare il legame tra $A(\theta)$ ed A_0 : in tal caso un polinomio del quarto ordine non va più bene e bisognerebbe incrementarne l'ordine. In realtà la scelta di un ordine pari a 4 è stato un compromesso tra la migliore approssimazione dell'insieme di dati per un ampio intervallo di rugosità e una minimizzazione della complessità nel calcolo dei coefficienti.

In conclusione, in seguito alla normalizzazione, l'unico parametro che esprime la rugosità della superficie, fissato p , è A_0 , ed è quello che dobbiamo recuperare nel modello inverso.

3.5.1 Algoritmo di recupero

Nella sezione precedente è stato evidenziato come il modello SSM sia in buon accordo con IEM. Tuttavia la procedura di normalizzazione aggiunge un'incertezza al modello; in particolare, un piccolo errore nella normalizzazione comporta una grande discrepanza tra SSM ed IEM dal momento che il legame espresso dalla funzione di normalizzazione è in uno spazio log-log. Tale effetto, se verificato, comporta un recupero di parametri del tutto errati ed ha perciò un impatto notevole sull'algoritmo di recupero. Presentiamo allora tale algoritmo così come esposto in [4].

Il vettore che rappresenta lo stato della superficie è dato da $\vec{s} = (A_0, \varepsilon)$ dove A_0 rappresenta la rugosità ed ε le proprietà dielettriche. Entrambi i parametri sono incogniti nel processo di recupero, mentre è fissato l'indice di potenza p . Il vettore dei coefficienti di backscattering misurati con le simulazioni IEM (da cui si è ricavato SSM) a differenti angoli di incidenza è rappresentato da $\vec{\sigma}'_{pp} = (\vec{\sigma}'_{hh}, \vec{\sigma}'_{vv})$, mentre il vettore dei coefficienti calcolati attraverso il modello SSM è $\vec{\sigma}_{pp} = SSM(\vec{s}, \vec{\theta})$. L'obiettivo è stimare l'appropriata coppia (A_0, ε) . A tal

proposito utilizzando le misure di backscattering ad n angoli di incidenza differenti, lo scopo lo si raggiunge minimizzando la funzione di costo seguente:

$$\psi^2 = \sum_{i=1}^n \left[(\sigma_{HH,i} - \sigma'_{HH,i})^2 + (\sigma_{VV,i} - \sigma'_{VV,i})^2 \right]. \quad (3.5.1.1)$$

I valori recuperati sono poi confrontati con quelli veri e noti (A_0, ϵ') tratti dal database delle simulazioni del metodo IEM. In realtà i confronti sono stati fatti tra la rugosità vera e quella recuperata e tra il grado di umidità del terreno vero e quello recuperato. In quest'ultimo caso, come già evidenziato più volte in questo capitolo, si sfruttano ulteriori modelli empirici per ricavare m_v da ϵ . I risultati dei confronti hanno confermato la bontà del modello inverso proposto per il recupero dei parametri.

Tuttavia per validarne le prestazioni, le predizioni del modello sono state comparate con delle misure fatte in laboratorio. I dati di riferimento sono stati acquisiti dall' *European Microwave Signature Laboratory (EMSL)* e sono stati ricavati a differenti angoli di incidenza e nel range frequenziale 1-19 GHz, mentre la costante dielettrica del materiale è stata misurata al variare della frequenza con una sonda coassiale. Tra questi dati di riferimento, sono stati estratti quelli a 5.33 GHz per sviluppare il modello SSM. Nello sviluppare il modello SSM sono stati considerati tre tipi di superfici: la prima gaussiana e le altre due con una funzione di autocorrelazione descritta attraverso una rugosità a doppia scala, cioè attraverso L (lunghezza di correlazione) che esprime la rugosità su grandi scale e Δ che esprime quella su piccole scale, secondo la formula:

$$C(\xi) = \exp\left(-\xi^2 / \sqrt{\Delta^4 + L^2 \xi^2}\right). \quad (3.5.1.2)$$

Per confrontare EMSL ed SSM con superficie gaussiana, sono stati ricavati i parametri (A_0, ϵ) attraverso la minimizzazione della (3.5.1.1). La parte reale della permittività relativa recuperata è 6.96 per superfici gaussiane molto rugose e 3.55 per quelle poco rugose, mentre il valore reale misurato attraverso la sonda è 7.0. Inoltre si è ricavato un valore di $\log_{10}(A_0)$ che sostituito nella (3.5.2) assieme

alla costante dielettrica ricavata ha comportato un valore *rms* (*root mean square*) dell'errore nel predire il coefficiente di retrodiffusione di 4.3 dB, che è grande; inoltre per $\theta > 40^\circ$ il coefficiente di retrodiffusione è sovrastimato, mentre per $\theta < 40^\circ$ è sottostimato.

Tale discrepanza era stata trovata anche nel confronto con IEM. Questo può essere spiegato col fatto che la procedura di normalizzazione è peggiore per valori dell'indice di potenza elevati e per superfici poco rugose, e noi siamo in tale situazione perché autocorrelazione gaussiana vuol dire $p = \infty$.

Per superfici descritte attraverso la (3.5.1.2) la *PSD* deve essere valutata numericamente perché è stato provato che la (3.5.1.2) non può essere ricondotta (tranne nei casi limite) alla (2.2.8) e quindi la sua *PSD* non può essere espressa tramite la (2.2.9). Per tale motivo utilizzando una funzione di autocorrelazione espressa dalla (3.5.1) ma con forma incognita (cioè p non noto) ed il modello SSM, un approccio dei minimi quadrati è stato applicato ai dati EMSL per recuperare A_0, ε e p . L'inversione ha prodotto una permittività relativa la cui parte reale è 4.28 in accordo con quella reale pari a 4.5, ed un valore di $\log_{10}(A_0)$ che sostituito nella (3.5.2) assieme alla costante dielettrica ricavata ha comportato un valore *rms* (*root mean square*) dell'errore nel predire il coefficiente di retrodiffusione di 1.8 dB. Si noti in conclusione come il modello di inversione recuperi solo la parte reale della costante dielettrica, ignorando la parte immaginaria, il che è una buona approssimazione per il terreno. In un secondo momento è possibile calcolare ε'' ed m_v attraverso il modello empirico come il [12].

Capitolo 4

Stima di parametri superficiali da misure di campo diffuso.

4.1 Introduzione

Gli scopi di questo capitolo sono due: da un lato mostrare attraverso risultati sperimentali la validità dei modelli di diffusione che impiegano la geometria frattale per la descrizione delle superfici, e dall'altro evidenziare un algoritmo efficiente che permette il recupero dei parametri frattali (H ed s) o classici (deviazione standard della superficie σ e lunghezza di correlazione L) nel caso di un modello elettromagnetico di diffusione di Kirchhoff. In particolare sarà lo stesso metodo di recupero dei parametri ad evidenziare ancora una volta che le superfici classiche sono inadeguate a descrivere le superfici naturali e che la geometria frattale è l'unico mezzo per descrivere le innumerevoli irregolarità e frastagliature della natura che ci circonda. Per tale motivo nel successivo paragrafo sarà descritto l'algoritmo di recupero.

4.2 Algoritmo di recupero dei parametri superficiali

Prima di mostrare l'algoritmo che recupera i parametri superficiali è bene ricordare, come già fatto nel capitolo 3, che un qualsiasi algoritmo di *retrieval* deve permettere il recupero sia dei parametri dielettrici che di rugosità della superficie considerata. Nel seguito si suppone la superficie di conduttore elettrico perfetto e si pone l'attenzione sulla stima dei parametri di rugosità.

La procedura implementata si basa sul classico algoritmo dei minimi quadrati (*LMS least minimum square*) e sarà presentata per il recupero di parametri frattali; nulla cambia nel caso in cui si vogliono recuperare i parametri classici.

Chiamiamo con $\sigma_{teorico}^0(\theta, H, s)$ il coefficiente di retrodiffusione teorico in dB dipendente dall'angolo di incidenza e dai parametri da recuperare; indichiamo, invece, con $\sigma_{misurato}^0$ il vettore dei valori del coefficiente di backscattering in dB ottenuto o tramite misure sperimentali o tramite campionamento di $\sigma_{teorico}^0(\theta, H, s)$ a diversi angoli di incidenza e con (H, s) noti e fissati al variare di θ .

L'algorithmo innanzitutto calcola l'errore come:

$$err = \sum_{i=1}^N \left| \sigma_{teorico}^0(\theta_i, H, s) - \sigma_{misurato}^0 \right|^2 \quad (4.2.1)$$

Ora la funzione *err* viene valutata al variare dei due parametri da recuperare rispettivamente nei range $[H_{min}, H_{max}]$ ed $[s_{min}, s_{max}]$ con i passi pH e ps , ottenendo la matrice **sum** così definita:

$$\mathbf{sum} = \begin{bmatrix} err(H_{min}, s_{min}) & err(H_{min}, s_{min} + ps) & \cdots & err(H_{min}, s_{max}) \\ err(H_{min} + pH, s_{min}) & err(H_{min} + pH, s_{min} + ps) & \cdots & err(H_{min} + pH, s_{max}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ err(H_{max}, s_{min}) & err(H_{max}, s_{min} + ps) & \vdots & err(H_{max}, s_{max}) \end{bmatrix}$$

A questo punto calcolando il minimo della suddetta matrice è possibile risalire alla prima stima dei parametri.

Ora bisogna distinguere due casi:

- Si conoscono i valori reali dei parametri che si vuole recuperare;
- Non si hanno informazioni sui parametri da recuperare.

Questa distinzione va fatta alla luce del fatto che l'algorithmo è iterativo e quindi calcola una stima dei parametri con precisione sempre crescente se l'errore commesso nella stima è maggiore di una certa soglia. Nel primo caso, avendo informazioni a priori sui parametri da recuperare, possiamo definire l'errore come la differenza quadratica tra il valore reale e quello stimato; nel secondo caso, invece, non avendo a disposizione informazioni a priori, vanno fatte

preliminarmente due stime dei parametri e l'errore lo definiamo come la differenza quadratica tra le due stime fatte ovviamente con due passi differenti. E' indubbio che, quando si affrontano problemi di inversione, non si hanno a disposizione informazioni su quello che si vuole recuperare per cui la conoscenza dei parametri da recuperare è un passo fondamentale soprattutto per testare l'algoritmo implementato. Infatti in quest'ultimo caso se i valori recuperati divergono molto da quelli reali noti, allora possiamo solo dedurre che l'algoritmo implementato non funziona e vanno fatte differenti scelte. Quindi, in base a quanto detto sopra, una volta definite le funzioni di errore $errH$ ed $errs$ e la relativa *soglia* di errore, l'algoritmo iterativamente calcola delle stime migliori dei parametri se almeno uno tra $errH$ ed $errs$ è maggiore od uguale della soglia e le nuove stime saranno effettuate in intervalli centrati nelle stime precedenti e di ampiezza pari al doppio dei precedenti passi di campionamento; inoltre le stime successive verranno ricavate con una precisione più elevata. Ad esempio se per il coefficiente di Hurst ricaviamo una prima stima pari a 0.7 con un passo di campionamento di 0.1, la successiva stima sarà ricercata nell'intervallo (0.6,0.8) con una precisione più piccola di 0.1, ad esempio 0.01.

In ultima analisi vogliamo evidenziare come l'implementazione di questo algoritmo è frutto del compromesso con la complessità computazionale: infatti sin dall'inizio avremo potuto implementarlo in maniera non iterativa, cioè facendo effettuare una sola stima dei parametri ma con un passo di campionamento più spinto; in tal caso, però, il tempo richiesto dalle simulazioni, lavorando con un Pentium 4 con 1 GByte di RAM, si aggira intorno alle ore ed in taluni casi dopo una decina di ore i risultati non sono ancora disponibili.

4.3 Recupero di parametri frattali nell'approccio KA a partire da dati simulati e parametri da recuperare noti

In tale paragrafo mostreremo come l'algoritmo dei minimi quadrati descritto nel paragrafo 4.2 permetta il recupero dei parametri nel caso in cui i parametri da recuperare siano noti e nell'ipotesi di considerare come dati misurati il

campionamento del coefficiente di retrodiffusione teorico nell'approccio KA in polarizzazione HH e VV con l'uso di fBm a differenti angoli di incidenza, nel range $[4^\circ, 24^\circ]$ con passo 2° . La scelta di considerare il range $[4^\circ, 24^\circ]$ è legata al fatto che in tale intervallo con i parametri superficiali considerati siamo nei limiti di validità dell'approccio di Kirchhoff. I valori dei parametri da recuperare sono riportati nella Tabella 1, mentre nella Figura 4.3.1 sono riportati i dati di ingresso dell'algorithm *LMS*:

H	$s [m^{1-H}]$
0.7	0.0574894

Tabella 1: Parametri dell'fBm

$$\begin{aligned}
 s_{\min} &= 0.01 m^{1-H}, H_{\min} = 0.1 \\
 s_{\max} &= 0.09 m^{1-H}, H_{\max} = 0.9 \\
 ps &= 0.001 m^{1-H}, pH = 0.1 \\
 soglia &= 10^{-5}
 \end{aligned}$$

Figura 4.3.1

L'uso di una *soglia* così bassa è spiegata dalla volontà di far compiere all'algorithm tutti e tre i passi per mostrare la convergenza delle stime verso i valori corretti. I risultati delle stime ottenute in polarizzazione HH sono riportati nella Tabella 2 sottostante, mentre nella Figura 4.3.2 viene graficato il risultato del best fit, cioè la sovrapposizione tra i grafici dei dati misurati (grafico a pallini) e il coefficiente di retrodiffusione teorico con i valori di H ed s dell'ultima stima ottenuta con l'algorithm *LMS* :

Stima s [m^{1-H}]	Stima H	ps [m^{1-H}]	pH	$errs$	$errH$
0.057	0.7	0.001	0.1	$2.39493 \cdot 10^{-7}$	$1.2326 \cdot 10^{-32}$
0.0575	0.7	0.0001	0.01	$1.12791 \cdot 10^{-10}$	$1.2326 \cdot 10^{-32}$
0.05749	0.7	0.00001	0.001	$3.84758 \cdot 10^{-13}$	$1.2326 \cdot 10^{-32}$

Tabella 2

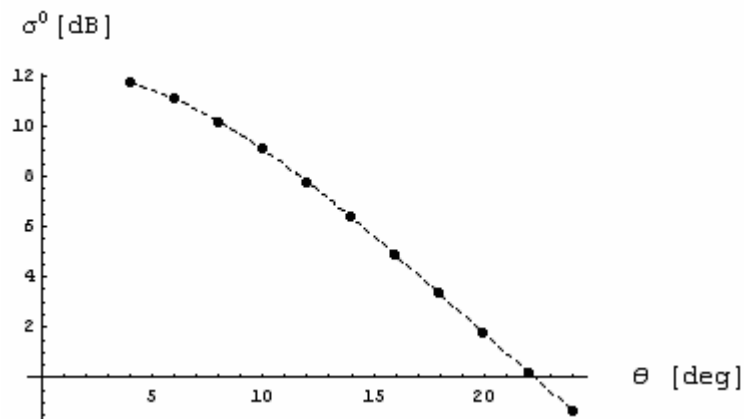


Figura 4.3.2

In polarizzazione VV i risultati sono analoghi. Impostiamo ora nell'algoritmo *LMS* per ambo i parametri tali valori:

$$\begin{aligned}
 s_{\min} &= 0.1 m^{1-H}, & H_{\min} &= 0.1 \\
 s_{\max} &= 0.9 m^{1-H}, & H_{\max} &= 0.9 \\
 ps &= 0.1 m^{1-H}, & pH &= 0.1 \\
 soglia &= 10^{-5}
 \end{aligned}$$

Figura 4.3.3

I risultati delle stime ottenute in entrambe le polarizzazioni sono gli stessi e sono riportati nella Tabella 3 sottostante, mentre nella Figura 4.3.4 viene graficato il risultato del best fit per polarizzazione HH (un grafico analogo avremo per polarizzazione VV), cioè la sovrapposizione tra i grafici dei dati misurati (grafico

a pallini) e il coefficiente di retrodiffusione teorico con i valori di H ed s dell'ultima stima ottenuta con l'algoritmo LMS :

Stima s [m^{1-H}]	Stima H	ps [m^{1-H}]	pH	$errs$	$errH$
0.1	0.8	0.1	0.1	0.00180715	0.01
0.06	0.71	0.01	0.01	$6.30321 \cdot 10^{-6}$	0.0001
0.058	0.702	0.001	0.001	$2.60733 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-6}$

Tabella 3: Stime per polarizzazione HH e VV

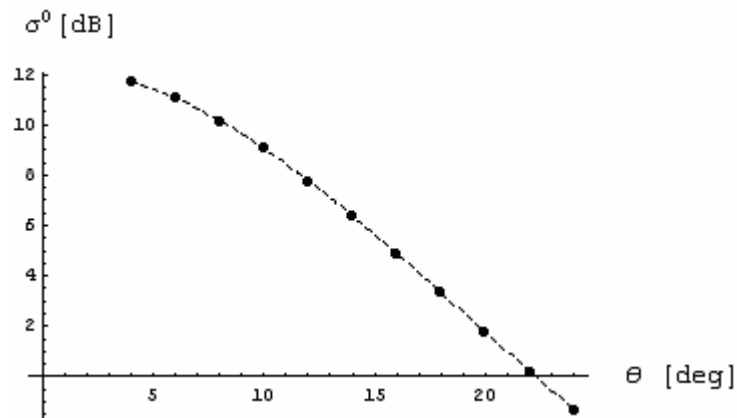


Figura 4.3.4: Fitting per polarizzazione HH

I risultati ottenuti sono incoraggianti. Per testarne ulteriormente l'efficienza, dal momento che le misure sono sempre affette da rumore, aggiungiamo ai dati misurati in polarizzazione HH un rumore di tipo gaussiano additivo a media nulla e poi moltiplicativo a media unitaria e varianza in ambo i casi che garantisca un fissato rapporto segnale-rumore SNR definito come:

$$SNR = 10 * \text{Log}_{10} \left[\frac{\sigma_s^2}{\sigma_N^2} \right]$$

dove σ_s^2 è la varianza dei dati misurati in scala lineare e σ_N^2 quella del rumore.

In tal caso si è sommato un rumore che garantisce un SNR pari a 20 dB; inoltre per abbassare l'effetto del rumore si è impostato a 200 il numero di realizzazioni del processo aleatorio gaussiano che lo rappresenta, poi si è mediato sul numero

di realizzazioni, ed infine si è calcolato il vettore dei valori risultanti in dB. Tale vettore prende il posto del vettore $\sigma_{misurato}^0$ nella formula (4.2.1).

Se supponiamo di considerare i dati della Figura 4.3.3 ed un rumore additivo, mediato su 200 realizzazioni, che garantisce un *SNR* minimo di 14 dB otteniamo delle stime e dei best fit che sono praticamente gli stessi e che sono mostrati rispettivamente nella Tabella 4 e Figura 4.3.5:

Stima s [m^{1-H}]	Stima H	ps [m^{1-H}]	pH	$errs$	$errH$
0.1	0.8	0.1	0.1	0.00180715	0.01
0.06	0.71	0.01	0.01	$6.30321 \cdot 10^{-6}$	0.0001
0.058	0.702	0.001	0.001	$2.60733 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-6}$

Tabella 4

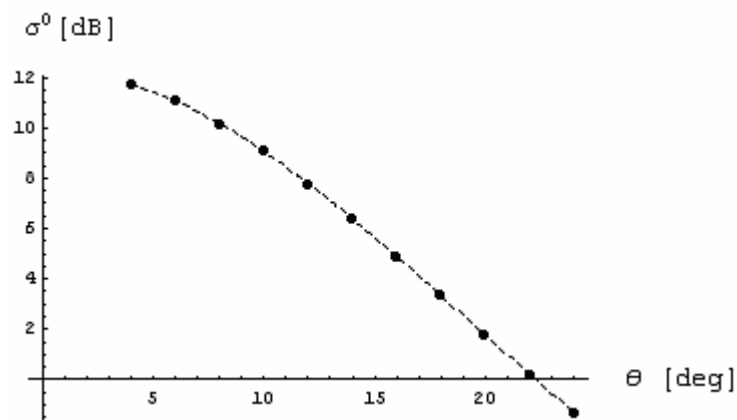


Figura 4.3.5

Le stime ottenute sia di s che di H in realtà non sono univoche, nel senso che per differenti simulazioni lanciate con gli stessi dati in ingresso, le stime ottenute possono variare di qualche millesimo, a causa delle differenti realizzazioni del rumore.

Tuttavia il valore minimo di *SNR* che comporta stime e best fit simili od uguali a quelli che si avrebbero se il rumore non ci fosse è pari a 14 dB. Per valori del rapporto segnale-rumore inferiore a 14 dB le stime possono risultare meno

accurate, oppure se sono accurate il fitting non è preciso come nel caso in cui il rumore fosse assente. I risultati delle stime, ottenuti utilizzando i dati della Figura 4.3.3 con un numero di realizzazioni del rumore additivo pari a 200 ed un SNR compreso tra 10 dB e 13 dB, vengono mostrati nella Tabella 5:

SNR	Stima s [m^{1-H}]	Stima H	ps [m^{1-H}]	pH	$errs$	$errH$
10 dB	0.1	0.8	0.1	0.1	0.00180715	0.01
10 dB	0.06	0.71	0.01	0.01	$6.30321 \cdot 10^{-6}$	0.0001
10 dB	0.062	0.719	0.001	0.001	0.0000203457	0.000361
SNR						
11 dB	0.1	0.8	0.1	0.1	0.00180715	0.01
11 dB	0.06	0.71	0.01	0.01	$6.30321 \cdot 10^{-6}$	0.0001
11 dB	0.059	0.703	0.001	0.001	$2.28191 \cdot 10^{-6}$	$9 \cdot 10^{-4}$
SNR						
12 dB	0.1	0.8	0.1	0.1	0.00180715	0.01
12 dB	0.06	0.71	0.01	0.01	$6.30321 \cdot 10^{-6}$	0.0001
12 dB	0.06	0.709	0.001	0.001	$6.30321 \cdot 10^{-6}$	0.0001
SNR						
13 dB	0.1	0.8	0.1	0.1	0.00180715	0.01
13 dB	0.06	0.71	0.01	0.01	$6.30321 \cdot 10^{-6}$	0.0001
13 dB	0.058	0.701	0.001	0.001	$2.60733 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-6}$

Tabella 5

Anche in tal caso osserviamo preliminarmente che i valori riportati nella Tabella 5 sono dei valori istantanei ricavati ad ogni simulazione e quindi dipendenti dalle realizzazioni del rumore: per tal motivo con gli stessi dati di ingresso differenti simulazioni potrebbero dare stime dei parametri che si discostano di qualche millesimo le une dalle altre.

Come si nota dalla Tabella 5, al decrescere dell' SNR da 13 dB a 10dB le stime diventano meno accurate come ci si aspetta, anche se per $SNR=11$ dB ed $SNR=13$ dB le stime sono molto buone e paragonabili con quelle ottenute trascurando il

rumore, ma in tal caso il fitting non è altrettanto preciso. Per provare quanto detto vengono mostrati nelle Figure 4.3.,6,7,8,9 i fitting ottenuti al variare dell'*SNR*:

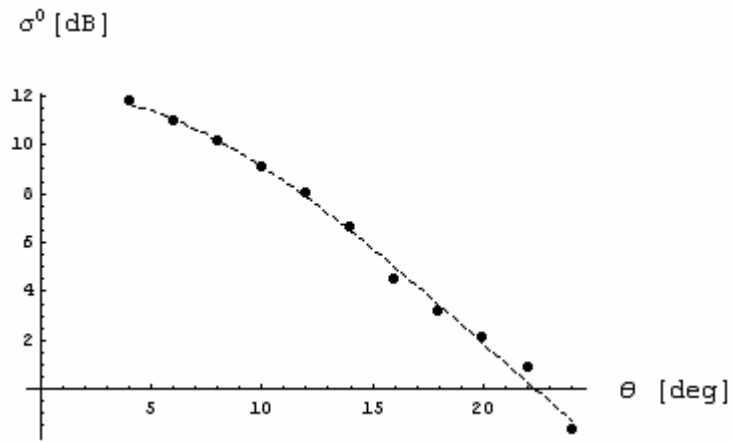


Figura 4.3.6: Fitting per $SNR=10$ dB

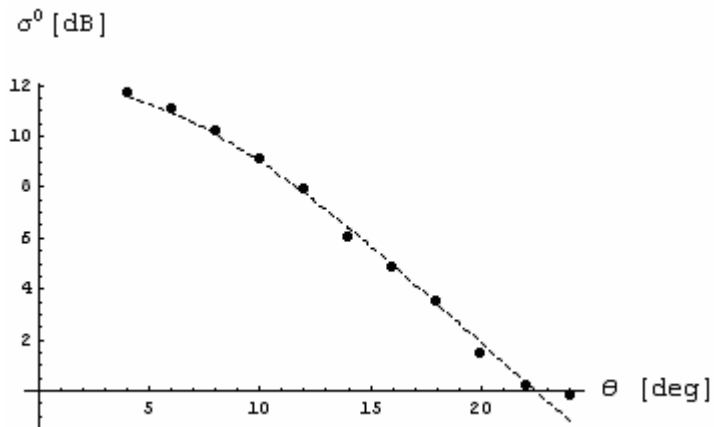


Figura 4.3.7: Fitting per $SNR=11$ dB

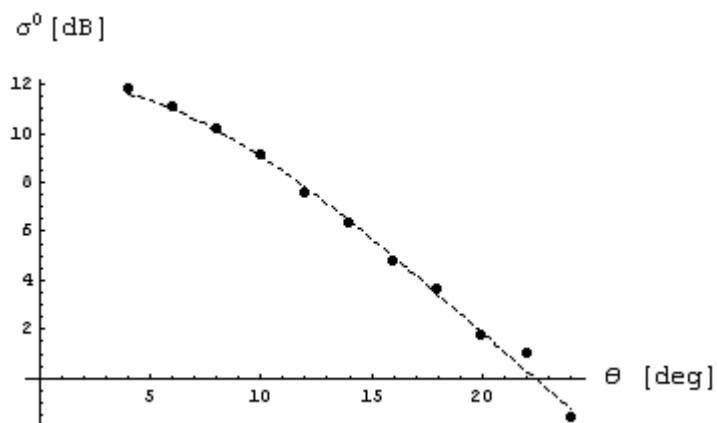


Figura 4.3.8: Fitting per $SNR=12$ dB

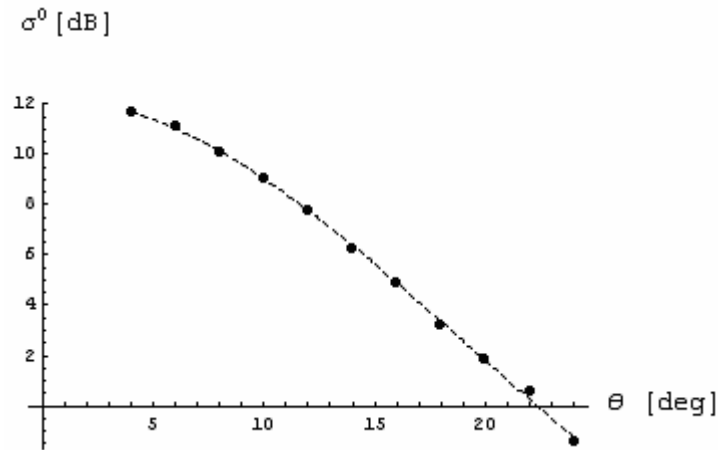
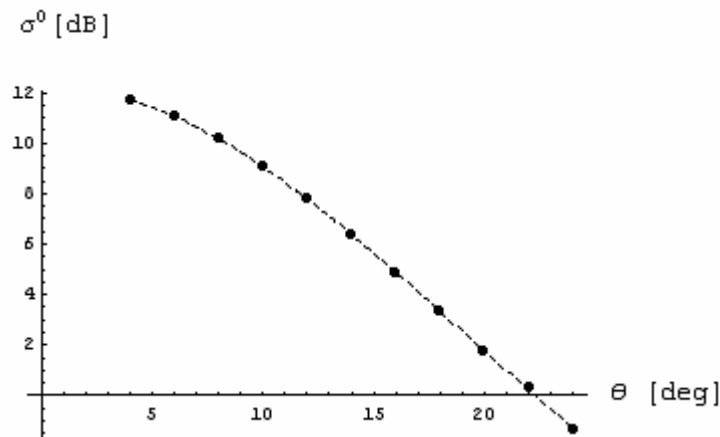


Figura 4.3.9: Fitting per $SNR=13$ dB

Come si nota dai grafici sopra riportati, peggiorando le stime, peggiora anche il best fit. In conclusione, nel caso di rumore additivo gaussiano a media nulla e mediato su 200 realizzazioni, possiamo affermare che a partire da un rapporto segnale-rumore pari a 14 dB le stime ed i relativi fitting sono poco sensibili al rumore, il cui effetto si fa sentire quando scende al di sotto dei 14 dB comportando stime e fitting di poco meno accurati. In realtà la soglia minima dell' SNR che non comporta cambiamenti sostanziali dei parametri recuperati la si può abbassare considerando un numero di realizzazioni su cui mediare molto più grande di 200. Infatti al crescere del numero di realizzazioni l'effetto del rumore diventa sempre più trascurabile. A tal riguardo mostriamo nella Tabella 6 e nella Figura 4.3.10 le stime ed il fitting ottenuti utilizzando i dati della Figura 4.3.3 con $SNR=10$ dB e un numero di realizzazioni del rumore pari a 20000:

Stima s [m^{1-H}]	Stima H	ps [m^{1-H}]	pH	$errs$	$errH$
0.1	0.8	0.1	0.1	0.00180715	0.01
0.06	0.71	0.01	0.01	$6.30321 \cdot 10^{-6}$	0.0001
0.058	0.702	0.001	0.001	$2.60733 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-6}$

Tabella 6

Figura 4.3.10: Fitting per $SNR=10$ dB e 20000 realizzazioni

Il confronto da un lato tra la Figura 4.3.10 e la Figura 4.3.6 e dall'altro tra le stime ottenute con 200 e 20000 realizzazioni del rumore conferma come al crescere del numero di realizzazioni del rumore è possibile abbassare ulteriormente la soglia minima del rapporto segnale-rumore ottenendo delle stime e dei fitting migliori.

Tutti questi ragionamenti possono essere ripetuti di pari passo se consideriamo un rumore moltiplicativo gaussiano a media unitaria, quale è quello che affligge maggiormente le immagini SAR. Anche in tal caso se aumentiamo il numero di realizzazioni del rumore su cui mediamo, è possibile abbassare la soglia minima di SNR ottenendo delle stime sempre molto buone e dei fitting ottimi. Tutte queste conclusioni possono essere ricavate in maniera analoga per polarizzazione VV.

Un'ultima considerazione va fatta sul range di angoli adottato nelle simulazioni. E' ovvio che se consideriamo i dati simulati non affetti da rumore in tutto il range $[0^\circ, 70^\circ]$ e non più solo in $[4^\circ, 24^\circ]$ le stime che otteniamo sono identiche a quelle discusse in precedenza, cosa questa che potrebbe non accadere se invece aggiungiamo del rumore. Per capire quanto detto basta guardare il grafico di Figura 4.3.11 in cui è rappresentato il coefficiente di backscattering in tutto il range $[0^\circ, 70^\circ]$, utilizzando i parametri della Tabella 1 a 10 GHz:

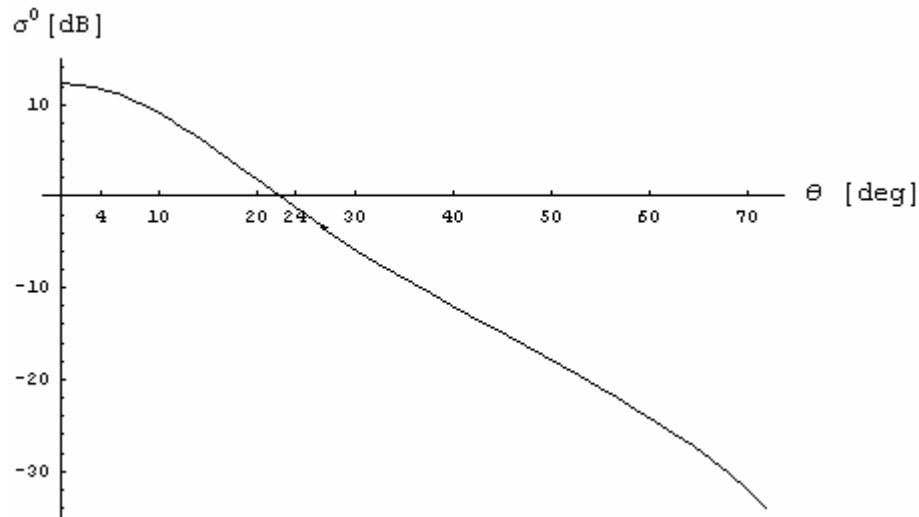


Figura 4.3.11: Coefficiente di backscattering nell'approccio di Kirchhoff

Come si nota dalla Figura 4.3.11 il coefficiente di retrodiffusione è decrescente con l'angolo di incidenza; inoltre nel range $[4^\circ, 24^\circ]$ assume in scala lineare dei valori compresi nell'intervallo $[0.74, 14.9]$ e i dati simulati presentano una varianza in scala lineare pari circa a 21.6, mentre nel range $[26^\circ, 68^\circ]$ assume valori compresi in $[9 \cdot 10^{-4}, 0.34]$ e la varianza dei dati simulati è circa $8 \cdot 10^{-3}$. Nel range $[4^\circ, 68^\circ]$ la varianza totale è circa 15.9. Da tali considerazioni risulta evidente che introdurre un rumore gaussiano con varianza ad esempio pari a 1/100 di quella dei dati simulati non comporta grandi cambiamenti nelle stime in $[4^\circ, 24^\circ]$ mentre in range angolari con estremi superiori degli intervalli maggiori di 30° un siffatto rumore inizia a farsi sentire ed a comportare stime che si allontanano dai valori effettivi. Questo significa che al crescere del numero di dati che consideriamo (e quindi di angoli di incidenza) la soglia di *SNR* che garantisce stime buone cresce.

In conclusione in tale paragrafo abbiamo testato l'efficienza e la sensibilità dell'algoritmo di minimizzazione in presenza sia di rumore additivo che moltiplicativo. I risultati ottenuti confermano la bontà dell'algoritmo implementato e ne evidenziano una grande efficienza anche dal punto di vista dei tempi di calcolo che per ogni simulazione non vanno oltre il minuto con un Pentium 4 con 1 GByte di RAM.

4.4 Recupero di parametri da superfici classiche nell'approccio KA a partire da dati simulati

In questo paragrafo evidenzieremo come il metodo dei minimi quadrati presentato nel paragrafo 4.2 possa essere applicato anche al recupero di parametri da superfici descritte in maniera classica. In particolare seguiremo la stessa logica seguita per le superfici frattali: in prima istanza supporremo di conoscere i valori dei parametri da recuperare e considereremo come dati misurati quelli ottenuti dal campionamento a diversi angoli di incidenza del coefficiente di retrodiffusione in polarizzazione HH e VV, cui poi si aggiungerà del rumore.

Ricordiamo innanzitutto che le superfici descritte in maniera classica sono caratterizzate da due parametri: la lunghezza di correlazione L e la deviazione standard σ del profilo. Sono quindi questi due parametri ad essere soggetti al processo di stima e di recupero. Nel nostro caso la superficie è descritta attraverso un processo gaussiano con autocorrelazione o gaussiana od esponenziale ed i valori reali di questi parametri sono evidenziati nella Tabella 7. In particolare saranno considerati due tipi di superfici, una con autocorrelazione gaussiana e l'altra con autocorrelazione esponenziale.

$L[m]$	$\sigma [m]$
0.033	0.007

Tabella 7

Identificando con $[L_{\min}, L_{\max}]$ ed $[\sigma_{\min}, \sigma_{\max}]$ e con i passi pL e $p\sigma$ rispettivamente gli intervalli di ricerca del minimo ed i corrispondenti passi di campionamento, consideriamo tali dati di ingresso dell'algoritmo:

$$\begin{aligned} \sigma_{\min} &= L_{\min} = 0.001 \text{ m} \\ \sigma_{\max} &= L_{\max} = 0.1 \text{ m} \\ p\sigma &= pL = 0.001 \text{ m} \\ soglia &= 10^{-5} \end{aligned}$$

Figura 4.4.1

I risultati ottenuti in ambo le polarizzazioni ed il fitting per polarizzazione HH sono mostrati nella Tabella 8 e nella Figura 4.4.2 (caso gaussiano) e 4.4.3 (caso esponenziale):

Tipo di Autocorrelazione	Stima σ [m]	Stima L [m]	$p\sigma$ [m]	pL [m]	$err\sigma$	$errL$
Gaussiana	0.007	0.033	0.001	0.001	$7.52316 \cdot 10^{-37}$	0
Esponenziale	0.007	0.033	0.001	0.001	$7.52316 \cdot 10^{-37}$	0

Tabella 8: Stime per polarizzazione HH e VV

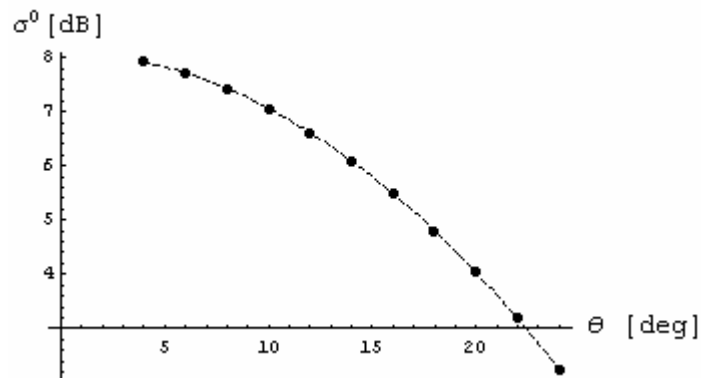


Figura 4.4.2: Fitting per polarizzazione HH ed autocorrelazione gaussiana

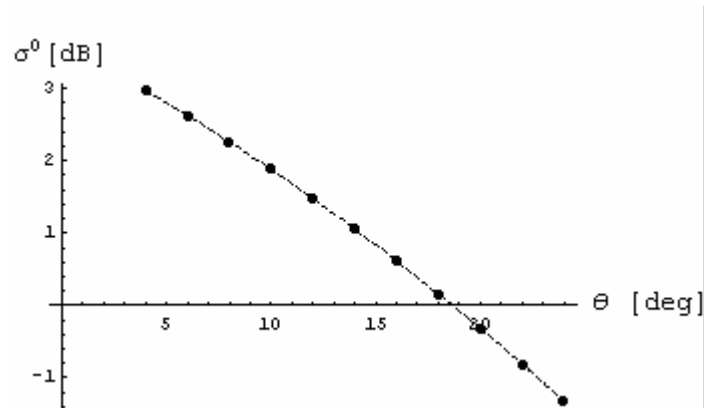


Figura 4.4.3: Fitting per polarizzazione HH ed autocorrelazione esponenziale

Come già notato nel caso frattale, la conoscenza dei valori da recuperare, ci permette di impostare i passi di campionamento e gli intervalli di ricerca dei valori da stimare in modo tale che le stime sono corrispondenti perfettamente ai valori reali ed il fitting relativo è perfetto.

Tuttavia se impostiamo un passo di campionamento iniziale meno spinto, le stime sono buone, ed il fitting è accurato in ambo i casi. A tal proposito consideriamo i seguenti dati di ingresso dell'algoritmo:

$$\begin{aligned} \sigma_{\min} &= L_{\min} = 0.02 \text{ m} \\ \sigma_{\max} &= L_{\max} = 0.08 \text{ m} \\ p\sigma &= pL = 0.01 \text{ m} \\ \text{soglia} &= 10^{-5} \end{aligned}$$

Figura 4.4.4

Nella Tabella 9 e Figura 4.4.5 sono rappresentati i risultati per caso gaussiano in polarizzazione HH:

Tipo di Autocorrelazione	Stima σ [m]	Stima L [m]	$p\sigma$ [m]	pL [m]	$err\sigma$	$errL$
Gaussiana	0.02	0.04	0.01	0.01	0.000169	0.000049
Gaussiana	0.01	0.048	0.001	0.001	$9 \cdot 10^{-6}$	0.000225
Gaussiana	0.0097	0.047	0.0001	0.0001	$7.29 \cdot 10^{-6}$	0.000196

Tabella 9: Stime per polarizzazione HH

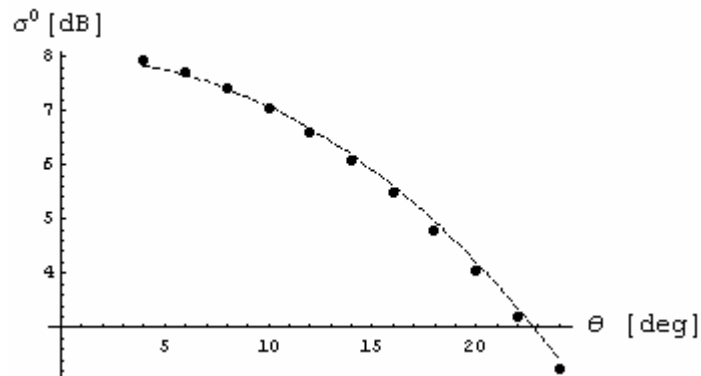


Figura 4.4.5: Fitting per polarizzazione HH ed autocorrelazione gaussiana

Nel caso di autocorrelazione esponenziale consideriamo i seguenti dati:

$$\sigma_{\min} = 0.01 \text{ m}, L_{\min} = 0.02 \text{ m}$$

$$\sigma_{\max} = 0.08 \text{ m}, L_{\max} = 0.04 \text{ m}$$

$$p\sigma = 0.02 \text{ m}, pL = 0.01 \text{ m}$$

$$\text{soglia} = 10^{-5}$$

Figura 4.4.6

Nella Tabella 10 e Figura 4.4.7 sono rappresentati i risultati per caso esponenziale:

Tipo di Autocorrelazione	Stima σ [m]	Stima L [m]	$p\sigma$ [m]	pL [m]	$err\sigma$	$errL$
Esponenziale	0.01	0.04	0.02	0.01	$9 \cdot 10^{-6}$	0.000049
Esponenziale	0.008	0.045	0.002	0.001	10^{-6}	0.000144
Esponenziale	0.008	0.0448	0.0002	0.0001	10^{-6}	0.00013924

Tabella 10: Stime per polarizzazione HH

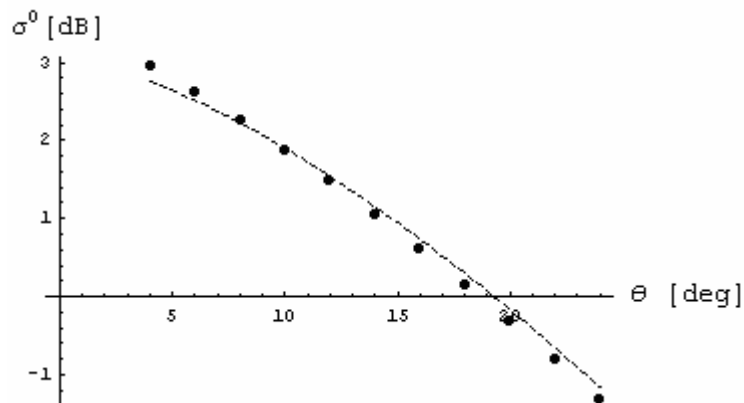


Figura 4.4.7: Fitting per polarizzazione HH ed autocorrelazione esponenziale

L'estensione al caso di polarizzazione VV è banale e conduce a risultati analoghi. Proviamo ora ad aggiungere ai dati simulati in polarizzazione HH prima del rumore additivo gaussiano a media nulla e poi del rumore moltiplicativo gaussiano a media unitaria con varianza tale da ottenere un fissato SNR .

In particolare considerando i dati di Figura 4.4.4, si può notare come nel caso di autocorrelazione gaussiana, l'aggiunta di un rumore additivo gaussiano a media nulla (200 realizzazioni) che garantisce un SNR fino a 0 dB le stime effettuate sono analoghe a quelle della Tabella 10, mentre il fitting relativo all'ultima stima fatta dall'algorithm è:

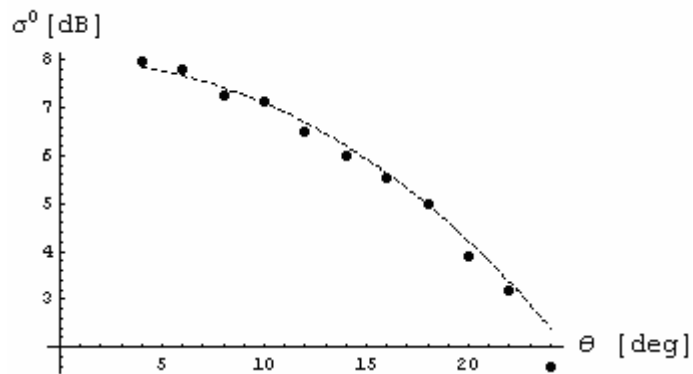


Figura 4.4.8: Fitting con $SNR=0$ dB

Al di sotto di 0 dB il rumore si fa sentire e comporta delle stime accettabili per alcuni SNR ma un fitting che ora è poco accurato: infatti per $SNR=-10$ dB le stime sono presentate nella Tabella 11 ed il fitting nella Figura 4.4.9:

Tipo di Autocorrelazione	Stima σ [m]	Stima L [m]	$p\sigma$ [m]	pL [m]	$err\sigma$	$errL$
Gaussiana	0.02	0.04	0.01	0.01	0.000169	0.000784
Gaussiana	0.01	0.05	0.001	0.001	$9 \cdot 10^{-6}$	0.000289
Gaussiana	0.0097	0.049	0.0001	0.0001	$7.29 \cdot 10^{-6}$	0.000256

Tabella 11

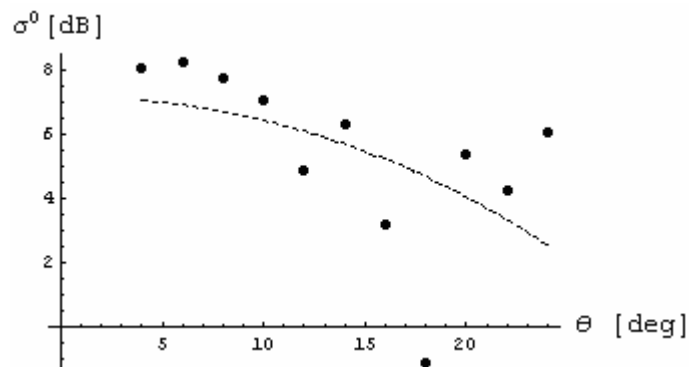


Figura 4.4.9

Vogliamo anche per il caso classico mettere in evidenza che tutte le stime ottenute sono dei valori istantanei, nel senso che per differenti simulazioni esse possono cambiare, seppur di poco. Ciò è imputabile, analogamente al caso frattale, al basso numero di realizzazioni del rumore. Tuttavia l'accuratezza del fitting può essere

migliorata se si considerano un numero di realizzazioni del rumore su cui mediare molto alto e superiore a 200: tutto ciò comporta una bassa variabilità del rumore il cui effetto sarà ridotto al crescere del numero di realizzazioni. A tal riguardo si considerino la Tabella 12 ed il grafico di Figura 4.4.10 in cui si sono assunti i dati di Figura 4.4.4, $SNR=-10$ dB e 20000 realizzazioni del rumore e si confronti quest'ultimo con la Figura 4.4.9:

Tipo di Autocorrelazione	Stima σ [m]	Stima L [m]	$p\sigma$ [m]	pL [m]	$err\sigma$	$errL$
Gaussiana	0.02	0.04	0.01	0.01	0.000169	0.000784
Gaussiana	0.01	0.048	0.001	0.001	$9 \cdot 10^{-6}$	0.000225
Gaussiana	0.0098	0.047	0.0001	0.0001	$7.84 \cdot 10^{-6}$	0.000196

Tabella 12

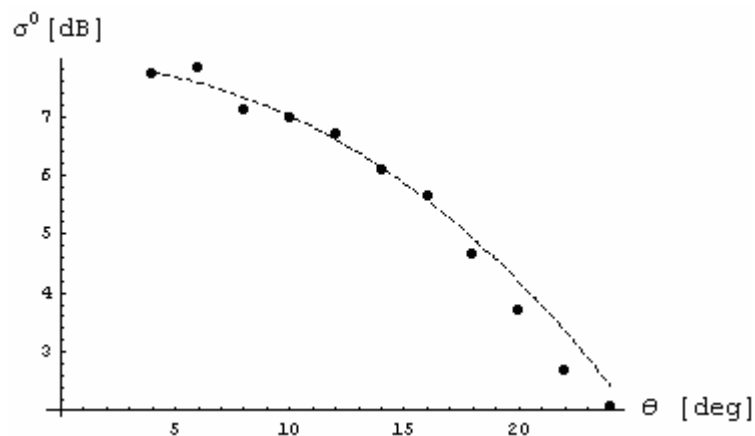


Figura 4.4.10

Per un rumore di tipo moltiplicativo valgono pari pari le stesse considerazioni. Se descriviamo la superficie come un processo gaussiano ed autocorrelazione esponenziale, si possono fare le stesse considerazioni. In particolare considerando i dati di Figura 4.4.6, si può notare come nel caso di autocorrelazione esponenziale, l'aggiunta di un rumore additivo gaussiano a media nulla (200 realizzazioni) che garantisce un SNR maggiore od uguale di -5 dB comporta delle stime analoghe a quelle della Tabella 11, mentre il fitting relativo all'ultima stima fatta dall'algoritmo non è peggiorato di molto ed è presentato in Figura 4.4.11:

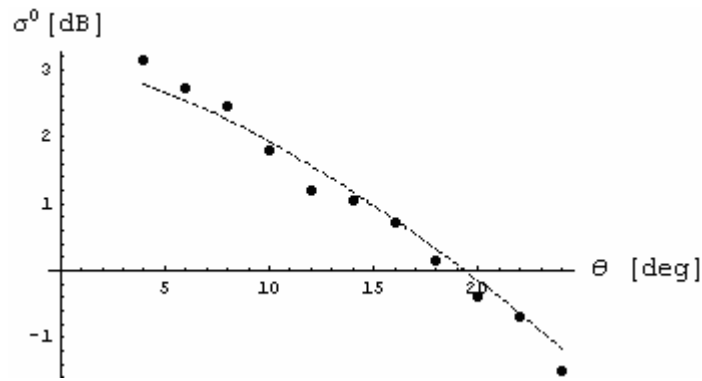


Figura 4.4.11: Fitting con $SNR=-5$ dB

Al di sotto di -10 dB il fitting peggiora mentre le stime sono ancora accettabili e buone per alcuni SNR . Nelle due Figure 4.4.12, 13, sono presentati i fitting (o meglio delle loro realizzazioni) per $SNR=-10$ dB con 200 realizzazioni di rumore, ed $SNR=-10$ dB con 20000 realizzazioni, mentre nelle Tabelle 13 e 14 sono riportate le stime corrispondenti ad $SNR=-10$ dB con 200 e con 20000 realizzazioni:

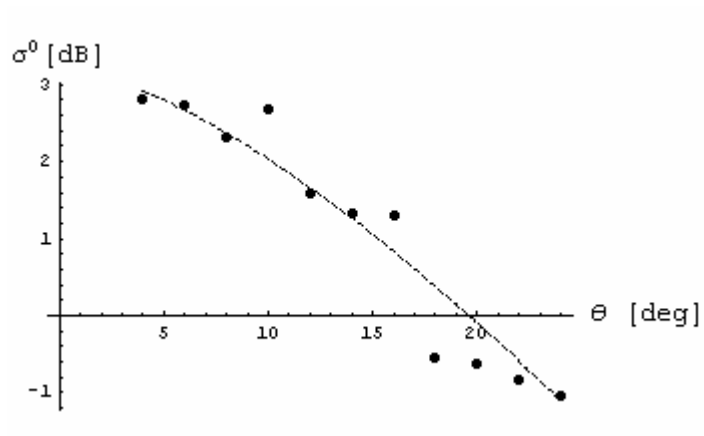


Figura 4.4.12: $SNR=-10$ dB e 200 realizzazioni

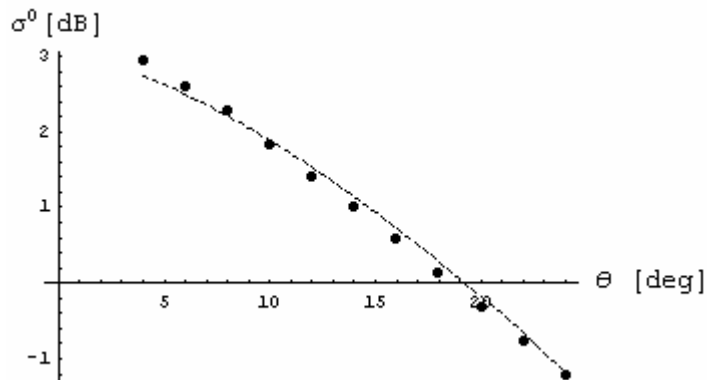


Figura 4.4.13: $SNR=-10$ dB e 20000 realizzazioni

Tipo di Autocorrelazione	Stima σ [m]	Stima L [m]	$p\sigma$ [m]	pL [m]	$err\sigma$	$errL$
Esponenziale	0.01	0.04	0.02	0.01	$9 \cdot 10^{-6}$	0.000049
Esponenziale	0.008	0.046	0.002	0.001	10^{-6}	0.000169
Esponenziale	0.008	0.0457	0.0002	0.0001	10^{-6}	0.00016129

Tabella 13: Stime per $SNR=-10$ dB e 200 realizzazioni

Tipo di Autocorrelazione	Stima σ [m]	Stima L [m]	$p\sigma$ [m]	pL [m]	$err\sigma$	$errL$
Esponenziale	0.01	0.04	0.02	0.01	$9 \cdot 10^{-6}$	0.000049
Esponenziale	0.008	0.045	0.002	0.001	10^{-6}	0.000144
Esponenziale	0.008	0.0447	0.0002	0.0001	10^{-6}	0.00013689

Tabella 14: Stime per $SNR=-10$ dB e 20000 realizzazioni

I grafici 4.4.12 e 4.4.13 con le Tabelle 13 e 14 mostrano che se si vogliono ottenere delle stime buone e dei fitting accurati anche in presenza di rumore bisogna aumentare il numero di realizzazioni di rumore su cui mediare in modo tale da poterne ridurre l'effetto.

In presenza di un rumore di tipo moltiplicativo (speckle) i risultati sono analoghi. Anche in tal caso si possono fare gli stessi ragionamenti fatti per il caso frattale riguardanti la sensibilità della procedura di minimizzazione nei confronti del rumore al crescere del numero di dati considerati

4.5 Recupero di parametri frattali a partire da dati simulati nell' SPM

In questa sezione vogliamo far vedere che il metodo dei minimi quadrati presentato nei paragrafi precedenti consente anch'esso un ottimo *retrieval* nel caso in cui si considerano i dati simulati ottenuti campionando il coefficiente di retrodiffusione nel range di angoli di incidenza $[14^\circ, 38^\circ]$ con passo di 2° . La scelta di analizzare nelle simulazioni il range di angoli $[14^\circ, 38^\circ]$ è legata da un

lato al fatto che per piccoli angoli di incidenza il coefficiente di retrodiffusione nell'SPM diverge e dall'altro al fatto che in tale intervallo, come faremo vedere nei successivi paragrafi, il metodo delle piccole perturbazioni con i parametri superficiali della Tabella 15 fornisce risultati in accordo con i dati sperimentalmente misurati. In tal caso i parametri da recuperare sono S_0 ed H i cui valori reali sono evidenziati nella Tabella 15:

H	$S_0 [m^{2-2H}]$
0.7	0.010

Tabella 15

In primo luogo vogliamo evidenziare che in tal caso è inutile seguire la procedura iterativa ed è più efficiente utilizzare un passo molto spinto iniziale ed ottenere quindi dall' algoritmo una sola stima; ciò è dovuto al fatto che i tempi di calcolo sono molto ridotti rispetto all'approccio di Kirchhoff vista la bassissima complessità del coefficiente di retrodiffusione.

Identificando con $[H_{\min}, H_{\max}]$ ed $[S_{0\min}, S_{0\max}]$ e con i passi pH e pS_0 rispettivamente gli intervalli di ricerca del minimo ed i corrispondenti passi di campionamento, consideriamo tali dati di ingresso dell'algoritmo:

$S_{0\min} = 0.001 m^{2-2H}, H_{\min} = 0$
$S_{0\max} = 1 m^{2-2H}, H_{\max} = 1$
$pS_0 = 0.001 m^{2-2H}, pH = 0.1$
$soglia = 10^{-5}$

Figura 4.5.1

Le stime ottenute ed i fitting in polarizzazione HH e VV sono mostrati nella Tabella 16 e Figure 4.5.2 e 4.5.3:

Polarizzazione	Stima S_0 [m^{2-2H}]	Stima H
HH	0.01	0.7
VV	0.01	0.7

Tabella 16

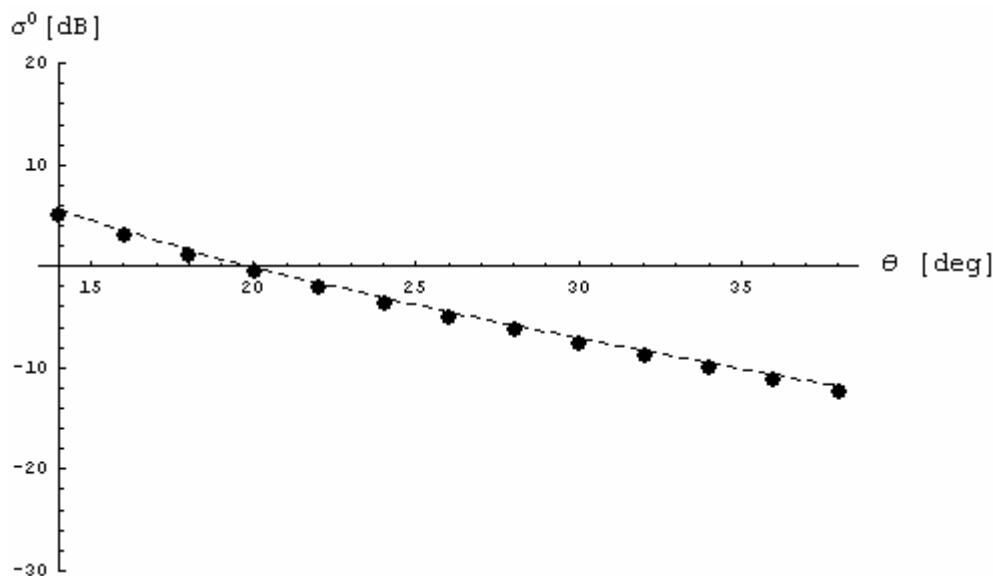


Figura 4.5.2: Fitting per polarizzazione HH

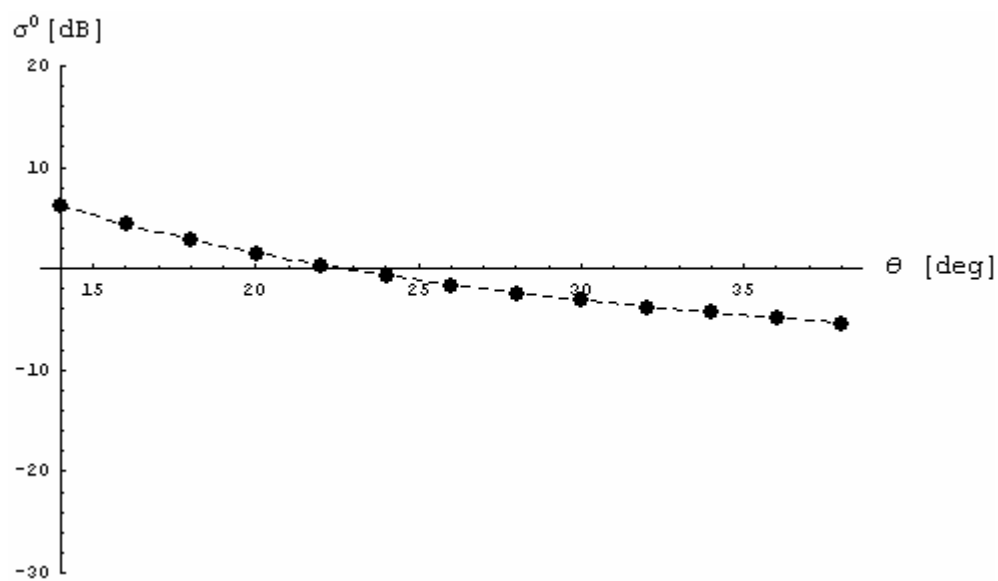


Figura 4.5.3: Fitting per polarizzazione VV

Le Figure 4.5.2,3 e la Tabella 16 dimostrano che i risultati ottenuti sono accuratissimi, validando così il metodo *LMS* implementato.

Anche in tale circostanza è utile evidenziare che se si considera l'intero range $[0^\circ, 70^\circ]$ e non più $[14^\circ, 38^\circ]$ in presenza di dati simulati non affetti da rumore le stime rimangono identiche a quelle discusse nel suddetto paragrafo.

4.6 Recupero di parametri a partire da dati misurati sperimentalmente

Sinora abbiamo mostrato che l'algoritmo di inversione in presenza di dati simulati recupera perfettamente o quasi i valori effettivi come ovviamente ci si aspetta. Tuttavia per poter pienamente dimostrare l'efficienza della procedura di minimizzazione, essa va applicata ai dati realmente misurati. In tale circostanza per poter ricavare le misure del coefficiente di backscattering, abbiamo bisogno di una superficie da porre in una camera riverberante ed esporre al campo elettromagnetico incidente. La realizzazione di una superficie frattale artificiale è stata proposta in [16] e nel successivo paragrafo ne sarà evidenziata la costruzione.

4.6.1 Realizzazione della superficie frattale usata negli esperimenti

Ricordiamo che l'fBm permette di descrivere le statistiche del secondo ordine di una superficie, mentre il modello Weierstrass-Mandelbrot permette di descrivere compiutamente la superficie attraverso la (2.4.5.1). Nel caso in esame sono stati scelti, per i parametri della WM, i valori tipici delle superfici naturali, ed è stata dimensionata la superficie in modo tale da includere tutte le scale che contribuiscono alla formazione del campo in banda X ($\lambda = 0.3$ cm). I valori utilizzati sono presentati in Tabella 17:

$k_0 [m^{-1}]$	$B [m]$	H	ν
5.71	0.011	0.7	0.5e

Tabella 17: Parametri della WM

In base ai parametri della Tabella 17, dalla (2.4.5.5) discende che il numero di toni della WM è 20. Come già detto nel capitolo 2, i parametri dell'fBm possono essere poi ricavati da quelli dal modello WM visto il legame esistente tra i due. Una volta sintetizzata la superficie al calcolatore, occorre stabilire una strategia per costruire la superficie stessa. In [16] si è scelto di costruire la superficie modellando strati di cartone dello spessore di 0.5 cm ($= \lambda/6$) sulla base delle curve di livello della superficie sintetizzata. Sovrapponendo opportunamente gli strati si ottiene la topografia illustrata in Figura 4.6.1. La rugosità superficiale è stata poi aggiunta sovrapponendo alla topografia strati di alluminio opportunamente corrugati. La superficie è stata poi resa circolare in maniera tale da minimizzare gli effetti di bordo, al momento delle misure di campo elettromagnetico diffuso. Una fotografia della superficie è presentata in Figura 4.6.2. Il diametro della superficie è di 1.5m (50λ).



Figura 4.6.1

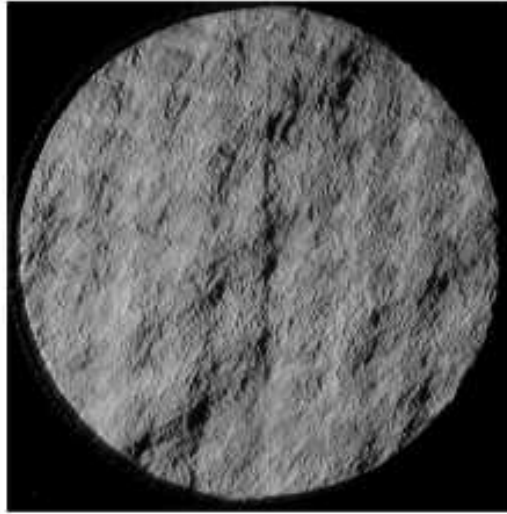


Figura 4.6.2

In ultima analisi vogliamo evidenziare che la superficie costruita soddisfa i limiti di validità dell'approccio di Kirchhoff e non quelli dell'SPM.

4.6.2 Confronto tra dati teorici e misurati

In tale sezione presenteremo i risultati proposti in [16] riguardanti il confronto tra il coefficiente di backscattering teorico e quello sperimentalmente misurato. La geometria di acquisizione delle misure è presentata nella Figura 4.6.2.1. La superficie è stata montata in camera anecoica su di un rotore in modo tale da ruotare nel piano (x,z) lungo la direzione ϕ e nel piano (x,y) lungo θ .

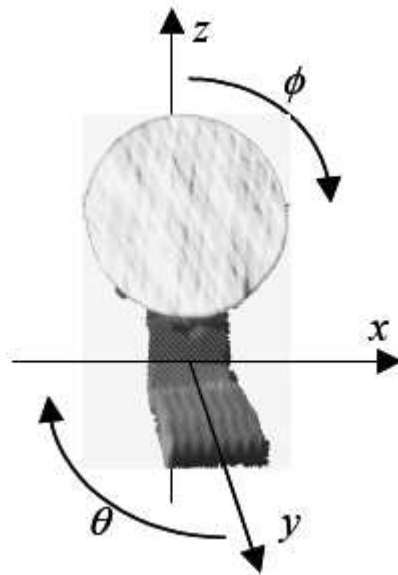


Figura 4.6.2.1: Geometria di acquisizione

Il campo incidente è stato generato da un'antenna in banda X e diretto lungo l'asse y . Il campo polarimetrico diffuso dalla superficie frattale è stato misurato attraverso un analizzatore di rete con θ compreso tra 0° e 70° con passo di 2° . Inoltre per ogni θ , sono state acquisite 72 realizzazioni ruotando la superficie lungo ϕ con passo di 5° .

Nelle figure 4.6.2.2 e 4.6.2.3 è mostrato un confronto tra i valori misurati in dB (punti) con la soluzione ottenuta impiegando il KA (linea tratteggiata) e quella relativa all'SPM (linea continua). Si noti che il KA sembra verificare le misure con una buona approssimazione fino ad un angolo di incidenza di circa 25° , in accordo a quanto previsto dalla teoria, mentre l'SPM sembra funzionare per angoli intermedi soprattutto in polarizzazione VV. Vogliamo evidenziare in ultima analisi che il coefficiente di retrodiffusione nell'approccio di Kirchhoff è stato graficato nel range $[0^\circ, 27.3^\circ]$ utilizzando la prima formula della (2.5.5.1) con la serie che si arresta dopo i primi 81 termini ($0 <= n <= 80$), mentre nel range $[26.5^\circ, 70^\circ]$ è stata usata la seconda formula della (2.5.5.1) con la serie relativa ai primi 10 termini ($1 <= n <= 10$) dal momento che in tali range converge l'una e l'altra diverge. L'arrestarsi delle due serie della (2.5.5.1) dopo 81 e 10 termini rispettivamente è stato valutato sperimentalmente ed è stato dimostrato che tali termini sono sufficienti per descrivere accuratamente il coefficiente di retrodiffusione.

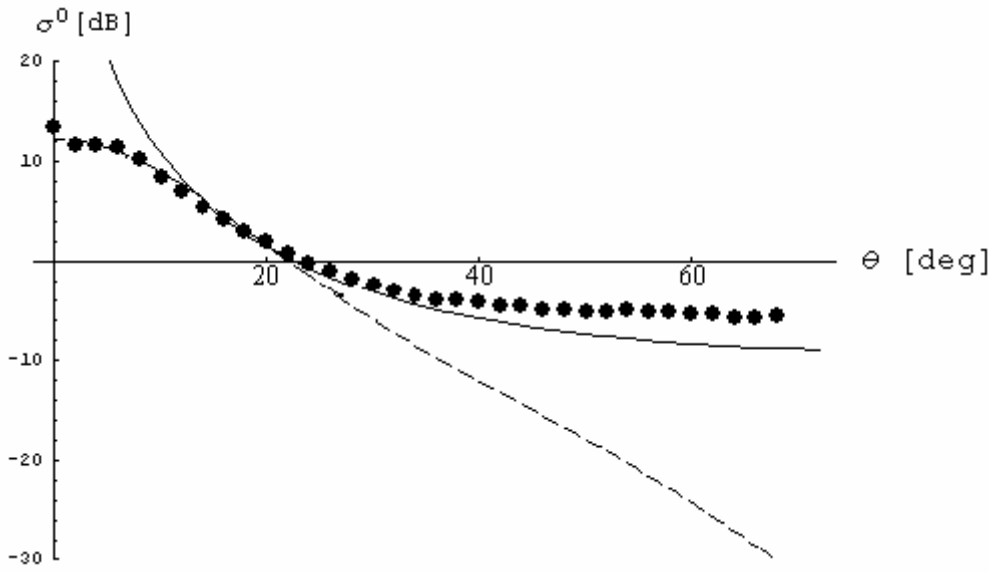


Figura 4.6.2.2: Polarizzazione VV

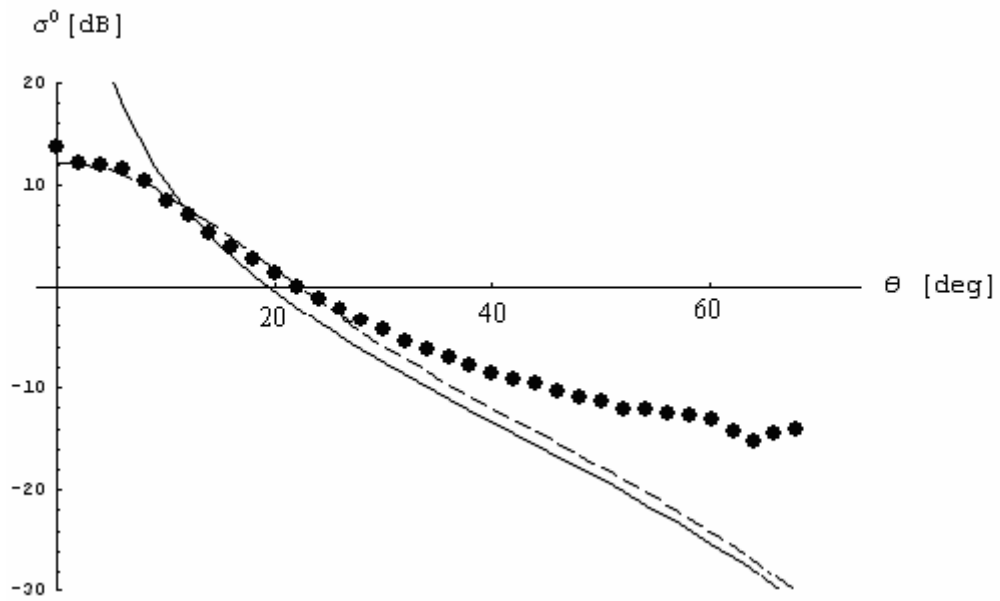


Figura 4.6.2.3: Polarizzazione HH

4.7 Recupero di parametri frattali nell'approccio KA a partire da dati misurati sperimentalmente e parametri da recuperare noti

In questo paragrafo mostreremo come l'algoritmo di minimizzazione implementato nella sezione 4.2 permetta il recupero dei parametri frattali a partire non più dai dati simulati ottenuti campionando il coefficiente teorico di retrodiffusione in polarizzazione HH e VV a differenti angoli di incidenza, ma a partire dai dati effettivamente misurati nel modo descritto nel paragrafo 4.6.2. Per il momento supporremo di conoscere i valori reali dei parametri da recuperare, in modo da poter testare e dimostrare l'efficienza dell'algoritmo stesso in presenza di dati reali. Considerando i dati della Figura 4.3.3, le stime ottenute sono rappresentati nella Tabella 18 sottostante:

Polarizzazione	Stima s [m^{1-H}]	Stima H	ps [m^{1-H}]	pH	$errs$	$errH$
HH	0.1	0.8	0.1	0.1	0.00180715	0.01
HH	0.06	0.72	0.01	0.01	$6.30321 \cdot 10^{-6}$	0.0001
HH	0.058	0.71	0.001	0.001	$2.60733 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-6}$
VV	0.1	0.8	0.1	0.1	0.00180715	0.01
VV	0.06	0.7	0.01	0.01	$6.30321 \cdot 10^{-6}$	$1.2326 \cdot 10^{-32}$
VV	-	-	0.001	0.001	-	-

Tabella 18

Come si nota dalla Tabella 18, la convergenza dell'algoritmo è più rapida nel caso di polarizzazione VV. In particolare se volessimo ottenere una stima con tre cifre significative dovremo abbassare la soglia. Infatti con una soglia ad esempio di 10^{-7} l'algoritmo ritorna all'ultimo passo la coppia $(s,H)=(0.057,0.69)$. I fitting per polarizzazione HH e per polarizzazione VV con la coppia $(s,H)=(0.057,0.69)$ sono mostrati nelle Figure 4.7.1 e 4.7.2:

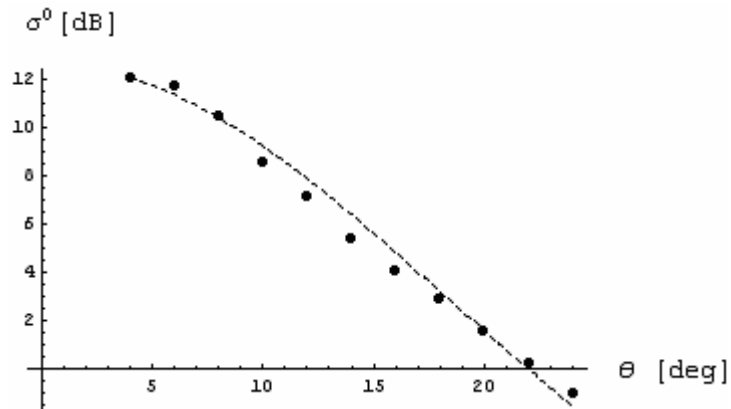


Figura 4.7.1

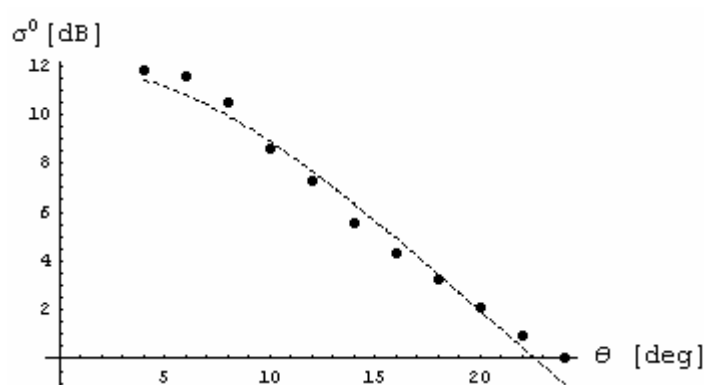


Figura 4.7.2

I risultati ottenuti sono interessanti. Come si nota, infatti, dalla Tabella 18 i valori recuperati in entrambe le polarizzazioni o sono quelli effettivi o si discostano di pochissimo da essi; anche le Figure 4.7.2,3 dimostrano l'efficienza della procedura di minimizzazione visto che si ottengono dei fitting molto buoni.

4.8 Recupero di parametri frattali nell'approccio KA a partire da dati misurati sperimentalmente e parametri da recuperare non noti

Nella realtà, quando affrontiamo problemi di inversione per il recupero dei parametri dielettrici e di rugosità superficiali a partire da misure fatte in situ, non abbiamo alcuna conoscenza od informazioni a priori sui parametri da recuperare. Tuttavia la procedura di minimizzazione, come già evidenziato nel paragrafo 4.2,

è analoga a quella presentata per dati simulati con la sola differenza che la funzione di errore di stima in tal caso diventa la differenza quadratica tra due stime consecutive. Un'altra strada percorribile sarebbe quella di evitare di seguire la logica iterativa e di impostare dei passi iniziali molto spinti ma in tal caso l'inconveniente è la complessità computazionale: si osservi che su un Pentium 4 con 1GB di RAM il tempo di convergenza del processo di stima con un passo di campionamento di 10^{-4} su di un intervallo di ampiezza 90 è dell'ordine delle decine di ore! Tale problema è insostenibile soprattutto se si vuole avere una stima con un livello di dettaglio sempre crescente: è ovvia allora la scelta di seguire un algoritmo iterativo.

Cominciamo con l'osservare che uno dei parametri da recuperare è il coefficiente di Hurst la cui stima deve essere vincolata al range $[0,1]$ per poter ottenere dei valori fisicamente interpretabili. In realtà per valori di H pari a 0 ed 1 si presentano problemi di indeterminazione, per evitare i quali nell'implementazione è opportuno considerare un range di analisi pari a $[\alpha, 1-\alpha]$ dove α è un valore non negativo e più piccolo della risoluzione più bassa del processo di stima in modo tale da non influenzare le suddette stime durante l'evolversi dell'algoritmo; a valle della stima tale valore α viene sottratto, ottenendo così delle stime che a tutti gli effetti sono stime nell'intervallo $[0,1]$. Se invece considerassimo un estremo inferiore dell'intervallo di analisi dell'ordine del passo di campionamento, per come l'algoritmo stima iterativamente i parametri, otterremo dei risultati differenti da quelli che otteniamo col procedimento descritto prima dal momento che l'estremo inferiore e di conseguenza la stima definiscono gli intervalli di analisi a risoluzione più bassa (nel nostro caso ad ogni passo la risoluzione migliora di un fattore 10) all'interno dei quali applicare l'algoritmo *LMS*. Per quanto riguarda, invece, l'altro parametro da recuperare, s , anche in tal caso si supponrà di farlo variare nel range $[\alpha, 1-\alpha]$ sia perché non abbiamo informazioni sia per evitare problemi di forme indeterminate che sorgono parimenti ad H .

Mostriamo ora alcuni risultati significativi. Consideriamo a tal riguardo come $p^0 H$ e $p^0 s$ i passi con cui viene effettuata una prima stima di s ed H rispettivamente negli intervalli $[H_{\min}^0, H_{\max}^0]$ ed $[s_{\min}^0, s_{\max}^0]$ e con $[H_{\min}, H_{\max}]$, $[s_{\min}, s_{\max}]$, pH e ps

gli intervalli di ricerca ed i relativi passi per una seconda stima. Quindi si considerino i seguenti dati di ingresso dell'algorithm (con $\alpha = 10^{-5}$) :

$$\begin{aligned}
 s_{\min}^0 &= s_{\min} = 0.00001 m^{1-H} \\
 H_{\min}^0 &= H_{\min} = 0.00001 \\
 s_{\max}^0 &= s_{\max} = 1-0.00001 m^{1-H} \\
 H_{\max}^0 &= H_{\max} = 1-0.00001 \\
 p^0s &= 0.2 m^{1-H}, p^0H = 0.2 \\
 ps &= 0.1 m^{1-H}, pH = 0.1 \\
 soglia &= 10^{-5}
 \end{aligned}$$

Figura 4.8.1

I risultati delle stime ottenute ed il fitting sono mostrati nella Tabella 19 e Figura 4.8.2:

Stima s [m^{1-H}]	Stima H	p^0s [m^{1-H}]	p^0H	ps [m^{1-H}]	pH	$errs$	$errH$
0.2	0.8	0.2	0.2	-	-	-	-
0.1	0.8	-	-	0.1	0.1	0.01	0.
0.06	0.72	-	-	0.01	0.01	0.0016	0.0064
0.058	0.71	-	-	0.001	0.001	$4 \cdot 10^{-6}$	0.0001

Tabella 19

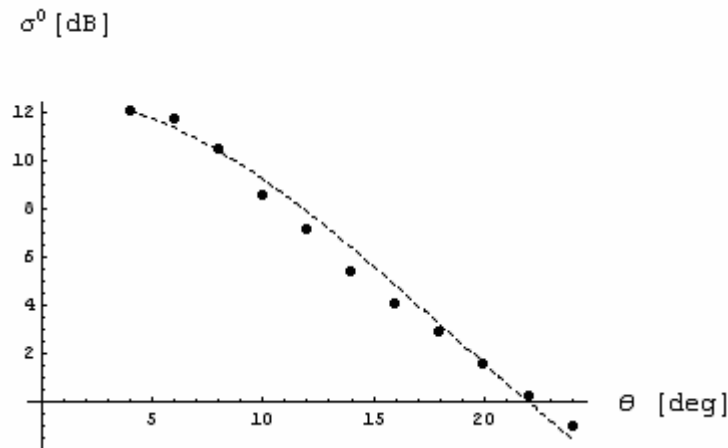


Figura 4.8.2

4.9 Recupero di parametri da superfici classiche nell'approccio KA a partire da dati misurati sperimentalmente e parametri da recuperare non noti

In tale paragrafo mostreremo il funzionamento dell'algoritmo dei minimi quadrati in presenza dei dati misurati in polarizzazione HH e VV in camera anecoica. Consideriamo a tal riguardo come $p^0\sigma$ e p^0L i passi con cui viene effettuata una prima stima di σ ed L rispettivamente negli intervalli $[\sigma_{\min}^0, \sigma_{\max}^0]$ ed $[L_{\min}^0, L_{\max}^0]$ e con $[\sigma_{\min}, \sigma_{\max}]$, $[L_{\min}, L_{\max}]$, $p\sigma$ e pL gli intervalli di ricerca ed i relativi passi per una seconda stima. Innanzitutto osserviamo che per σ od L uguale a 0 il coefficiente di backscattering tende a zero (quindi $-\infty$ in decibel); per evitare questo problema e venire incontro al fatto che non si hanno informazioni a priori sui parametri, nell'implementazione è opportuno considerare un range di valori per ambo i parametri pari a $[\alpha, 1]$ dove α è un valore non negativo e più piccolo della risoluzione più bassa del processo di stima in modo tale da non influenzare le suddette stime durante l'evolversi dell'algoritmo. A tal proposito supponiamo di considerare questi ingressi dell'algoritmo *LMS*:

$$\begin{aligned} \sigma_{\min}^0 &= \sigma_{\min} = L_{\min} = L_{\min}^0 = 0.00001 \text{ m} \\ \sigma_{\max}^0 &= \sigma_{\max} = L_{\max} = L_{\max}^0 = 1 \text{ m} \\ p^0 \sigma &= p^0 L = 0.02 \text{ m} \\ p \sigma &= pL = 0.01 \text{ m} \\ \text{soglia} &= 10^{-5} \end{aligned}$$

Figura 4.9.1

Le stime ottenute nel caso di autocorrelazione esponenziale e gaussiana in ambo le polarizzazioni sono presentate rispettivamente nella Tabella 21 e 22:

	Stima σ [m]	Stima L [m]	$p^0 \sigma$ [m]	$p^0 L$ [m]	$p \sigma$ [m]	pL [m]	$err \sigma$	$err L$
HH	0.02	0.92	0.02	0.02	-	-	-	-
HH	0.01	0.26	-	-	0.01	0.01	0.0001	0.4225
HH	0.01	0.263	-	-	0.001	0.001	0.	$9 \cdot 10^{-6}$
HH	-	-	-	-	0.0001	0.0001	-	-
VV	0.02	0.90	0.02	0.02	-	-	-	-
VV	0.010	0.250	-	-	0.01	0.01	0.0001	0.4225
VV	0.010	0.245	-	-	0.001	0.001	0.	0.000025
VV	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabella 20: Stime per autocorrelazione esponenziale

	Stima σ [m]	Stima L [m]	$p^0 \sigma$ [m]	$p^0 L$ [m]	$p \sigma$ [m]	$p L$ [m]	$err \sigma$	$err L$
HH	0.02	0.14	0.02	0.02	-	-	-	-
HH	0.01	0.08	-	-	0.01	0.01	0.0001	36×10^{-4}
HH	0.009	0.073	-	-	0.001	0.001	10^{-6}	0.000049
HH	0.0088	0.072	-	-	0.0001	0.0001	$4. \times 10^{-8}$	10^{-6}
VV	0.02	0.14	0.02	0.02	-	-	-	-
VV	0.01	0.08	-	-	0.01	0.01	0.0001	36×10^{-4}
VV	0.009	0.07	-	-	0.001	0.001	10^{-6}	0.0001
VV	0.009	0.069	-	-	0.0001	0.0001	0.	10^{-6}

Tabella 21: Stime per autocorrelazione gaussiana

I fitting relativi sono mostrati nelle Figure 4.9.2,3,4,5:

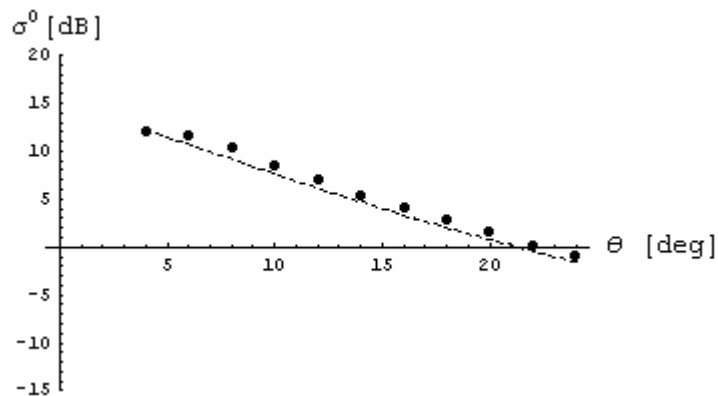


Figura 4.9.2: Fitting per polarizzazione HH ed autocorrelazione esponenziale

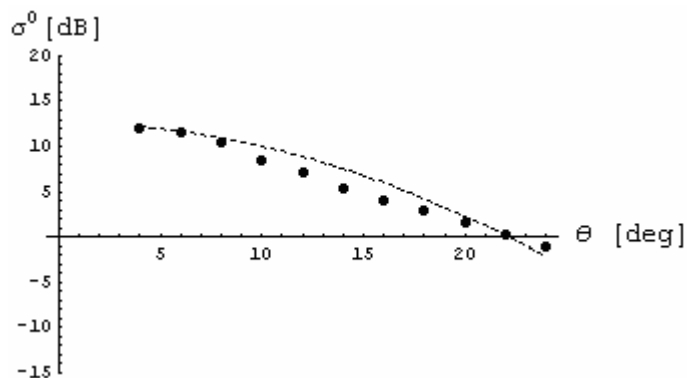


Figura 4.9.3: Fitting per polarizzazione HH ed autocorrelazione gaussiana

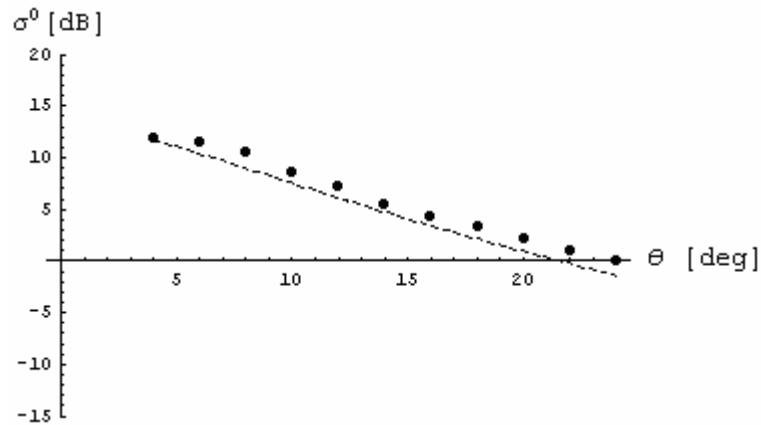


Figura 4.9.4: Fitting per polarizzazione VV ed autocorrelazione esponenziale

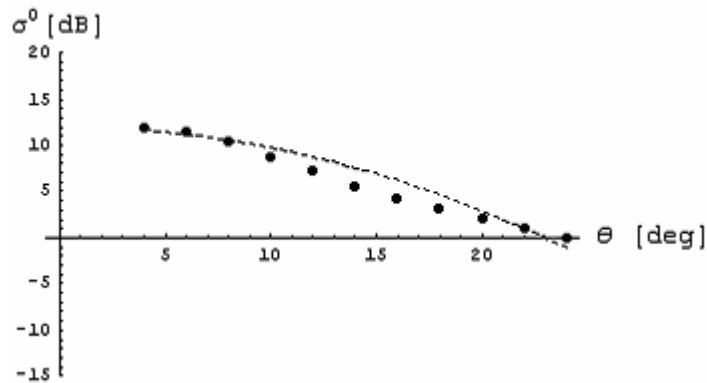


Figura 4.9.5: Fitting per polarizzazione VV ed autocorrelazione gaussiana

dove per $err\sigma$ ed $errL$ si intendono le differenze quadratiche tra due stime successive perché i valori reali in tale frangente non ci sono noti. I risultati ottenuti sono molto interessanti e differenti da quelli ricavati con i frattali. Infatti, mentre dalle Tabelle 20 e 21 si nota che i valori recuperati sono molto diversi da quelli effettivi, analizzando, invece, le Figure 4.9.2,3,4,5 si osservano dei matching molto accurati; ciò significa non solo che la descrizione classica delle superfici non permette un'inversione corretta, ma anche che una tale descrizione superficiale può far incorrere in una interpretazione errata dei valori recuperati.

Per avvalorare quanto detto prima, consideriamo tali dati di ingresso della procedura:

$$\sigma_{\min}^0 = \sigma_{\min} = L_{\min} = L_{\min}^0 = -1 \text{ m}$$

$$\sigma_{\max}^0 = \sigma_{\max} = L_{\max} = L_{\max}^0 = 1 \text{ m}$$

$$p^0 \sigma = p^0 L = 0.02 \text{ m}$$

$$p \sigma = p L = 0.01 \text{ m}$$

$$\text{soglia} = 10^{-5}$$

Figura 4.9.6

Le stime ottenute nel caso di autocorrelazione esponenziale e gaussiana sono presentate rispettivamente nella Tabella 22 e 23 mentre i fitting risultanti nelle Figure 4.9.7,8,9,10:

	Stima σ [m]	Stima L [m]	$p^0 \sigma$ [m]	$p^0 L$ [m]	$p \sigma$ [m]	$p L$ [m]	$err \sigma$	$err L$
HH	-0.02	-0.92	0.02	0.02	-	-	-	-
HH	-0.01	-0.26	-	-	0.01	0.01	0.0001	0.4356
HH	-0.01	0.262	-	-	0.001	0.001	$3. \times 10^{-36}$	$4. \times 10^{-6}$
HH	-	-	-	-	0.0001	0.0001	-	-
VV	-0.02	-0.9	0.02	0.02	-	-	-	-
VV	0.01	-0.25	-	-	0.01	0.01	0.0001	0.4356
VV	0.01	-0.245	-	-	0.001	0.001	0.	0.000025
VV	-	-	-	-	0.0001	0.0001	-	-

Tabella 22: Stime per autocorrelazione esponenziale

	Stima σ [m]	Stima L [m]	$p^0 \sigma$ [m]	$p^0 L$ [m]	$p\sigma$ [m]	pL [m]	$err\sigma$	$errL$
HH	-0.02	-0.14	0.02	0.02	-	-	-	-
HH	-0.01	0.08	-	-	0.01	0.01	10^{-4}	0.0484
HH	-0.009	0.073	-	-	0.001	0.001	10^{-8}	49×10^{-6}
HH	-0.0088	0.072	-	-	0.0001	0.0001	4×10^{-6}	10^{-6}
VV	-0.02	-0.14	0.02	0.02	-	-	-	-
VV	0.01	-0.08	-	-	0.01	0.01	0.0009	36×10^{-4}
VV	0.009	-0.071	-	-	0.001	0.001	10^{-6}	8.1×10^{-5}
VV	0.0091	-0.0701	-	-	0.0001	0.0001	$1. \times 10^{-8}$	8.1×10^{-7}

Tabella 23: Stime per autocorrelazione gaussiana

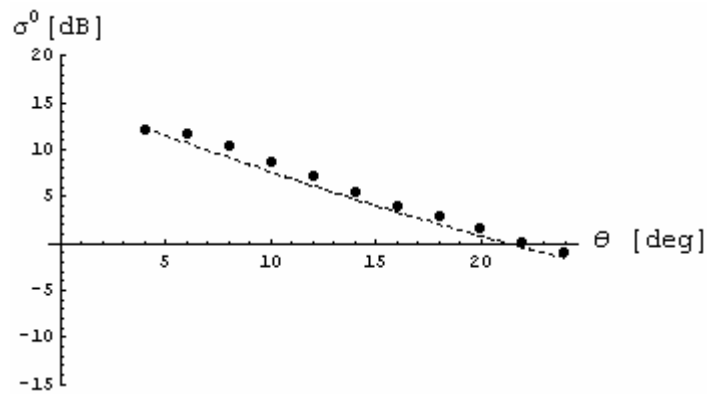


Figura 4.9.7: Fitting per polarizzazione HH ed autocorrelazione esponenziale

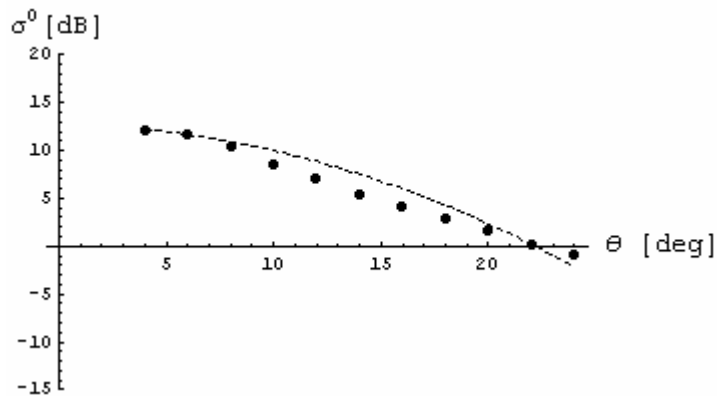


Figura 4.9.8: Fitting per polarizzazione HH ed autocorrelazione gaussiana

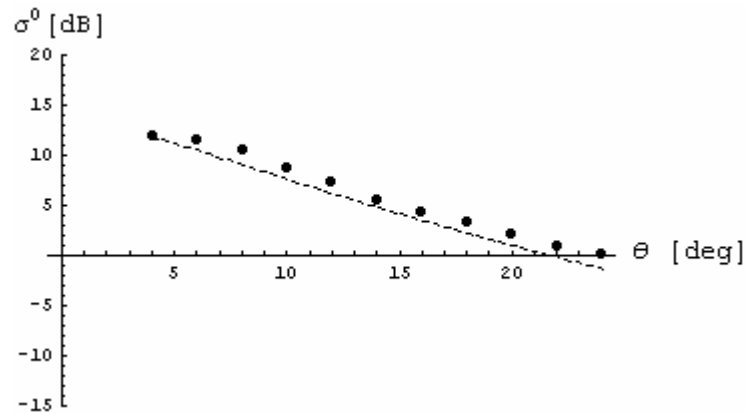


Figura 4.9.9: Fitting per polarizzazione VV ed autocorrelazione esponenziale

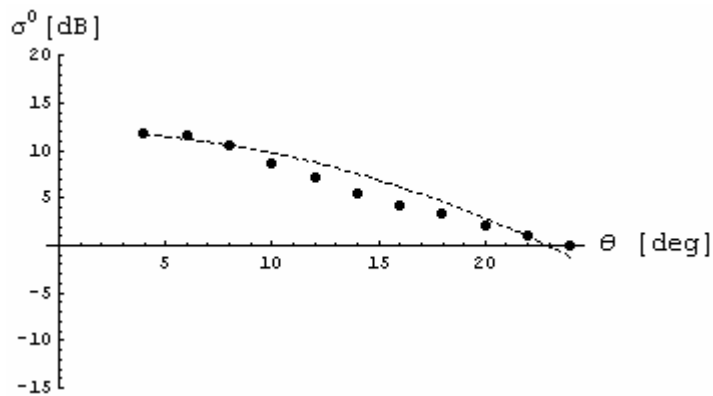


Figura 4.9.10: Fitting per polarizzazione VV ed autocorrelazione gaussiana

Come si nota dalle Tabelle 22 e 23 e dalle Figure 4.9.7,8,9,10 anche in tal caso le stime ottenute non hanno alcun significato fisico mentre il fitting è accurato. Questo significa che quando non si ha alcuna informazione sui parametri da recuperare è inutile descrivere la superficie in maniera classica e solo attraverso una descrizione frattale è possibile il recupero di parametri superficiali che hanno effettivamente un significato fisico e si avvicinano ai valori reali.

4.10 Recupero di parametri frattali a partire da dati misurati sperimentalmente nell' SPM

In tale paragrafo discutiamo il recupero di parametri frattali nell'approccio SPM nel caso in cui si considerano dati misurati sperimentalmente. Il range di angoli di incidenza è analogo a quello considerato nel caso di dati simulati. Anche in questa

occasione adotteremo la tecnica di fissare un passo iniziale molto spinto, evitando di perseguire la procedura iterativa.

$$\begin{aligned}
 S_{0\min} &= 0.001 \, m^{2-2H}, \quad H_{\min} = 0 \\
 S_{0\max} &= 1 \, m^{2-2H}, \quad H_{\max} = 1 \\
 pS_0 &= 0.001 \, m^{2-2H}, \quad pH = 0.001 \\
 soglia &= 10^{-5}
 \end{aligned}$$

Figura 4.10.1

Le stime ed il fitting in polarizzazione HH e VV sono presentati nella Tabella 24 e Figure 4.10.2,3 :

Polarizzazione	Stima S_0 [m^{2-2H}]	Stima H
HH	0.001	0.417
VV	0.002	0.531

Tabella 24

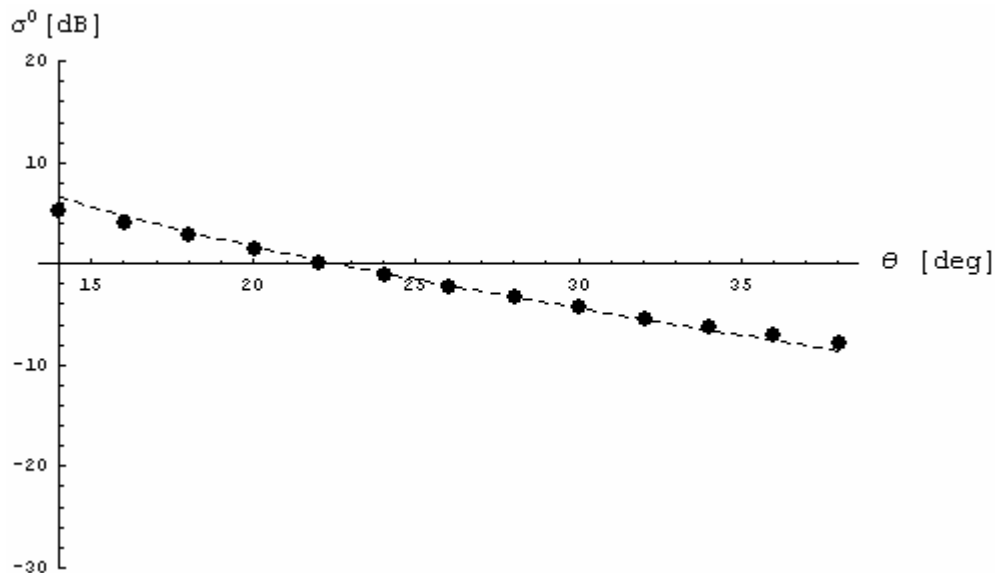


Figura 4.10.2: Fitting per polarizzazione HH

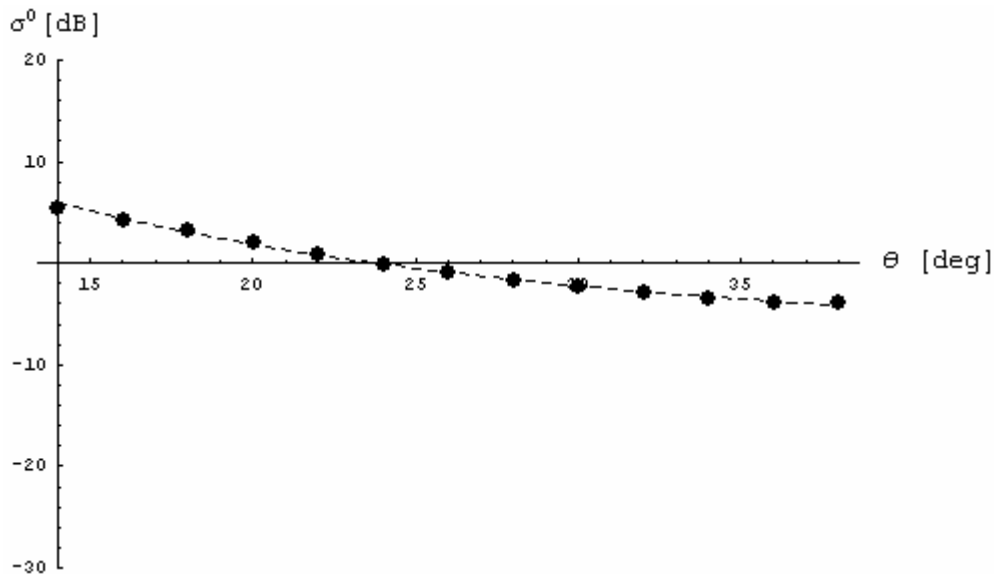


Figura 4.10.3: Fitting per polarizzazione VV

Le Figure 4.10.2 e 4.10.3 mostrano un fitting quasi perfetto mentre le stime sono lontane dai valori reali: questo dovevamo aspettarcelo perché se guardiamo le Figure 4.6.2.1 e 4.6.2.2 si nota che la corrispondenza perfetta tra i dati sperimentali misurati in camera anecoica ed il coefficiente di retrodiffusione per SPM la si ha solo per qualche angolo sia nel range da noi considerato sia in tutto l'intervallo $[0^\circ, 70^\circ]$; per cui il fatto che le stime siano erronee è dovuto al fatto che i limiti di validità dell'SPM per quei parametri superficiali non sono rispettati. Vogliamo, altresì, evidenziare che le Figure 4.6.2.1 e 4.6.2.2 spiegano anche perché le stime sono migliori per polarizzazione VV che per HH: basti notare a tal riguardo la curva teorica con quella sperimentale del coefficiente di retrodiffusione.

4.11 Recupero di parametri da superfici classiche nell'SPM a partire da dati misurati sperimentalmente

Mentre nel precedente paragrafo abbiamo evidenziato che il metodo delle piccole perturbazioni non va bene per il recupero di quei parametri frattali, lo scopo di questa sezione, invece, è mostrare, come già fatto per l'approccio di Kirchhoff nel paragrafo 4.9, che un modello classico di descrizione della superficie è inadeguato

all'interno di modelli generali di inversione. A tal proposito considereremo sempre i due casi di superficie come processo gaussiano con autocorrelazione gaussiana od esponenziale; seguiremo, inoltre, la linea adottata sinora per l'SPM, abbandonando l'idea della procedura iterativa per ottenere un'unica stima con un passo di campionamento più spinto. Si considerino allora i seguenti dati di ingresso dell'algoritmo *LMS* sia per polarizzazione HH che VV e per entrambi i tipi di autocorrelazione:

$$\begin{aligned} \sigma_{\min} &= L_{\min} = 0.001 \text{ m} \\ \sigma_{\max} &= L_{\max} = 0.1 \text{ m} \\ p\sigma &= pL = 0.001 \text{ m} \\ \text{soglia} &= 10^{-5} \end{aligned}$$

Figura 4.11.1

I risultati ottenuti per polarizzazione HH e VV sono i seguenti:

Polarizzazione	Tipo di Autocorrelazione	Stima $L[m]$	Stima $\sigma [m]$
HH	Gaussiana	0.013	0.002
HH	Esponenziale	0.021	0.003
VV	Gaussiana	0.016	0.002
VV	Esponenziale	0.068	0.004

Tabella 25

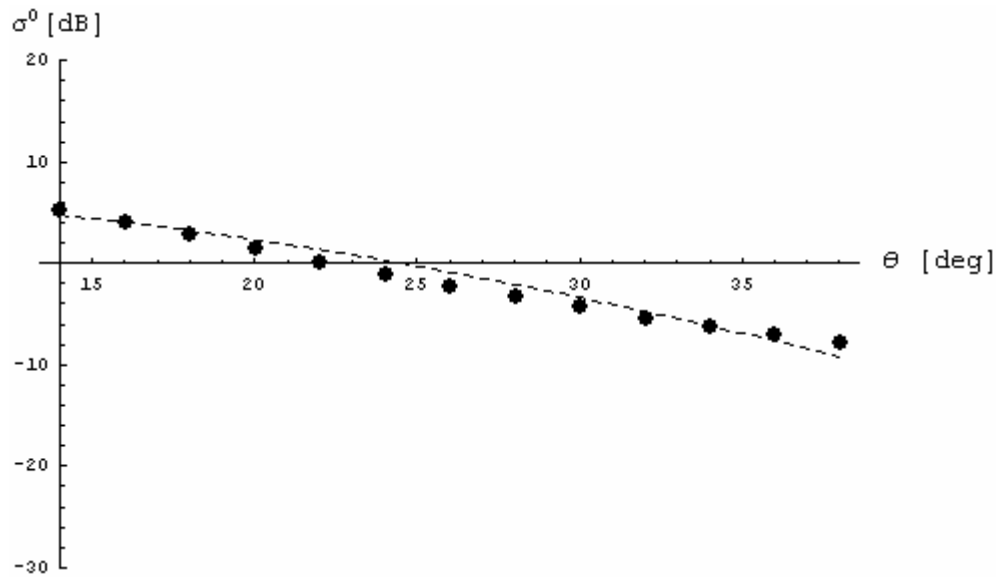


Figura 4.11.2: Fitting per polarizzazione HH ed autocorrelazione gaussiana

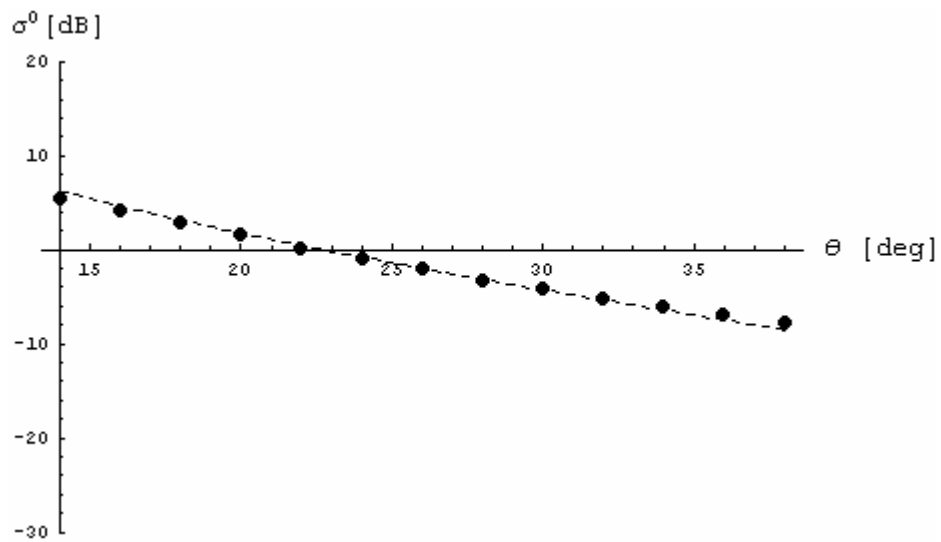


Figura 4.11.3: Fitting per polarizzazione HH ed autocorrelazione esponenziale

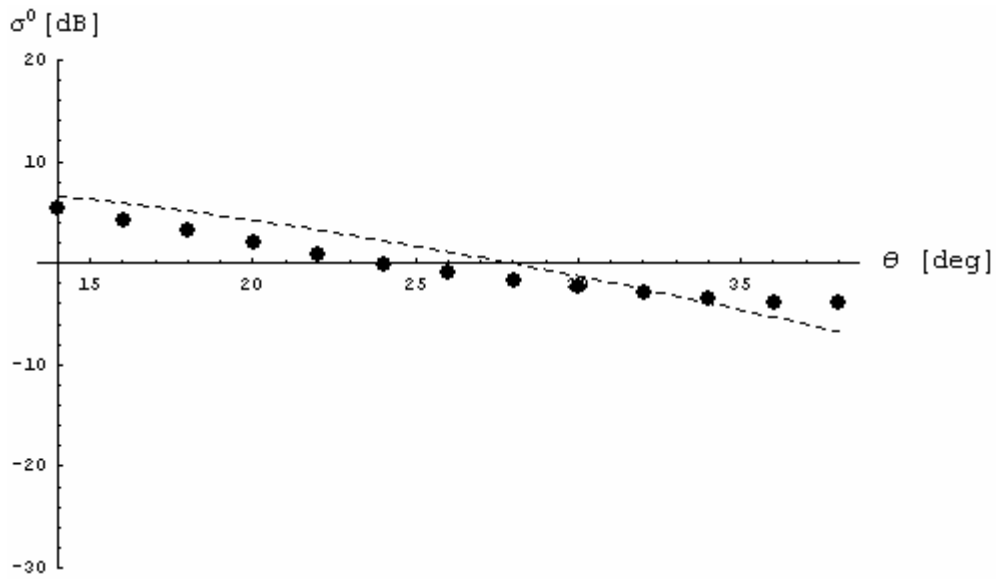


Figura 4.11.4: Fitting per polarizzazione VV ed autocorrelazione gaussiana

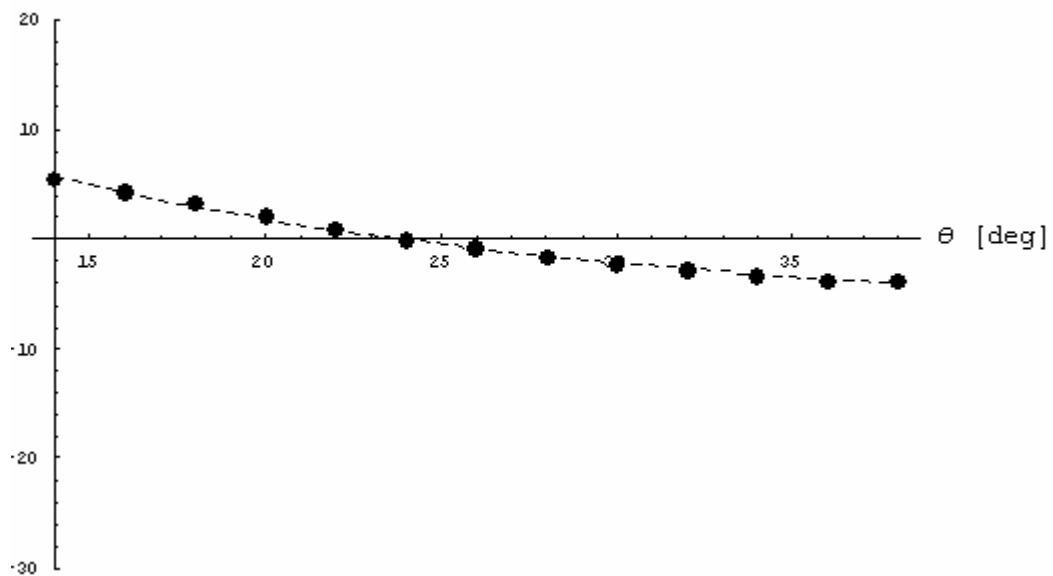


Figura 4.11.5: Fitting per polarizzazione VV ed autocorrelazione esponenziale

Le Figure 4.11.2,3,4,5 e la Tabella 25 dimostrano quanto già detto precedentemente: i modelli classici di descrizione superficiale sono inadeguati a cogliere le innumerevoli irregolarità e frastagliature della natura che ci circonda, costituendo assieme al modello elettromagnetico considerato le cause di un errato modello di inversione.

4.12 Considerazioni sul numero di dati da considerare nel modello di inversione

Nei paragrafi precedenti è stato evidenziato che l'algoritmo dei minimi quadrati implementato può essere usato sia come verifica di un modello diretto sia come strumento efficiente nei modelli di inversione. Infatti tale algoritmo prevede un recupero perfetto dei parametri superficiali in presenza di dati simulati ed un recupero abbastanza buono in presenza dei dati a disposizione misurati sperimentalmente. Tuttavia nelle simulazioni eseguite in laboratorio è stato sempre supposto di considerare, nell'approccio elettromagnetico di Kirchhoff, un set di 11 angoli di incidenza, da 4° a 24° con passo di 2° , mentre col modello elettromagnetico delle piccole perturbazioni (SPM) un set di 13 angoli di incidenza, da 14° a 38° con lo stesso passo e quindi nella procedura di minimizzazione si è sempre usato un set di 11 o 13 dati, simulati o misurati; per questo motivo dobbiamo innanzitutto far vedere cosa succede se consideriamo un set di angoli più ampio e quindi di conseguenza un numero di dati a disposizione maggiore di 11 o 13 rispettivamente. Noi considereremo solo l'approccio di Kirchhoff. Ricordiamo che l'idea di usare il set di angoli $[4^\circ, 24^\circ]$ era nata dal fatto che in quel range l'approccio di Kirchhoff con descrizione frattale della superficie garantiva un matching quasi perfetto tra i dati teorici e quelli misurati. È ovvio allora che se consideriamo più dati, da un certo punto in poi i valori recuperati divergeranno da quelli reali ed il processo di stima sarà poco efficiente. D'altro canto dobbiamo anche stabilire quanti angoli di incidenza e quanti dati considerare nel modello di *retrieval* in modo da avere delle stime buone, dal momento che in generale non abbiamo alcuna conoscenza dei parametri superficiali e di conseguenza di come si comporta il coefficiente teorico nei confronti dei dati. Per questo motivo la logica che seguiremo ora sarà la seguente: si considererà un insieme di due dati misurati e con passo unitario man mano se ne aggiungeranno altri fino all'esaurimento dei dati a disposizione e di volta in volta l'algoritmo *LMS* stimerà i valori dei parametri recuperati in presenza di quei dati considerati. Nel nostro caso i dati misurati rappresentano un vettore di 35 valori reali in decibel del coefficiente di retrodiffusione ed ogni dato fa

riferimento ad un angolo di incidenza da 0° a 68° con passo di 2° : quindi allargando l'intervallo di angoli di incidenza stiamo considerando anche più dati misurati. In realtà dal momento che nell'approccio di Kirchhoff il coefficiente di backscattering presenta dei problemi di indeterminazione a 0° (assume valore nullo in tale angolo in scala lineare e quindi $-\infty$ in decibel), allora saranno considerati solo gli angoli da 2° a 68° ed i corrispondenti dati misurati. Prima di mostrare i risultati ottenuti, vale la pena osservare che in presenza di dati simulati, come è ovvio, il recupero è sempre perfetto sia se si considerano pochi che tutti i dati ed è per questo motivo che ci accingiamo a discutere quello che succede in presenza di dati reali.

A tal proposito si considerino i seguenti dati di ingresso dell'algoritmo *LMS* nella sua versione iterativa e con parametri da recuperare ovviamente non noti:

$$\begin{aligned}
 s_{\min}^0 &= s_{\min} = 10^{-6} m^{1-H} \\
 H_{\min}^0 &= H_{\min} = 10^{-5} \\
 s_{\max}^0 &= s_{\max} = 1 - 10^{-6} m^{1-H} \\
 H_{\max}^0 &= H_{\max} = 1 - 10^{-5} \\
 p^0 s &= 0.01 m^{1-H}, p^0 H = 0.2 \\
 ps &= 0.005 m^{1-H}, pH = 0.1 \\
 soglia &= 10^{-5}
 \end{aligned}$$

Figura 4.12.1

L'imposizione di tali passi di campionamento ed intervalli di ricerca del minimo per i due parametri è plausibile ed è legata in primo luogo al fatto che non si hanno informazioni a priori su ciò che dobbiamo recuperare e poi perché il coefficiente di Hurst è fisicamente un valore non negativo ed al massimo unitario, mentre il parametro s può assumere in generale valori compresi tra $10^{-3} [m^{1-H}]$ e $10^{-1} [m^{1-H}]$.

Le stime ottenute in polarizzazione HH sono mostrate nella Tabella 26 e nei grafici 4.12.2 e 4.12.3 in cui sono rappresentate al variare del range di angoli di incidenza $[2^\circ, \theta_{ARRIVO}]$:

Range di angoli di incidenza $[2^\circ, \theta_{ARRIVO}]$	Stima $s [m^{1-H}]$	Stima H
$[2^\circ, 4^\circ]$	0.12285	0.911
$[2^\circ, 6^\circ]$	0.117	0.9
$[2^\circ, 8^\circ]$	0.08	0.8
$[2^\circ, 10^\circ]$	0.0496	0.667
$[2^\circ, 12^\circ]$	0.0495	0.666
$[2^\circ, 14^\circ]$	0.04	0.6
$[2^\circ, 16^\circ]$	0.04	0.6
$[2^\circ, 18^\circ]$	0.0495	0.667
$[2^\circ, 20^\circ]$	0.0495	0.667
$[2^\circ, 22^\circ]$	0.0495	0.666
$[2^\circ, 24^\circ]$	0.0508	0.673
$[2^\circ, 26^\circ]$	0.0546	0.69
$[2^\circ, 28^\circ]$	0.0545	0.683
$[2^\circ, 30^\circ]$	0.0545	0.677
$[2^\circ, 32^\circ]$	0.0545	0.673
$[2^\circ, 34^\circ]$	0.0545	0.668
$[2^\circ, 36^\circ]$	0.0595	0.684
$[2^\circ, 38^\circ]$	0.0595	0.679
$[2^\circ, 40^\circ]$	0.0595	0.675
$[2^\circ, 42^\circ]$	0.0595	0.67
$[2^\circ, 44^\circ]$	0.0645	0.682
$[2^\circ, 46^\circ]$	0.0645	0.677
$[2^\circ, 48^\circ]$	0.0645	0.672
$[2^\circ, 50^\circ]$	0.0695	0.682
$[2^\circ, 52^\circ]$	0.05345	0.621
$[2^\circ, 54^\circ]$	0.05335	0.615
$[2^\circ, 56^\circ]$	0.0532	0.608
$[2^\circ, 58^\circ]$	0.05305	0.601
$[2^\circ, 60^\circ]$	0.05295	0.594
$[2^\circ, 62^\circ]$	0.0528	0.587
$[2^\circ, 64^\circ]$	0.0527	0.581
$[2^\circ, 66^\circ]$	0.05255	0.573

Tabella 26

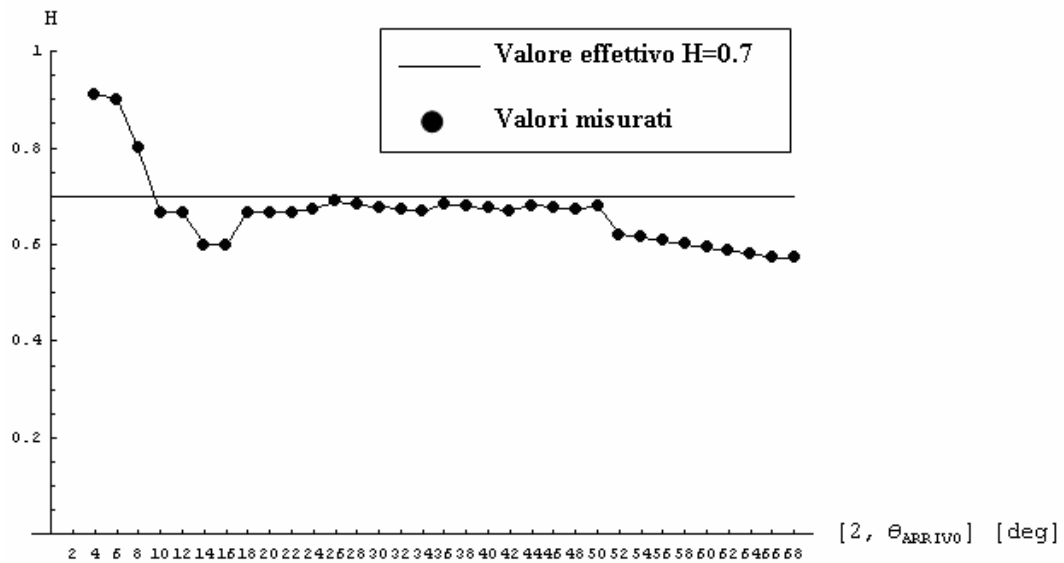


Figura 4.12.2: Valori stimati di H in funzione del range di angoli di incidenza $[2^\circ, \theta_{ARRIVO}]$ con $\theta_{ARRIVO} \in [4^\circ, 68^\circ]$ in polarizzazione HH.

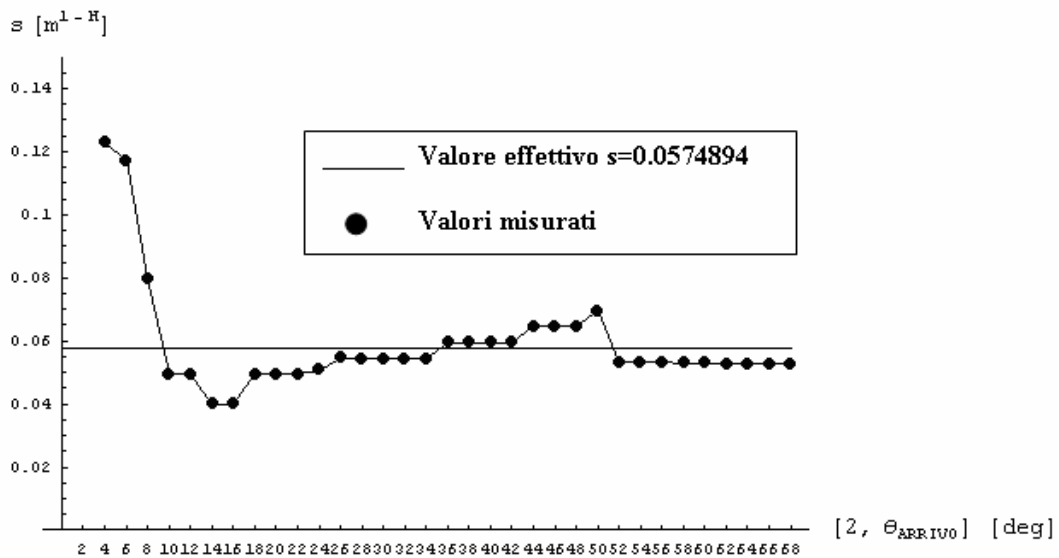


Figura 4.12.3: Valori stimati di s in funzione del range di angoli di incidenza $[2^\circ, \theta_{ARRIVO}]$ con $\theta_{ARRIVO} \in [4^\circ, 68^\circ]$ in polarizzazione HH.

Dalla Tabella 26 si può notare che, partendo dall'intervallo $[2^\circ, 4^\circ]$ ed incrementando con passo unitario il numero di dati, le stime ottenute convergono quasi ai valori reali e ciò è vero fino al range $[2^\circ, 36^\circ]$ - $[2^\circ, 38^\circ]$, superato il quale le stime si allontanano, seppur lentamente, dai valori effettivi. Questo significa che

per avere un processo di stima efficiente va considerato un vettore di dati di lunghezza compresa tra 12 (cioè il minimo range di angoli di incidenza è $[2^\circ, 24^\circ]$) e 18-19 (cioè il massimo range di angoli di incidenza è $[2^\circ, 36^\circ]$ - $[2^\circ, 38^\circ]$): la lunghezza minima è dettata dal fatto che al di sotto di essa i dati a disposizione sarebbero insufficienti per una buona inversione, mentre il limite superiore è dettato a sua volta dal fatto che al di sopra di esso lo scostamento tra i dati misurati e quelli teorici aumenta comportando un'inversione sempre meno accettabile. Nella Figura 4.12.4 sottostante è mostrato a titolo di esempio il fitting abbastanza buono tra i dati misurati e teorici in corrispondenza della coppia stimata $(H,s)=(0.684,0.0595)$:

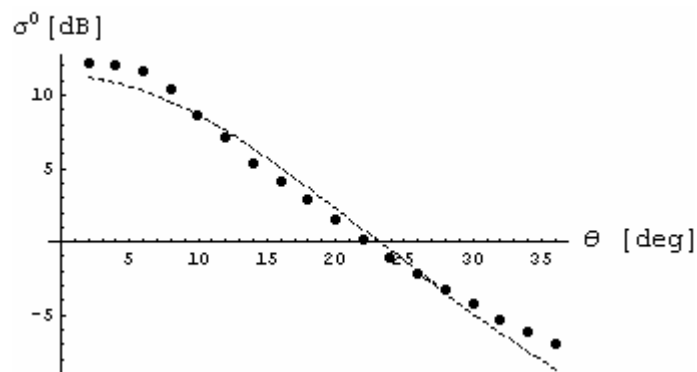


Figura 4.12.4: Fitting per la coppia $(H,s)=(0.684,0.0595)$

Per polarizzazione VV, invece, le stime ottenute con gli stessi dati di ingresso dell'algoritmo *LMS*, sono presentate nella Tabella 26 e graficate in funzione degli angoli di incidenza nelle Figure 4.12.5 e 4.12.6:

Range di angoli di incidenza $[2^\circ, \theta_{ARRIVO}]$	Stima $s [m^{1-H}]$	Stima H
$[2^\circ, 4^\circ]$	0.0872	0.81
$[2^\circ, 6^\circ]$	0.12495	0.91
$[2^\circ, 8^\circ]$	0.121	0.9
$[2^\circ, 10^\circ]$	0.08	0.788
$[2^\circ, 12^\circ]$	0.04	0.6
$[2^\circ, 14^\circ]$	0.04	0.6
$[2^\circ, 16^\circ]$	0.04	0.6
$[2^\circ, 18^\circ]$	0.0505	0.666
$[2^\circ, 20^\circ]$	0.0495	0.659
$[2^\circ, 22^\circ]$	0.0545	0.666
$[2^\circ, 24^\circ]$	0.0555	0.687
$[2^\circ, 26^\circ]$	0.0545	0.678
$[2^\circ, 28^\circ]$	0.0555	0.678
$[2^\circ, 30^\circ]$	0.0595	0.678
$[2^\circ, 32^\circ]$	0.0595	0.67
$[2^\circ, 34^\circ]$	0.0645	0.672
$[2^\circ, 36^\circ]$	0.0645	0.67
$[2^\circ, 38^\circ]$	0.0695	0.679
$[2^\circ, 40^\circ]$	0.0525	0.61
$[2^\circ, 42^\circ]$	0.0524	0.602
$[2^\circ, 44^\circ]$	0.05235	0.594
$[2^\circ, 46^\circ]$	0.05225	0.586
$[2^\circ, 48^\circ]$	0.05215	0.578
$[2^\circ, 50^\circ]$	0.0545	0.58
$[2^\circ, 52^\circ]$	0.0545	0.572
$[2^\circ, 54^\circ]$	0.0595	0.582
$[2^\circ, 56^\circ]$	0.0595	0.575
$[2^\circ, 58^\circ]$	0.0645	0.583
$[2^\circ, 60^\circ]$	0.0645	0.575
$[2^\circ, 62^\circ]$	0.0695	0.582
$[2^\circ, 64^\circ]$	0.0695	0.574
$[2^\circ, 66^\circ]$	0.0516	0.509
$[2^\circ, 68^\circ]$	0.05155	0.501

Tabella 27

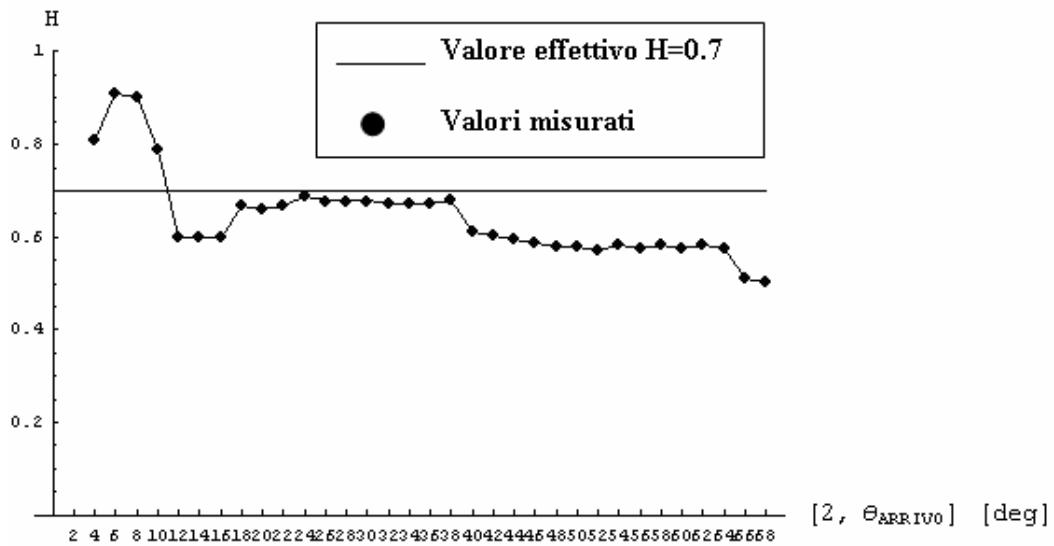


Figura 4.12.5: Valori stimati di H in funzione del range di angoli di incidenza $[2^\circ, \theta_{ARRIVO}]$ con $\theta_{ARRIVO} \in [4^\circ, 68^\circ]$ in polarizzazione VV.

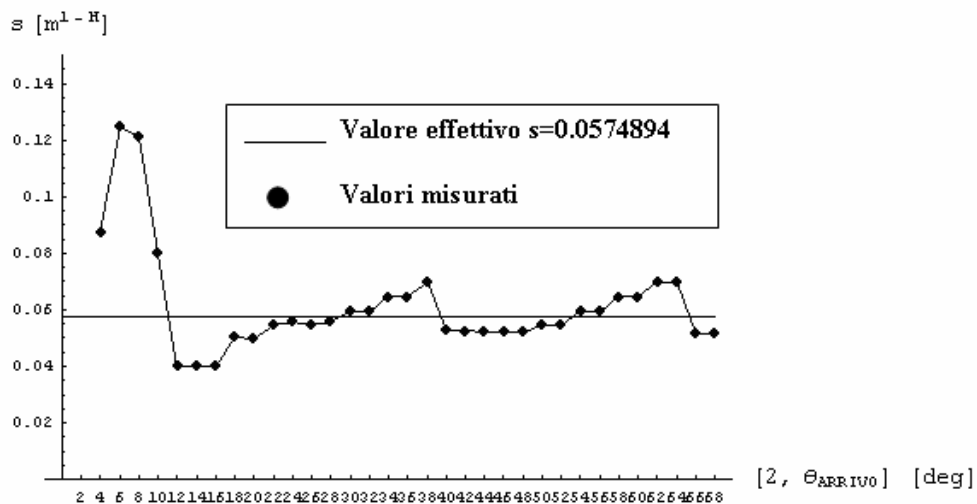


Figura 4.12.6: Valori stimati di s in funzione del range di angoli di incidenza $[2^\circ, \theta_{ARRIVO}]$ con $\theta_{ARRIVO} \in [4^\circ, 68^\circ]$ in polarizzazione VV.

Notiamo subito una differenza tra le due polarizzazioni: se vogliamo ottenere dei valori recuperati che si avvicinino a quelli effettivi, per polarizzazione VV dobbiamo considerare un numero di angoli di incidenza ridotto rispetto a quello per polarizzazione HH. Infatti fino al range $[2^\circ, 30^\circ]$ i valori recuperati convergono quasi a quelli effettivi, e per $\theta_{ARRIVO} > 30^\circ$ divergono.

E' ovvio che le stime ottenute e presentate nelle rispettive tabelle dipendono dal passo di campionamento usato e dalla soglia di errore, e queste dipendenze sono dovute al fatto che le stime con un passo di campionamento più fitto in un intervallo più piccolo (dipendente dalla stima precedente) vengono eseguite se almeno uno dei due errori commessi è maggiore od uguale alla soglia. Per provare quanto detto, si supponga di considerare i seguenti dati in ingresso all' *LMS* con il cambiamento della soglia e del passo iniziale di campionamento per *H*:

$$\begin{aligned}
 s_{\min}^0 &= s_{\min} = 10^{-6} m^{1-H} \\
 H_{\min}^0 &= H_{\min} = 10^{-5} \\
 s_{\max}^0 &= s_{\max} = 1 - 10^{-6} m^{1-H} \\
 H_{\max}^0 &= H_{\max} = 1 - 10^{-5} \\
 p^0 s &= 0.01 m^{1-H}, p^0 H = 0.1 \\
 ps &= 0.005 m^{1-H}, pH = 0.1 \\
 soglia &= 10^{-4}
 \end{aligned}$$

Figura 4.12.7

In tal caso le stime ottenute in polarizzazione HH sono quasi uguali a quelle della Tabella 27 tranne negli intervalli angolari sotto evidenziati all'interno dei quali il processo di stima ritorna i seguenti valori:

Range di angoli di incidenza $[2^\circ, \theta_{ARRIVO}]$	Stima $s [m^{1-H}]$	Stima H
$[2^\circ, 18^\circ]$ - $[2^\circ, 26^\circ]$	0.055	0.7
$[2^\circ, 28^\circ]$ - $[2^\circ, 34^\circ]$	0.06	0.7
$[2^\circ, 36^\circ]$ - $[2^\circ, 42^\circ]$	0.065	0.7
$[2^\circ, 42^\circ]$ - $[2^\circ, 48^\circ]$	0.07	0.7
$[2^\circ, 50^\circ]$	0.075	0.7

Tabella 28

La Tabella 28 dimostra quanto già detto precedentemente: le stime convergono quasi ai valori effettivi se si prendono in considerazione una ventina (o poco

meno) di dati a disposizione: per H il valore reale è raggiunto fino ad un range angolare massimo di $[2^\circ, 50^\circ]$, ma le stime di s per $\theta_{ARRIVO} > 34^\circ$ divergono. Analoghe considerazioni possono essere sviluppate per polarizzazione VV, tenendo presente che l'intervallo angolare di convergenza dei parametri da recuperare verso i valori effettivi è più piccolo.

Per superare i suddetti problemi, si può seguire una strada alternativa: impostare un passo di campionamento iniziale più spinto per ambo i parametri ed abbandonare la via iterativa, ottenendo così dall'algoritmo una sola stima congiunta. Ovviamente l'inconveniente è la complessità computazionale che cresce man mano che vengono aggiunti nuovi dati a quelli esistenti. A tal riguardo si consideri per H un passo di campionamento di 0.02 e per s un passo pari a 0.001 $[m^{1-H}]$, mentre la ricerca del minimo viene eseguita nel medesimo intervallo $[10^{-5}, 1-10^{-5}]$. Anche in tal caso con pochi dati i valori recuperati sovrastimano i parametri, mentre con gran parte dei dati i valori recuperati li sottostimano; i valori recuperati convergono o quasi a quelli effettivi negli intervalli da $[2^\circ, 24^\circ]$ a $[2^\circ, 36^\circ]$; in particolare le stime ottenute in polarizzazione HH partendo dal range $[2^\circ, 18^\circ]$ al range $[2^\circ, 36^\circ]$ sono presentate in forma gabbellare nella Tabella 29 e graficate nelle Figure 4.12.8 e 4.12.9:

Range di angoli di incidenza $[2^\circ, \theta_{ARRIVO}]$	Stima $s [m^{1-H}]$	Stima H
$[2^\circ, 18^\circ]$	0.042	0.62
$[2^\circ, 20^\circ]$	0.045	0.64
$[2^\circ, 22^\circ]$	0.048	0.66
$[2^\circ, 24^\circ]$	0.051	0.68
$[2^\circ, 26^\circ]$	0.055	0.7
$[2^\circ, 28^\circ]$ - $[2^\circ, 34^\circ]$	0.055	0.68
$[2^\circ, 36^\circ]$	0.054	0.66

Tabella 29

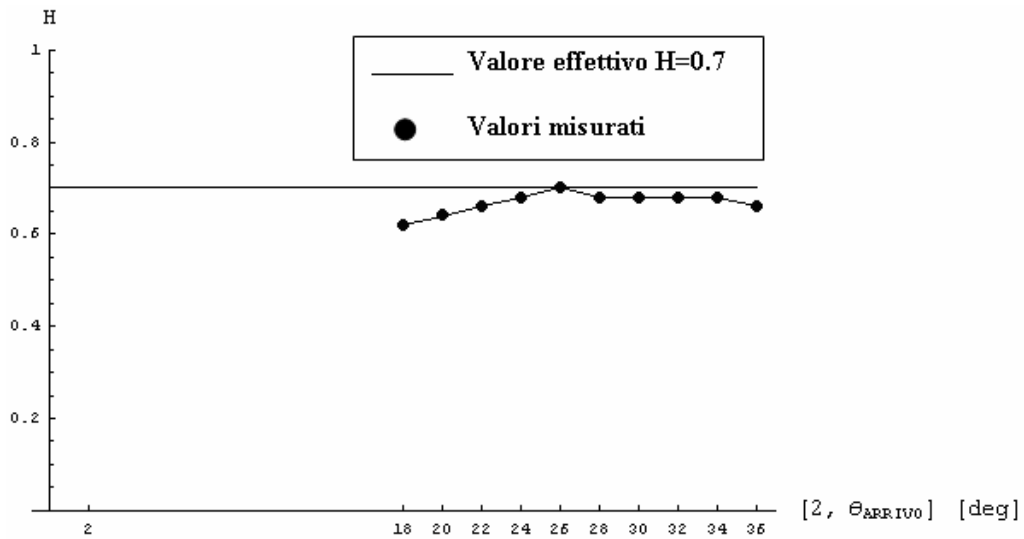


Figura 4.12.8: Valori stimati di H in funzione del range di angoli di incidenza $[2^\circ, \theta_{ARRIVO}]$ con $\theta_{ARRIVO} \in [18^\circ, 36^\circ]$ in polarizzazione HH.

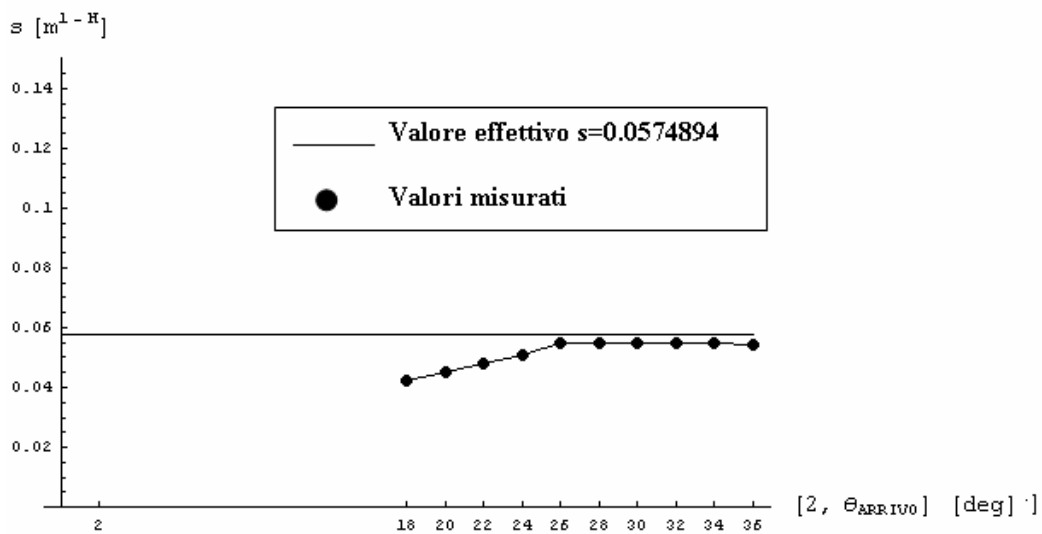


Figura 4.12.9: Valori stimati di s in funzione del range di angoli di incidenza $[2^\circ, \theta_{ARRIVO}]$ con $\theta_{ARRIVO} \in [18^\circ, 36^\circ]$ in polarizzazione HH.

Per polarizzazione VV i risultati ottenuti conducono alle conclusioni già precedentemente discusse: l'intervallo angolare di convergenza dei valori stimati verso quelli effettivi è più piccolo rispetto alla polarizzazione HH; in generale le stime convergono fino al range $[2^\circ, 30^\circ]$, e per $\theta_{ARRIVO} > 30^\circ$ divergono dai valori reali. Le simulazioni effettuate per ricavare le stime della Tabella 29 hanno comportato un tempo variabile tra 30 minuti (per range $[2^\circ, 18^\circ]$ - $[2^\circ, 32^\circ]$) e circa

due ore (per range $[2^\circ, 32^\circ]$ - $[2^\circ, 34^\circ]$); tali tempi sono ancora più accentuati se si considera per H un passo di campionamento più spinto di 0.02. Praticamente sono state effettuate solamente due simulazioni, utilizzando sia per s che per H un passo pari a 0.001 ed eseguendo la ricerca del minimo per s nell'intervallo $[10^{-5}, 1-10^{-5}]$ e per H nell'intervallo $[0.02, 0.98]$. La scelta dell'estremo superiore dell'intervallo di ricerca del minimo per H è dovuta al fatto che per $H > 0.98$ esistono delle coppie (H, s) in corrispondenza delle quali il coefficiente di backscattering è negativo in scala lineare e quindi complesso in decibel, e ciò inficia tutto il processo di stima. Ciò non è in contraddizione col fatto che il coefficiente di retrodiffusione per definizione è sempre positivo, dal momento che nella sua espressione analitica nell'approccio di Kirchhoff compare una sommatoria di infiniti termini che per essere rappresentata numericamente deve essere troncata: tale troncamento comporta i problemi sopra evidenziati che possono essere risolti o restringendo l'intervallo di ricerca od aumentando il numero di elementi della serie. Tuttavia le stime ottenute nei range $[2^\circ, 32^\circ]$ e $[2^\circ, 34^\circ]$ sono state rispettivamente $(H, s) = (0.674, 0.055)$ e $(H, s) = (0.67, 0.055)$ con un tempo computazionale di circa sette ore per ognuna, confermando come già preannunciato i risultati ricavati sia con l'algoritmo iterativo sia con quello non iterativo e passo meno spinto per H .

Conclusioni

La geometria frattale ha dotato la ricerca sulla diffusione da superfici naturali di uno strumento potentissimo, principalmente a causa dell'inadeguatezza dei modelli classici di descrivere le innumerevoli ed irregolari forme della natura. In questa tesi si è affrontato il problema dell'inversione di modelli di diffusione naturale da superfici frattali; una tale superficie è stata costruita artificialmente sovrapponendo strati di cartone ed è stata in seguito resa perfettamente riflettente tramite copertura con alluminio. Una volta costruita, la superficie è stata posta in camera anecoica su un rotore e così sono state ottenute le misure sperimentali del coefficiente di retrodiffusione a differenti angoli di incidenza. Partendo da tali misure, è stato sviluppato un algoritmo che, minimizzando la differenza quadratica tra i dati misurati ed il coefficiente di backscattering teorico, sia nell'approccio di Kirchhoff che nell'SPM, campionato a differenti angoli di incidenza, ha permesso l'inversione e quindi il recupero dei parametri superficiali. Ogni algoritmo di *retrieval* deve recuperare sia i parametri dielettrici che di rugosità superficiale; nel nostro caso la superficie considerata, essendo stata ricoperta di alluminio, è di conduttore elettrico perfetto, per cui abbiamo dovuto recuperare solamente i parametri di rugosità. Tuttavia sono stati proposti ed analizzati dei modelli teorici, empirici e semi-empirici che permettono il recupero sia della parte reale ed immaginaria della permittività dielettrica che della rugosità. La procedura che implementa il recupero è iterativa, in quanto permette di effettuare la ricerca del minimo in intervalli sempre più piccoli e con una precisione sempre migliore. Essa è stata analizzata e sperimentata in primo luogo considerando dati simulati, ed è stato mostrato che i valori effettivi sono perfettamente recuperati; in secondo luogo si è analizzata la sensibilità dell'algoritmo nei confronti di rumore additivo e moltiplicativo (speckle) aggiunto ai dati simulati ed anche in tal caso i risultati ottenuti dal processo di stima sono stati confortanti. In ultima analisi sono stati considerati i dati realmente misurati; in tal caso, come con i dati simulati, è stato preso in considerazione un set di dati corrispondenti al range di angoli di incidenza $[4^\circ, 24^\circ]$, dal momento che in tale

range il matching tra i dati reali e quelli previsti dalla teoria elettromagnetica nell'approccio di Kirchhoff è perfetto. In realtà, in presenza di dati simulati, considerando un range di angoli di incidenza più esteso, i risultati ovviamente non cambiano; il problema nasce con i dati misurati, perché per angoli minori o maggiori di 25° non stiamo più nei limiti di validità dell'approccio di Kirchhoff (raggio di curvatura molto più grande della lunghezza d'onda e varianza della pendenza del profilo molto piccola) e quindi le stime peggiorano. Le simulazioni sono state effettuate sia per polarizzazione HH che VV ed i risultati hanno dimostrato che si ottengono stime buone nel caso HH considerando i dati fino a 34° - 36° , mentre nel caso VV fino a 30° . La stessa catena di simulazioni è stata ripetuta considerando come modello elettromagnetico il metodo delle piccole perturbazioni, ed i risultati ottenuti sono stati incoraggianti ed hanno suffragato le aspettative teoriche; infatti è stato mostrato che le stime ottenute considerando i dati misurati nel range angolare $[4^\circ, 24^\circ]$ e con una descrizione frattale della superficie si allontanano dai valori effettivi, prova del fatto che l'SPM può essere usato solamente nel caso di bassa rugosità. Quindi per la limitata applicabilità del modello non ci si è spinti a considerare un range angolare più esteso. Per verificare ulteriormente l'efficienza dell'algoritmo implementato, le medesime simulazioni, in ambedue le polarizzazioni e con entrambi i modelli elettromagnetici, sono state ripetute considerando una descrizione della superficie attraverso un processo aleatorio gaussiano con autocorrelazione gaussiana ed esponenziale: il processo di stima in tal caso stima dei valori completamente privi di senso fisico, giustificando quindi l'impossibilità di descrivere la mutevole ed irregolare natura degli oggetti naturali in termini statistici classici. Il software di cui ci si è avvalsi nelle simulazioni effettuate in laboratorio è stato *Mathematica 5.0*.

Appendice 1: Procedura di minimizzazione nell'approccio di Kirchhoff con descrizione frattale in presenza di una parte di dati misurati sperimentalmente in polarizzazione HH e parametri da recuperare noti.

```

Clear[somma, sum, pos, err1, err2, stinas, stinaH]

(*****
*****dati di ingresso*****

f = 10^10;
c = 3 * 10^8;
k = 2 Pi f / c;
Hr = 0.7; (*valore reale di H*)
b = 0.01;
tau = 1.1;
k0 = 2. * Pi / tau;
ni = 0.5 * e;
s0 = 2 * Pi * Hr * b^2 / (ni^Hr - ni^-Hr) * k0^-2 * Hr;
s2 = s0 * 2^-2 * Hr * Gamma[1. - Hr] / (2. * Pi * Hr * Gamma[1. + Hr]);
sr = Sqrt[s2]; (*valore reale di s*)
t = 1 - Hr / Sqrt[sr];
(*****
*****sigma_misurato = dati misurati sperimentalmente*****

ff = 1.5;

sigma_misurato = {13.5478 - ff, 13.1645 - ff, 11.9664 - ff, 10.0668 - ff, 8.59787 - ff, 6.85811 - ff, 5.55757 - ff, 4.38034 - ff,
3.04966 - ff, 1.67839 - ff, 0.484580 - ff};

(*****
*****sigma_teorico = i dati reali sono stati calcolati come campionamento del coefficiente di
backscattering teorico a differenti angoli di incidenza con H ed s incogniti*****

sigma_teorico = Function[teta, 10 * Log[10, k^2 * (1 - Hr / Sqrt[s])^2 * Cos[teta]^2 * Sum[(-1)^n * Gamma[1 - n + 1] / H, {n, 0, 80}] * (1 - Hr / Sqrt[s] * k * Sin[teta])^2 * Sin[teta] / (Sqrt[2. * k * 1 - Hr / Sqrt[s] * Cos[teta])^(2 * n + 2)]];

{4.°, 6.°, 8.°, 10.°, 12.°, 14.°, 16.°, 18.°, 20.°, 22.°, 24.°};

(*****
*****diff = modulo quadro della differenza tra i valori simulati e quelli reali del coefficiente *****

diff = Abs[sigma_teorico - sigma_misurato]^2;
somma = Tr[diff] / 11; (*divido per il numero di angoli di incidenza: ai fini dell' algoritmo è inutile*)
passo1 = 0.1; (* passo di campionamento per s*)
passo2 = 0.1; (* passo di campionamento per H*)

(*****
*****sum rappresenta la somma dei moduli quadri delle differenzetra i valori simulati e quelli reali del
coefficiente valutata al variare di H ed s in un intervallo con passo iniziale pari a 0.1*****

sum = Table[somma, {s, 0.00001, 1. - 0.00001, passo1}, {H, 0.00001, 1. - 0.00001, passo2}];

m = Min[sum];

pos = Position[sum, m];
stinas = (pos[[1, 1]] - 1) * passo1 (*stima iniziale di s*)
stinaH = (pos[[1, 2]] - 1) * passo2 (*stima iniziale di H*)
err1 = (sr - stinas)^2.; (*differenza quadratica tra valore reale e stimato*)
err2 = (Hr - stinaH)^2.;

soglia = 10.^(-5);

```

```

(*****
*****il ciclo For permette di ottenere stime sempre più accurate con passi più bassi ed in
intervalli più piccoli*****
For[i = 1, i < 3,

  inf1 = stinas - passo1 / (10 ^ (i - 1));
  sup1 = stinas + passo1 / (10 ^ (i - 1));
  inf2 = stinaH - passo2 / (10 ^ (i - 1));
  sup2 = stinaH + passo2 / (10 ^ (i - 1));

  If[err1 >= soglia || err2 >= soglia,

    sum = Table[somma, {s, inf1 + 10 ^ (-5), sup1, passo1 / 10 ^ i}, {H, inf2, sup2 - 10 ^ (-5), passo2 / 10 ^ i}];
    m = Min[sum];
    pos = Position[sum, m];
    stinas = inf1 + (pos[[1, 1]] - 1) * passo1 / 10 ^ i;
    stinaH = inf2 + (pos[[1, 2]] - 1) * passo2 / 10 ^ i;
    err1 = (sr - stinas) ^ 2.;
    err2 = (Hr - stinaH) ^ 2.;
    Print[stinas]
    Print[stinaH]
    Print[err1]
    Print[err2]
    , 0];

  i++];

Clear[tetag, z, zz]


$$z = \frac{k^2 * \left( \frac{1 - \text{stinaH}}{\text{stinas}} \right)^2 * \text{Cos}[tetag]^2}{\text{stinaH}} * \sum_{n=0}^{80} \frac{(-1)^n * \text{Gamma}\left[\frac{1.5n+1}{\text{stinaH}}\right]}{(n!)^2} * \frac{\left( \frac{1 - \text{stinaH}}{\text{stinas}} * k * \text{Sin}[tetag] \right)^{2n}}{\left( \sqrt{2. * k * \frac{1 - \text{stinaH}}{\text{stinas}} * \text{Cos}[tetag]} \right)^{\frac{2n+2}{\text{stinaH}}}}$$


zz = 10 * Log[10, z]; (* coefficiente di backscattering in cui i valori di H ed s sono gli ultimi stimati*)

c = Plot[Evaluate[zz /. tetag -> tetag Degree], {tetag, 4, 24}, PlotStyle -> Dashing[{0.01, 0.01}], AxesLabel -> {"\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["deg", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\sigma^0\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["[dB]", \nFontSize->14]\]"];

tetadati = {4., 6., 8., 10., 12., 14., 16., 18., 20., 22., 24.};
datim = Table[{tetadati[[i]], \sigma_misurato[[i]]}, {i, 1, 11}];

c1 = ListPlot[datim, PlotStyle -> PointSize[0.02], AxesLabel -> {"\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["deg", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\sigma^0\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["[dB]", \nFontSize->14]\]"]; (* visualizza i dati misurati \sigma_misurato *)

Show[c, c1, AxesLabel -> {"\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["deg", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\sigma^0\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["[dB]", \nFontSize->14]\]"];

```

Appendice 2: Procedura di minimizzazione nell'approccio di Kirchhoff con descrizione frattale in presenza di una parte di dati misurati sperimentalmente in polarizzazione HH e parametri da recuperare non noti.

```
(*****
*****il ciclo For permette di ottenere stime sempre più accurate con passi più bassi ed in
intervalli più piccoli*****
For[i = 1, i < 3,
```

```
inf1 = a[[i + 1]] - passo1 / (10 ^ (i - 1));
sup1 = a[[i + 1]] + passo1 / (10 ^ (i - 1));
inf2 = b[[i + 1]] - passo2 / (10 ^ (i - 1));
sup2 = b[[i + 1]] + passo2 / (10 ^ (i - 1));
```

```
If[err1 >= soglia || err2 >= soglia,
```

```
sum = Table[somma, {s, inf1 + 10 ^ (-5), sup1, passo1 / 10 ^ i}, {H, inf2, sup2 - 10 ^ (-5), passo2 / 10 ^ i};
m = Min[sum];
pos = Position[sum, m];
a[[i + 2]] = inf1 + (pos[[1, 1]] - 1) * passo1 / 10 ^ i;
b[[i + 2]] = inf2 + (pos[[1, 2]] - 1) * passo2 / 10 ^ i;
err1 = (a[[i + 2]] - a[[i + 1]]) ^ 2.;
err2 = (b[[i + 2]] - b[[i + 1]]) ^ 2.;
Print[a[[i + 2]]]
Print[b[[i + 2]]]
Print[err1]
Print[err2]
Clear[tetag, z, zz]
```

$$z = \frac{k^2 \cdot \left(\frac{1 - b[[i+2]]}{\sqrt{a[[i+2]]}} \right)^2 \cdot \text{Cos}[tetag]^2}{b[[i+2]]} \cdot \sum_{n=0}^{80} \frac{(-1)^n \cdot \text{Gamma}\left[\frac{1+n+1}{b[[i+2]]}\right]}{(n!)^2} \cdot \frac{\left(\frac{1 - b[[i+2]]}{\sqrt{a[[i+2]]}} \cdot k \cdot \text{Sin}[tetag] \right)^{2+n}}{\left(\sqrt{2} \cdot k \cdot \frac{1 - b[[i+2]]}{\sqrt{a[[i+2]]}} \cdot \text{Cos}[tetag] \right)^{\frac{2+n+2}{b[[i+2]]}}};$$

```
zz = 10 * Log[10, z]; (* coefficiente di backscattering in cui i valori di H ed s sono gli ultimi stimati*)
```

```
c = Plot[Evaluate[zz /. tetag -> tetag Degree], {tetag, 4, 24}, PlotStyle -> Dashing[{0.01, 0.01}], AxesLabel -> {"\!\(\\"
StyleBox[\!\(\theta\)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\ \)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\ \)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\deg\)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\ \)", \nFontSize->14]\!\)\", "\!\(\\"
StyleBox[\!\(\sigma^0\)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\text{dB}\)", \nFontSize->14]\!\)\}];
```

```
tetadati = {4., 6., 8., 10., 12., 14., 16., 18., 20., 22., 24.};
datin = Table[{tetadati[[j]], \sigma_misurato[[j]]}, {j, 1, 11}];
```

```
c1 = ListPlot[datin, PlotStyle -> PointSize[0.02], AxesLabel -> {"\!\(\\"
StyleBox[\!\(\theta\)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\ \)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\ \)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\deg\)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\ \)", \nFontSize->14]\!\)\", "\!\(\\"
StyleBox[\!\(\sigma^0\)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\text{dB}\)", \nFontSize->14]\!\)\}]; (* visualizza i dati misurati \sigma_misurato *)
```

```
Show[c, c1, AxesLabel -> {"\!\(\\"
StyleBox[\!\(\theta\)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\ \)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\ \)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\deg\)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\ \)", \nFontSize->14]\!\)\", "\!\(\\"
StyleBox[\!\(\sigma^0\)", \nFontSize->14]\!\)\!\(\\"
StyleBox[\!\(\text{dB}\)", \nFontSize->14]\!\)\}]]
, 0];
```

```
i++];
```

Appendice 3: Procedura di minimizzazione nell'approccio di Kirchhoff con descrizione frattale in presenza di una parte di dati simulati e parametri da recuperare noti.

```

Clear[somma, sum, pos, err1, err2, stinas, stinaH]

(*****
*****dati di ingresso*****

f = 10^10;
c = 3 * 10^8;
k = 2 Pi f / c;
Hr = 0.7; (*valore reale di H*)
b = 0.01;
tau = 1.1;
k0 =  $\frac{2. * \pi}{\tau}$ ;
ni = 0.5 * e;
s0 =  $\frac{2 * \pi * Hr * b^2}{(ni^{Hr} - ni^{-Hr}) * k0^{-2*Hr}}$ ;
s2 =  $\frac{s0 * 2^{-2*Hr} * \text{Gamma}[1. - Hr]}{2. * \pi * Hr * \text{Gamma}[1. + Hr]}$ ;
sr =  $\sqrt{s2}$ ; (*valore reale di s*)
t =  $\frac{1-Hr}{\sqrt{sr}}$ ;

(*****
***** $\sigma_{\text{simulato}} = \text{dati simulati}$ *****


$$\sigma_{\text{simulato}} = \text{Function}[teta, 10 * \text{Log}[10, \frac{k^2 * (1-Hr/\sqrt{sr})^2 * \text{Cos}[teta]^2}{Hr} + \sum_{n=0}^{80} \frac{(-1)^n * \text{Gamma}[\frac{1. * n + 1}{Hr}]}{(n!)^2} * \frac{(1-Hr/\sqrt{sr} * k * \text{Sin}[teta])^{2 * n}}{(\sqrt{2.} * k * 1-Hr/\sqrt{sr} * \text{Cos}[teta])^{\frac{2 * n + 2}{Hr}}}] ] ]$$


{4.°, 6.°, 8.°, 10.°, 12.°, 14.°, 16.°, 18.°, 20.°, 22.°, 24.°}];

(*****
***** $\sigma_{\text{teorico}}$  = i dati reali sono stati calcolati come campionamento del coefficiente di
backscattering teorico a differenti angoli di incidenza con H ed s incogniti*****


$$\sigma_{\text{teorico}} = \text{Function}[teta, 10 * \text{Log}[10, \frac{k^2 * (1-Hr/\sqrt{s})^2 * \text{Cos}[teta]^2}{H} + \sum_{n=0}^{80} \frac{(-1)^n * \text{Gamma}[\frac{1. * n + 1}{Hr}]}{(n!)^2} * \frac{(1-Hr/\sqrt{s} * k * \text{Sin}[teta])^{2 * n}}{(\sqrt{2.} * k * 1-Hr/\sqrt{s} * \text{Cos}[teta])^{\frac{2 * n + 2}{Hr}}}] ] ]$$


{4.°, 6.°, 8.°, 10.°, 12.°, 14.°, 16.°, 18.°, 20.°, 22.°, 24.°}];

(*****
*****diff=modulo quadro della differenza tra i valori simulati e quelli reali del coefficiente *****

diff = Abs[ $\sigma_{\text{teorico}} - \sigma_{\text{simulato}}$ ];
somma = Tr[diff] / 11; (*divido per il numero di angoli di incidenza: ai fini dell' algoritmo è inutile*)
passo1 = 0.1; (* passo di campionamento per s*)
passo2 = 0.1; (* passo di campionamento per H*)

(*****
*****sum rappresenta la somma dei moduli quadri delle differenzetra i valori simulati e quelli reali del
coefficiente valutata al variare di H ed s in un intervallo con passo iniziale pari a 0.1*****

sum = Table[somma, {s, 0.00001, 1. - 0.00001, passo1}, {H, 0.00001, 1. - 0.00001, passo2}];

n = Min[sum];

pos = Position[sum, n];
stinas = (pos[[1, 1]] - 1) * passo1 (*stima iniziale di s*)
stinaH = (pos[[1, 2]] - 1) * passo2 (*stima iniziale di H*)
err1 = (sr - stinas)^2; (*differenza quadratica tra valore reale e stimato*)
err2 = (Hr - stinaH)^2;

soglia = 10.^(-5);

```

```
(*****
*****il ciclo For permette di ottenere stime sempre più accurate con passi più bassi ed in
intervalli più piccoli*****
For[i = 1, i < 3,

  inf1 = stinas - passo1 / (10^(i - 1));
  sup1 = stinas + passo1 / (10^(i - 1));
  inf2 = stinaH - passo2 / (10^(i - 1));
  sup2 = stinaH + passo2 / (10^(i - 1));

  If[err1 >= soglia || err2 >= soglia,

    sum = Table[somma, {s, inf1 + 10^(-5), sup1, passo1 / 10^i}, {H, inf2, sup2 - 10^(-5), passo2 / 10^i}];
    m = Min[sum];
    pos = Position[sum, m];
    stinas = inf1 + (pos[[1, 1]] - 1) * passo1 / 10^i;
    stinaH = inf2 + (pos[[1, 2]] - 1) * passo2 / 10^i;
    err1 = (sr - stinas)^2.;
    err2 = (Hr - stinaH)^2.;
    Print[stinas]
    Print[stinaH]
    Print[err1]
    Print[err2]
    , 0];

  i++];

Clear[tetag, z, zz]

z = 
$$k^2 * \frac{\left( \frac{1 - \text{stinaH}}{\sqrt{\text{stinas}}} \right)^2 + \text{Cos}[tetag]^2}{\text{stinaH}} * \sum_{n=0}^{80} \frac{(-1)^n * \text{Gamma}\left[\frac{1.5n+1}{\text{stinaH}}\right]}{(n!)^2} * \frac{\left( \frac{1 - \text{stinaH}}{\sqrt{\text{stinas}}} * k * \text{Sin}[tetag] \right)^{2n}}{\left( \sqrt{2. * k * \frac{1 - \text{stinaH}}{\sqrt{\text{stinas}}} * \text{Cos}[tetag]} \right)^{\frac{2n+2}{\text{stinaH}}}}$$
;

zz = 10 * Log[10, z]; (* coefficiente di backscattering in cui i valori di H ed s sono gli ultimi stimati*)

c = Plot[Evaluate[zz /. tetag -> tetag Degree], {tetag, 4, 24}, PlotStyle -> Dashing[{0.01, 0.01}], AxesLabel -> {"\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["deg", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[sigma^0\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["[dB]", \nFontSize->14]\]"];

tetadati = {4., 6., 8., 10., 12., 14., 16., 18., 20., 22., 24.};
datim = Table[{tetadati[[i]], sigmaSimulato[[i]]}, {1, 1, 11}];

c1 = ListPlot[datim, PlotStyle -> PointSize[0.02], AxesLabel -> {"\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["deg", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[sigma^0\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["[dB]", \nFontSize->14]\]"]; (* visualizza i dati simulati sigmaSimulato *)

Show[c, c1, AxesLabel -> {"\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["deg", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[theta\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["\[\[sigma^0\]", \nFontSize->14]\]\[\[theta\]
StyleBox["[dB]", \nFontSize->14]\]"];

```

Appendice 4: Procedura di minimizzazione nell'approccio di Kirchhoff con descrizione frattale in presenza di una parte di dati simulati affetti da rumore e parametri da recuperare noti.

```

Clear[somma, sum, pos, err1, err2, stinas, stinaH]

(*****
*****dati di ingresso*****

f = 10^10;
c = 3 * 10^8;
k = 2 Pi f / c;
Hr = 0.7; (*valore reale di H*)
b = 0.01;
tau = 1.1;
k0 = (2. * Pi) / tau;
ni = 0.5 * e;
s0 = (2 * Pi * Hr * b^2) / ((ni^Hr - ni^-Hr) * k0^-2 * iHr);
s2 = (s0 * 2^-2 * iHr * Gamma[1. - Hr]) / (2. * Pi * Hr * Gamma[1. + Hr]);
sr = Sqrt[s2]; (*valore reale di s*)
t = (1 - Hr) / Sqrt[sr];

(*****
*****sigma_simulato = dati simulati*****

sigma_simulato = Function[teta, 10 * Log[10, (k^2 * ((1 - Hr) / Sqrt[sr])^2 * Cos[teta]^2) / Hr * Sum[(-1)^n * Gamma[1 + n + 1] / Hr, {n, 0, 80}] / (n!)^2 * ((1 - Hr) / Sqrt[sr] * k * Sin[teta])^2 * n / ((Sqrt[2. * k * (1 - Hr) / Sqrt[sr] * Cos[teta])^(2 * n + 2) / Hr)]]];

{4.°, 6.°, 8.°, 10.°, 12.°, 14.°, 16.°, 18.°, 20.°, 22.°, 24.°};

(*****
*****sigma_teorico = i dati reali sono stati calcolati come campionamento del coefficiente di
backscattering teorico a differenti angoli di incidenza con H ed s incogniti*****

sigma_teorico = Function[teta, 10 * Log[10, (k^2 * ((1 - Hr) / Sqrt[s])^2 * Cos[teta]^2) / H * Sum[(-1)^n * Gamma[1 + n + 1] / H, {n, 0, 80}] / (n!)^2 * ((1 - Hr) / Sqrt[s] * k * Sin[teta])^2 * n / ((Sqrt[2. * k * (1 - Hr) / Sqrt[s] * Cos[teta])^(2 * n + 2) / H)]]];

{4.°, 6.°, 8.°, 10.°, 12.°, 14.°, 16.°, 18.°, 20.°, 22.°, 24.°};

(*****
*****introduzione del rumore additivo gaussiano sui dati simulati (in scala lineare)*****

S = Variance[10^(sigma_simulato / 10)]; (*varianza dei dati simulati*)
<<Statistics`ContinuousDistributions`
sigmaquadro = S / 100; (*supponiamo un SNR=20 dB*)
noise = NormalDistribution[0, sigmaquadro];
NN = 200; (*200 realizzazioni del rumore*)
datimis = Table[0, {11}]; (*dati misurati*)

```

```

(*****)
(*****procedura di media dei dati misurati su varie realizzazioni del rumore*****)

For[j = 1, j <= NN, j++,

  noisegaus = Table[Random[noise], {11}];
  datimis += 10^( $\sigma_{\text{simulato}} / 10$ ) + noisegaus;
];

(* i dati effettivamente misurati sono quelli simulati affetti da rumore e mediati sul numero di realizzazioni*)

datimisurati = datimis / NN;
 $\sigma_{\text{simulato.rumore}} = 10 * \text{Log}[10, \text{datimisurati}]$ ;

(*****)
(*****diff=modulo quadro della differenza tra i valori simulati e quelli reali del coefficiente *****)

diff = Abs[ $\sigma_{\text{teorico}} - \sigma_{\text{simulato.rumore}}$ ]2;
somma = Tr[diff]/11; (*divido per il numero di angoli di incidenza:ai fini dell'algoritmo è inutile*)
passo1 = 0.1; (* passo di campionamento per s*)
passo2 = 0.1; (* passo di campionamento per H*)

(*****)
(*****sum rappresenta la somma dei moduli quadri delle differenzetra i valori simulati e quelli reali del
coefficiente valutata al variare di H ed s in un intervallo con passo iniziale pari a 0.1*****)

sum = Table[somma, {s, 0.00001, 1. - 0.00001, passo1}, {H, 0.00001, 1. - 0.00001, passo2}];

m = Min[sum];

pos = Position[sum, m];
stimas = (pos[[1, 1]] - 1) * passo1 (*stima iniziale di s*)
stimaH = (pos[[1, 2]] - 1) * passo2 (*stima iniziale di H*)
err1 = (sr - stimas)2.; (*differenza quadratica tra valore reale e stimato*)
err2 = (Hr - stimaH)2.;

soglia = 10.^(-5);
(*****)
(*****il ciclo For permette di ottenere stime sempre più accurate con passi più bassi ed in
intervalli più piccoli*****)
For[i = 1, i < 3,

  inf1 = stimas - passo1 / (10^(i - 1));
  sup1 = stimas + passo1 / (10^(i - 1));
  inf2 = stimaH - passo2 / (10^(i - 1));
  sup2 = stimaH + passo2 / (10^(i - 1));

  If[err1 >= soglia || err2 >= soglia,

    sum = Table[somma, {s, inf1 + 10^(-5), sup1, passo1 / 10^i}, {H, inf2, sup2 - 10^(-5), passo2 / 10^i}];
    m = Min[sum];
    pos = Position[sum, m];
    stimas = inf1 + (pos[[1, 1]] - 1) * passo1 / 10^i;
    stimaH = inf2 + (pos[[1, 2]] - 1) * passo2 / 10^i;
    err1 = (sr - stimas)2.;
    err2 = (Hr - stimaH)2.;
    Print[stimas]
    Print[stimaH]
    Print[err1]
    Print [err2]
    , 0];

  i++];

```



```
Clear[tetag, z, zz]
```

$$z = \frac{k^2 * \left(\sqrt[1-stimaf]{stimas} \right)^2 * \text{Cos}[tetag]^2}{stimaH} * \sum_{n=0}^{80} \frac{(-1)^n * \text{Gamma}\left[\frac{1-stimaf}{stimaH}\right]}{(n!)^2} * \frac{\left(\sqrt[1-stimaf]{stimas} * k * \text{Sin}[tetag] \right)^{2*n}}{\left(\sqrt{2. * k * \sqrt[1-stimaf]{stimas} * \text{Cos}[tetag]} \right)^{\frac{2*n+2}{stimaH}}};$$

```
zz = 10 * Log[10, z]; (* coefficiente di backscattering in cui i valori di H ed s sono gli ultimi stimati *)
```

```
c = Plot[Evaluate[zz /. tetag -> tetag Degree], {tetag, 4, 24}, PlotStyle -> Dashing[{0.01, 0.01}], AxesLabel -> {"\!\(\\"
StyleBox[\\" \theta \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" [\", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" deg \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" ] \", \nFontSize->14]\)", "\!\(\\"
StyleBox[\\" (\sigma^0) \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" [dB] \", \nFontSize->14]\)"}];
```

```
tetadati = {4., 6., 8., 10., 12., 14., 16., 18., 20., 22., 24.};
```

```
datin = Table[{tetadati[[i]], sigmaSimulatoRumore[[i]]}, {i, 1, 11}];
```

```
c1 = ListPlot[datin, PlotStyle -> PointSize[0.02], AxesLabel -> {"\!\(\\"
StyleBox[\\" \theta \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" [\", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" deg \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" ] \", \nFontSize->14]\)", "\!\(\\"
StyleBox[\\" (\sigma^0) \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" [dB] \", \nFontSize->14]\)"}]; (* visualizza i dati simulati sigmaSimulatoRumore *)
```

```
Show[c, c1, AxesLabel -> {"\!\(\\"
StyleBox[\\" \theta \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" [\", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" deg \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" ] \", \nFontSize->14]\)", "\!\(\\"
StyleBox[\\" (\sigma^0) \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[\\" [dB] \", \nFontSize->14]\)"}];
```

Appendice 5: Procedura di minimizzazione nell'approccio di Kirchhoff con descrizione classica in presenza di una parte di dati misurati sperimentalmente in polarizzazione HH e parametri da recuperare non noti.

```

Clear[sum, somma, po, err1, err2, stimas, stinal]

(*****
(*****dati di ingresso*****

f = 10^10;
c = 3 * 10^8;
k = 2 Pi f / c;
sig = 0.007;
elle = 0.033;

rv = 1.;
mmax = 50;

teta = {4.°, 6.°, 8.°, 10.°, 12.°, 14.°, 16.°, 18.°, 20.°, 22.°, 24.°};
ff = 1.5;
σmisurato = {13.5478 - ff, 13.1645 - ff, 11.9664 - ff, 10.0668 - ff, 8.59787 - ff, 6.85811 - ff, 5.55757 - ff, 4.38034 - ff,
3.04966 - ff, 1.67839 - ff, 0.484580 - ff};

(*****Coefficiente teorico descritto con autocorrelazione esponenziale*****
σteorico =
Function[teta,
10 *
Log[10, Abs[Sum[(2 * (k+1)^2 * Abs[rv]^2 * Cos[teta]^2) Exp[-(2 * k * s * Cos[teta])^2] (2 * k * s * Cos[teta])^(2 m)
(1 + (2 * k + 1 Sin[teta] / m)^2)^(-1.5) / (m^2 Gamma[m + 1]), {m, 1, mmax}]]][teta];

(*σ1teorico=
Function[teta,
10 *
Log[10, Abs[Sum[(2 * (k+1)^2 * Abs[rv]^2 * Cos[teta]^2) Exp[-(2 * k * s * Cos[teta])^2] (2 * k * s * Cos[teta])^(2 m)
Exp[-(2 * k + 1 Sin[teta])^2 / 4 / m] / (2 * m * Gamma[m + 1]), {m, 1, mmax}]]][teta];
(*coefficiente teorico descritto con autocorrelazione gaussiana*)
*)

a = Array[stimas, 4];
b = Array[stinal, 4];
diff = Abs[σteorico - σmisurato]^2;
somma = Tr[diff] / 11;
passo0 = 0.02;
passo00 = 0.02;

(*****
(*****sum rappresenta la somma dei moduli quadri delle differenze tra i datireali e quelli misurati affetti
da rumore valutata al variare di H ed s in un intervallo con passo iniziale pari a 0.1*****

sum = Table[somma, {s, 0.00001, 1, passo0}, {1, 0.00001, 1, passo00}];

n = Min[sum];

po = Position[sum, n];
a[[1]] = (po[[1, 1]] - 1) * passo0
b[[1]] = (po[[1, 2]] - 1) * passo00

Clear[sum, n, po]
passo1 = 0.01;
passo2 = 0.01;
sum = Table[somma, {s, 0.00001, 1, passo1}, {1, 0.00001, 1, passo2}];

n = Min[sum];

po = Position[sum, n];
a[[2]] = (po[[1, 1]] - 1) * passo1
b[[2]] = (po[[1, 2]] - 1) * passo2
err1 = (a[[1]] - a[[2]])^2;
err2 = (b[[1]] - b[[2]])^2;
soglia = 10.^(-5);

```

```

For[i = 1, i < 3,

  inf1 = a[[i + 1]] - passo1 / (10 ^ (i - 1));
  sup1 = a[[i + 1]] + passo1 / (10 ^ (i - 1));
  inf2 = b[[i + 1]] - passo2 / (10 ^ (i - 1));
  sup2 = b[[i + 1]] + passo2 / (10 ^ (i - 1));

  If[err1 >= soglia || err2 >= soglia,

    ggg = Table[gg, {s, inf1 + 10 ^ (-5), sup1, passo1 / 10 ^ i}, {1, inf2, sup2 - 10 ^ (-5), passo2 / 10 ^ i}];
    m = Min[ggg];
    po = Position[ggg, m];
    a[[i + 2]] = sinf + (po[[1, 1]] - 1) * passo1 / 10 ^ i;
    b[[i + 2]] = inf1 + (po[[1, 2]] - 1) * passo2 / 10 ^ i;
    err1 = (a[[i + 2]] - a[[i + 1]]) ^ 2.;
    err2 = (b[[i + 2]] - b[[i + 1]]) ^ 2.;
    Print[a[[i + 2]]]
    Print[b[[i + 2]]]
    Print[err1]
    Print[err2]
    Clear[teta, z, zz]
    z = Abs[Sum[(2 (k * b[[i + 2]]) ^ 2 Abs[rsv] ^ 2 Cos[tettag] ^ 2) Exp[-(2 k * a[[i + 2]] * Cos[tettag]) ^ 2]
      (2 k * a[[i + 2]] * Cos[tettag]) ^ (2 m) (1 + (2 k * b[[i + 2]] * Sin[tettag] / m) ^ 2) ^ (-1.5) / (m ^ 2 Gamma[m + 1]), {m, 1, mmax}]];
    zz = 10 * Log[10, z];
    c = Plot[Evaluate[zz /. tettag -> tettag Degree], {tettag, 4, 24}, PlotStyle -> Dashing[{0.01, 0.01}], AxesLabel -> {"\[\(\(\)*
StyleBox[\\" \theta\", \nFontSize->14]\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" \", \nFontSize->14]\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" [\", \nFontSize->14]\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" deg\", \nFontSize->14]\)\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" ]\", \nFontSize->14]\)\)", "\[\(\(\)*
StyleBox[\{sigma^0\", \nFontSize->14]\)\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" [dB]\", \nFontSize->14]\)\)"}];
    tetadati = {4., 6., 8., 10., 12., 14., 16., 18., 20., 22., 24.};
    datim = Table[{tetadati[[j]], sigma_maxo[[j]]}, {j, 1, 11}];

    c1 = ListPlot[datim, PlotStyle -> PointSize[0.02], AxesLabel -> {"\[\(\(\)*
StyleBox[\\" \theta\", \nFontSize->14]\)\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" \", \nFontSize->14]\)\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" [\", \nFontSize->14]\)\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" deg\", \nFontSize->14]\)\)\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" ]\", \nFontSize->14]\)\)", "\[\(\(\)*
StyleBox[\{sigma^0\", \nFontSize->14]\)\)\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" [dB]\", \nFontSize->14]\)\)"}];

    Show[c, c1, AxesLabel -> {"\[\(\(\)*
StyleBox[\\" \theta\", \nFontSize->14]\)\)\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" \", \nFontSize->14]\)\)\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" [\", \nFontSize->14]\)\)\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" deg\", \nFontSize->14]\)\)\)\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" ]\", \nFontSize->14]\)\)", "\[\(\(\)*
StyleBox[\{sigma^0\", \nFontSize->14]\)\)\)\)\)\(\(\)*
StyleBox[\\" [dB]\", \nFontSize->14]\)\)"}];
  ];
  i++;

```

Appendice 6: *Procedura di minimizzazione nell' SPM con descrizione frattale in presenza di una parte di dati misurati sperimentalmente in polarizzazione VV e parametri da recuperare non noti.*

```

Clear[somma, sum, po, err1, err2, stimaS0, stimaH, Hr, S0r]

(*****
*****dati di ingresso*****

k =  $\frac{2 * \pi}{0.03}$ ;
Rh = 1.;
S0r = 0.010
Hr = 0.7
alfar = 2 + 2 * Hr;
Rh = 1.; (* coefficiente di Fresnel per polarizzazione orizzontale per un c.e.p*)
Rv = -(1 + Sin[teta]^2) / (Cos[teta]^2); (* coefficiente di Fresnel per polarizzazione verticale per un c.e.p*)

(*****
***** $\sigma_{misurato}$  = dati misurati sperimentalmente*****

ff = 1.5;

 $\sigma_{misurato}$  = {13.5478 - ff, 13.1645 - ff, 11.9664 - ff, 10.0668 - ff, 8.59787 - ff, 6.85811 - ff, 5.55757 - ff, 4.38034 - ff,
3.04966 - ff, 1.67839 - ff, 0.484580 - ff};

(*****
***** $\sigma_{teorico}$  = i dati reali sono stati calcolati come campionamento del coefficiente di
backscattering teorico a differenti angoli di incidenza con H ed s incogniti*****

teta = {14.°, 16.°, 18.°, 20.°, 22.°, 24.°, 26.°, 28.°, 30.°, 32.°, 34.°, 36.°, 38.°};
 $\sigma_{teorico}$  = Function[teta,  $10 * \text{Log}[10, 4. * k^4 * (\text{Cos}[teta])^4 * \text{Abs}[Rv]^2 * \frac{S0}{\pi * (2. * k * \text{Sin}[teta])^{2+2*H}}]$ ][teta];

(*****
*****diff=modulo quadro della differenza tra i valori simulati e quelli reali del coefficiente *****

diff = Abs[ $\sigma_{teorico}$  -  $\sigma_{misurato}$ ]2;
somma = Tr[diff] / 13; (*divido per il numero di angoli di incidenza:ai fini dell' algoritmo è inutile*)
passo0 = 0.2; (* passo di campionamento per S0*)
passo00 = 0.2; (* passo di campionamento per H*)

(*****
*****sum rappresenta la somma dei moduli quadri delle differenzetra i valori simulati e quelli reali
del coefficiente valutata al variare di H ed S0 in un intervallo con passo iniziale pari a 0.1*****
a = Array[stimaS0, 4];
b = Array[stimaH, 4];
sum = Table[somma, {S0, 0.00001, 1. - 0.00001, passo0}, {H, 0.00001, 1. - 0.00001, passo00}];

m = Min[sum];

po = Position[sum, m];
a[[1]] = (po[[1, 1]] - 1) * passo0 (*prima stima di S0*)
b[[1]] = (po[[1, 2]] - 1) * passo00 (*prima stima di H*)

Clear[sum, m, po]
passo1 = 0.1; (* passo di campionamento per S0*)
passo2 = 0.1; (* passo di campionamento per H*)
sum = Table[somma, {S0, 0.00001, 1. - 0.00001, passo1}, {H, 0.00001, 1. - 0.00001, passo2}];

m = Min[sum];

po = Position[sum, m];
a[[2]] = (po[[1, 1]] - 1) * passo1 (*stima iniziale di S0*)
b[[2]] = (po[[1, 2]] - 1) * passo2 (*stima iniziale di H*)

err1 = (a[[2]] - a[[1]])^2.; (*differenza quadratica tra valore reale e stimato*)
err2 = (b[[2]] - b[[1]])^2.;

soglia = 10.^(-5);

```

```

(*****
(*****il ciclo For permette di ottenere stime sempre più accurate con passi più bassi ed in
intervalli più piccoli*****
For[i = 1, i < 3,

inf1 = a[[i + 1]] - passo1 / (10 ^ (i - 1));
sup1 = a[[i + 1]] + passo1 / (10 ^ (i - 1));
inf2 = b[[i + 1]] - passo2 / (10 ^ (i - 1));
sup2 = b[[i + 1]] + passo2 / (10 ^ (i - 1));

If[err1 >= soglia || err2 >= soglia,

sum = Table[somma, {S0, inf1 + 10 ^ (-5), sup1, passo1 / 10 ^ i}, {H, inf2, sup2 - 10 ^ (-5), passo2 / 10 ^ i}];
m = Min[sum];
po = Position[sum, m];
a[[i + 2]] = inf1 + (po[[1, 1]] - 1) * passo1 / 10 ^ i;
b[[i + 2]] = inf2 + (po[[1, 2]] - 1) * passo2 / 10 ^ i;
err1 = (a[[i + 2]] - a[[i + 1]]) ^ 2.;
err2 = (b[[i + 2]] - b[[i + 1]]) ^ 2.;
Print[a[[i + 2]]]
Print[b[[i + 2]]]
Print[err1]
Print[err2]

Clear[tettag, z, zz, Rv]
Rv = -(1 + Sin[tettag] ^ 2) / (Cos[tettag] ^ 2);
z = 4. * k ^ 4 * (Cos[tettag] ^ 4) * Abs[Rv] ^ 2 * 
$$\frac{a[[i + 2]]}{\pi * (2. * k * Sin[tettag])^{2+2*b[[i+2]];}$$
;
zz = 10 * Log[10, z];
c = Plot[Evaluate[zz /. tettag -> tettag Degree], {tettag, 14., 20.}, ImageSize -> 500, AxesOrigin -> {14, 0},
PlotRange -> {-30, 20}, AxesLabel -> {"\!\(\\"
StyleBox["\theta", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[" \" \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox["[\" \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox["deg\", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox["]\", \nFontSize->14]\)\", "\!\(\\"
StyleBox["(\sigma^0)\", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox["[dB]\", \nFontSize->14]\)\"]];

tetadati = {14., 16., 18., 20., 22., 24., 26., 28., 30., 32., 34., 36., 38.};
datim = Table[{tetadati[[j]], \sigma_misurato[[j]]}, {j, 1, 13}];
c1 = ListPlot[datim, PlotStyle -> PointSize[0.02], ImageSize -> 500, AxesOrigin -> {14, 0}, PlotRange -> {-30, 20},
AxesLabel -> {"\!\(\\"
StyleBox["\theta", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[" \" \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox["[\" \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox["deg\", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox["]\", \nFontSize->14]\)\", "\!\(\\"
StyleBox["(\sigma^0)\", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox["[dB]\", \nFontSize->14]\)\"]];

Show[c, c1, ImageSize -> 500, AxesOrigin -> {14, 0}, PlotRange -> {-30, 20}, AxesLabel -> {"\!\(\\"
StyleBox["\theta", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox[" \" \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox["[\" \", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox["deg\", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox["]\", \nFontSize->14]\)\", "\!\(\\"
StyleBox["(\sigma^0)\", \nFontSize->14]\)\!\(\\"
StyleBox["[dB]\", \nFontSize->14]\)\"]];
, 0]

i++;

```

Appendice 7: Procedura di minimizzazione nell'approccio di Kirchhoff con descrizione frattale in presenza di tutti i dati misurati sperimentalmente in polarizzazione HH e parametri da recuperare non noti.

```

Clear[sum, somma, teta1, teta2, po, n, datir, datireali, dati]
(*****DATI DI INGRESSO*****

f = 10^10;
c = 3 * 10^8;
k = 2 Pi f / c;
Hr = 0.7; (* VALORE REALE DI H*)
b = 0.01;
tau = 1.1;
k0 =  $\frac{2 * \pi}{\tau}$ ;
ni = 0.5 * e;
s0 =  $\frac{2 * \pi * Hr * b^2}{(ni^{Hr} - ni^{-Hr}) * k0^{-2 * Hr}}$ ;
s2 =  $\frac{s0 * 2^{-2 * Hr} * Gamma[1. - Hr]}{2 * \pi * Hr * Gamma[1. + Hr]}$ ;
sr =  $\sqrt{s2}$ ; (* VALORE REALE DI S*)
t =  $\frac{1 - Hr}{\sqrt{sr}}$ ;

(*****MISURE SPERIMENTALI IN DECIBEL PER ANGOLI DI INCIDENZA DA 2 A 68 GRADI CON PASSO DI DUE GRADI*****

ff = 1.5; (* FATTORE CORRETTIVO*)

datir = {13.6496 - ff, 13.5478 - ff, 13.1645 - ff, 11.9664 - ff, 10.0668 - ff, 8.59787 - ff, 6.85811 - ff, 5.55757 - ff,
4.38034 - ff, 3.04966 - ff, 1.67839 - ff, 0.484580 - ff, -0.644188 - ff, -1.77796 - ff, -2.74311 - ff, -3.80000 - ff,
-4.67780 - ff, -5.4510 - ff, -6.19580 - ff, -6.98644 - ff, -7.64271 - ff, -8.10858 - ff, -8.78840 - ff, -9.28875 - ff,
-9.73497 - ff, -10.5573 - ff, -10.5381 - ff, -10.9607 - ff, -11.1317 - ff, -11.4993 - ff, -12.7007 - ff, -13.6531 - ff,
-12.8391 - ff, -12.4956 - ff};
dati = Table[datir[[i]], {i, 1, 12}];

(*****CAMPIONAMENTO DEL COEFFICIENTE DI BACKSCATTERING A DIFFERENTI ANGOLI DI INCIDENZA*****

teta1 = Table[2. * i, {i, 1, 12}]; (* DEFINISCE UN VETTORE DI ANGOLI DA 2 A 26 GRADI*)

(*dati1=Function[teta1, 10 * Log[10,  $\frac{k^2 * (1 - Hr / \sqrt{sr})^2 * \text{Cos}[teta1]^2}{Hr} * \sum_{n=0}^{100} \frac{(-1)^n * Gamma[\frac{1 - n * H + 1}{Hr}]}{(n!)^2} * \frac{(1 - Hr / \sqrt{sr} * k * \text{Sin}[teta1])^{2 * n}}{(\sqrt{2} * k * 1 - Hr / \sqrt{sr} * \text{Cos}[teta1])^{\frac{2 * n * 2}{Hr}}}$ ]] [teta1]; *)

(* VA USATO NEL CASO DI DATI SIMULATI NEL RANGE DI ANGOLI DA 2 A 26 GRADI*)

datireali1 = Function[teta1, 10 * Log[10,  $\frac{k^2 * (1 - Hr / \sqrt{s})^2 * \text{Cos}[teta1]^2}{H} * \sum_{n=0}^{80} \frac{(-1)^n * Gamma[\frac{1 - n * H + 1}{H}]}{(n!)^2} * \frac{(1 - Hr / \sqrt{s} * k * \text{Sin}[teta1])^{2 * n}}{(\sqrt{2} * k * 1 - Hr / \sqrt{s} * \text{Cos}[teta1])^{\frac{2 * n * 2}{H}}}$ ]] [teta1];

teta1; (*SI USA TALE FORMULA PERCHE' IN TALE RANGE DI ANGOLI CONVERGE*)

teta2 = Table[2. * i, {i, 14, 17}]; (* DEFINISCE UN VETTORE DI ANGOLI DA 28 A MASSIMO 68 GRADI*)

(*dati2=Function[teta2, 10 * Log[10,  $k^2 * (1 - Hr / \sqrt{sr})^2 * \text{Cos}[teta2]^2 * Hr * \sum_{n=1}^{100} \frac{(-1)^{n+1} * Gamma[1 - n * Hr]}{(n!)^2 * Gamma[1 - n * Hr]} * \frac{(1 - Hr / \sqrt{sr} * k * \text{Sin}[teta2])^{-2 * n * Hr - 2}}{(\sqrt{2} * k * 1 - Hr / \sqrt{sr} * \text{Cos}[teta2])^{-2 * n}}$ ]] [teta2]; *)

(* VA USATO NEL CASO DI DATI SIMULATI NEL RANGE DI ANGOLI DA 28 A MASSIMO 68 GRADI*)

datireali2 = Function[teta2, 10 * Log[10,  $k^2 * (1 - Hr / \sqrt{s})^2 * \text{Cos}[teta2]^2 * H * \sum_{n=1}^{30} \frac{(-1)^{n+1} * n * Gamma[1 + n * H]}{(n!)^2 * Gamma[1 - n * H]} * \frac{(1 - Hr / \sqrt{s} * k * \text{Sin}[teta2])^{-2 * n * H - 2}}{(\sqrt{2} * k * 1 - Hr / \sqrt{s} * \text{Cos}[teta2])^{-2 * n}}$ ]] [teta2];

teta2; (*SI USA TALE FORMULA PERCHE' IN TALE RANGE DI ANGOLI CONVERGE*)
datireali = Join[datireali1, datireali2]; (*UNISCE I DUE VETTORI DATI DAL CAMPIONAMENTO DEL COEFFICIENTE*)
(*dati=Join[dati1, dati2]; *)

(*****PROCEDURA DI MINIMIZZAZIONE*****

a = Array[stimaS, 4];
b = Array[stimaH, 4];
diff = Abs[datireali1 - dati]^2;
somma = Tr[diff]; (*TR SOMMA GLI ELEMENTI DEL VETTORE DIFF*)
passo0 = 0.01;
passo00 = 0.2;
passo1 = 0.005; (*PASSO DI CAMPIONAMENTO PER S*)
passo2 = 0.1;
(*PASSO DI CAMPIONAMENTO PER H*)

```

```

(****SUM E' UNA MATRICE DATA DAL CAMPIONAMENTO DELLA FUNZIONE SOMMA AL VARIARE DEI PARAMETRI DA RECUPERARE
  IN UN RANGE PREFISSATO E CON UN PASSO STABILITO*****

sum = Table[somma, {s, 0.000001, 0.2, passo0}, {H, 0.00001, 1. - 0.00001, passo0}];

(*p=Plot3D[somma,{s,0.1,0.9},{H,0.1,0.9}];*) (* GRAFICA LA FUNZIONE SOMMA*)
n = Min[sum]; (*MINIMO DELLA MATRICE*)

po = Position[sum, n]; (*POSIZIONE DEL MINIMO*)
a[[1]] = (po[[1, 1]] - 1) * passo0; (*STIMA AL PRIMO PASSO DI S*)
b[[1]] = (po[[1, 2]] - 1) * passo0; (*STIMA AL PRIMO PASSO DI H*)
Print["STIMA DI S =", a[[1]]]
Print["STIMA DI H =", b[[1]]]
Clear[sum, po, n]
sum = Table[somma, {s, 0.000001, 0.2, passo1}, {H, 0.00001, 1. - 0.00001, passo2}];

(*p=Plot3D[somma,{s,0.1,0.9},{H,0.1,0.9}];*) (* GRAFICA LA FUNZIONE SOMMA*)
n = Min[sum]; (*MINIMO DELLA MATRICE*)

po = Position[sum, n]; (*POSIZIONE DEL MINIMO*)
a[[2]] = (po[[1, 1]] - 1) * passo1; (*STIMA AL PRIMO PASSO DI S*)
b[[2]] = (po[[1, 2]] - 1) * passo2; (*STIMA AL PRIMO PASSO DI H*)
err1 = (a[[2]] - a[[1]])^2.; (*ERRORE DEFINITO COME LO SCARTO QUADRATICO MEDIO TRA VALORE REALE E STIMATO*)
err2 = (b[[2]] - b[[1]])^2.;
Print["STIMA DI S =", a[[2]]]
Print["STIMA DI H =", b[[2]]]
Print["ERRORE SU S =", err1]
Print["ERRORE SU H =", err2]
soglia = 10.^(-5);

(*****IL CICLO FOR PERMETTE DI CALCOLARE DELLE STIME IN INTERVALLI SEMPRE PIU' PICCOLI E CON PRECISIONE
  CRESCENTE*****
Clear[n, po, sum]
For[i = 1, i < 3,
  inf1 = a[[i + 1]] - passo1 / (10^(i - 1));
  sup1 = a[[i + 1]] + passo1 / (10^(i - 1));
  inf2 = b[[i + 1]] - passo2 / (10^(i - 1));
  sup2 = b[[i + 1]] + passo2 / (10^(i - 1));

If[err1 >= soglia || err2 >= soglia,
  sum = Table[somma, {s, inf1 + 10^(-5), sup1, passo1 / (10^i)}, {H, inf2, sup2 - 10^(-5), passo2 / (10^i)}];
  n = Min[sum];
  po = Position[sum, n];
  a[[i + 2]] = inf1 + (po[[1, 1]] - 1) * passo1 / (10^i);
  b[[i + 2]] = inf2 + (po[[1, 2]] - 1) * passo2 / (10^i);
  err1 = (a[[i + 2]] - a[[i + 1]])^2.;
  err2 = (b[[i + 2]] - b[[i + 1]])^2.;
  Print["STIMA DI S =", a[[i + 2]]]
  Print["STIMA DI H =", b[[i + 2]]]
  Print["ERRORE SU S =", err1]
  Print["ERRORE SU H =", err2]
(*****GRAFICI DEI DATI MISURATI E DEL COEFFICIENTE TEORICO VALUTATO CON I VALORI STIMATI*****

Clear[tetag, z, zz, z1, zz1, c]

$$z = \frac{k^2 * \left( \frac{1-b[[i]]}{\sqrt{a[[i]]}} \right)^2 * \text{Cos}[tetag]^2}{b[[i]]} * \sum_{n=0}^{80} \frac{(-1)^n * \text{Gamma}\left[\frac{1+n+1}{b[[i]]}\right]}{(n!)^2} * \frac{\left( \frac{1-b[[i]]}{\sqrt{a[[i]]}} * k * \text{Sin}[tetag] \right)^{2+n}}{\left( \sqrt{2. * k * \frac{1-b[[i]]}{\sqrt{a[[i]]}} * \text{Cos}[tetag]} \right)^{\frac{2+n+2}{b[[i]]}}};$$

zz = 10 * Log[10, z];

$$z1 = k^2 * \left( \frac{1-b[[i]]}{\sqrt{a[[i]]}} \right)^2 * \text{Cos}[tetag]^2 * b[[i]] + \sum_{n=1}^{30} \frac{(-1)^{n+1} * n * \text{Gamma}[1+n+b[[i]]]}{(n!)^2 * \text{Gamma}[1-n+b[[i]]]} * \frac{\left( \frac{1-b[[i]]}{\sqrt{a[[i]]}} * k * \text{Sin}[tetag] \right)^{-2+n*b[[i]]-2}}{\left( \sqrt{2. * k * \frac{1-b[[i]]}{\sqrt{a[[i]]}} * \text{Cos}[tetag]} \right)^{1-2*n}};$$

zz1 = 10 * Log[10, z1] + 0.3;

```

```

Print["GRAFICO DEL COEFFICIENTE TEORICO NEL RANGE [2°,26°] CON GLI ULTIMI VALORI STIMATI DALL'ALGORITMO"]

c = Plot[Evaluate[zz /. tetag -> tetag Degree], {tetag, 2, 180/6.6}, PlotStyle -> Dashing[{0.01, 0.01}], AxesLabel -> {"\!\(\*\*
StyleBox[\\"θ\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" \"\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" [\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" deg\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" ]\", \nFontSize->14]\)", "\!\(\*\*
StyleBox[\\" (σ\^0\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" [dB\", \nFontSize->14]\)"}];

Print["GRAFICO DEL COEFFICIENTE TEORICO NEL RANGE [28°,68°] CON GLI ULTIMI VALORI STIMATI DALL'ALGORITMO"]

c1 = Plot[Evaluate[zz1 /. tetag -> tetag Degree], {tetag, 180/6.8, 68}, PlotStyle -> Dashing[{0.01, 0.01}], AxesLabel -> {"\!\(\*\*
StyleBox[\\"θ\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" \"\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" [\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" deg\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" ]\", \nFontSize->14]\)", "\!\(\*\*
StyleBox[\\" (σ\^0\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" [dB\", \nFontSize->14]\)"}];

Print["GRAFICO DEI DATI MISURATI NEL RANGE [2°,68°]"]

tetadati = Table[2. * j, {j, 1, 34}];
datim = Table[{tetadati[[j]], datir[[j]]}, {j, 1, 14}];
c2 = ListPlot[datim, PlotStyle -> PointSize[0.02], AxesLabel -> {"\!\(\*\*
StyleBox[\\"θ\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" \"\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" [\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" deg\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" ]\", \nFontSize->14]\)", "\!\(\*\*
StyleBox[\\" (σ\^0\", \nFontSize->14]\)\!\(\*\*
StyleBox[\\" [dB\", \nFontSize->14]\)"}];

Print["SOVRAPPOSIZIONE DEI GRAFICI NEL RANGE [2°,68°]"]
Show[c, c1, c2], 0];

i++;

```


Bibliografia

- [1] G. Franceschetti, A. Iodice, S. Maddaluno, D. Riccio, “*A fractal-based theoretical framework for retrieval of surface parameters from electromagnetic backscattering data*”, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol.38, no.2, pp.641-650, Mar.2000.
- [2] E. Ceraldi, G. Franceschetti, A. Iodice, D. Riccio, “*Estimating the soil dielectric constant via scattering measurements along the specular direction*”, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol.43, no.2, Feb.2005.
- [3] Y. Oh, K. Sarabandi, F.T. Ulaby, “*An empirical model and an inversion technique for radar scattering from bare soil surfaces*”, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol.30, no.2, Mar.1992.
- [4] A. Loew, W. Mauser, “*A semi-empirical surface backscattering model for bare soil surfaces based on a generalized power law spectrum approach*”, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing.
- [5] F.T. Ulaby, R. Moore, A.K. Fung, “*Microwave Remote Sensing Active and Passive.*” Reading, MA: Addison-Wesley, 1982, vol.2, Radar Remote Sensing and Surface Scattering and Emission Theory.
- [6] G. Franceschetti, A. Iodice, D. Riccio, “*Fractal Models for Scattering from Natural Surfaces*” in *Scattering*, edito da R.Pike e P.Sabatier, Academic Press, Londra, U.K., 2000.
- [7] J. Shi, J. Wang, A.Y. Hsu, P.E. O’Neill, E.T. Engman, “*Estimation of bare surface soil moisture and surface roughness parameter using L-band SAR image data*”, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol.35, no.5, Sep.1997.
- [8] J.J.Van Zyl, “*Application of Cloude’s target decomposition theorem to polarimetry imaging radar data*”, in PIERS Progress in Electromagnetic Research Symp.,1993.

- [9] A.K. Fung, Z. Li, K.S. Chen, “*Backscattering from a randomly rough dielectric surface*”, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol.30, pp. 356-369, Mar.1992.
- [10] A.K. Fung, in “*Microwave Scattering and Emission Models and Their Applications*”, Norwood, MA: Artech House, 1994.
- [11] M.C. Dobson, F.T. Ulaby, M.T. Hallinaiken, M.A. El-Rayes, “*Microwave dielectric behaviour of wet soil, Part II: Dielectric mixing models*”, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. GRS-23, pp. 35-46, Jan.1985.
- [12] M.C. Dobson, F.T. Ulaby, M.T. Hallinaiken, M.A. El-Rayes, “*Microwave dielectric behaviour of wet soil, Part I: Empirical models and experimental observations*”, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. GE-23, pp. 25-34, 1985.
- [13] N.P. Peplinski, F.T. Ulaby, M.C. Dobson, “*Dielectric properties of soil in the 0.3-13 GHz range*”, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 33, pp. 803-807, May 1995.
- [14] H. Yamasaki, J. Awaka, A. Tahahashi, K. Okamoto, T. Ihara, “*Measurements of soil backscatter with a 60 GHz scatterometer*”, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing Symp. (IGARSS '91) Digest, vol.2, pp.403-406, 1991.
- [15] A. Loew, W. Mauser, “*A two parameter for backscattering model for bare soil surfaces*”, in Proc. IGARSS, vol.2, Anchorage, AK, Sep.20-24, 2004, pp.811-814.
- [16] G. Ruello, P.Blanco, A.Iodice, J.J.Mallorqui, D.Riccio, A.Broquetas, G.Franceschetti, “*Electromagnetic scattering measurements on a fractal surface*”.
- [17] K.Falconer, “*Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*”, New York: Wiley, 1990
- [18] B.B. Mandelbrot, “*The Fractal Geometry of Nature.*”, New York:W.H.Freeman & C., 1983.

- [19] M.Abramovitz e I.A. Stegun, "*Handbook of Mathematical Functions*", New York: Dover,1970.
- [20] G. Franceschetti, "*Theory, Techniques and Engineering Paradigms*", Hardcover 1998, Kluwer Academic Pub.
- [21] G. Franceschetti, "*Campi Elettromagnetici*", seconda edizione 1983, Bollati Boringhieri.
- [22] I.S.Gradsteyn, I.M.Ryzhik, "*Table of integrals, series, and products*", sixth edition, Editor Alan Jeffrey, Associate Editor Dan Zwillinger.
- [23] G.Franceschetti, M.Migliaccio, D.Riccio, "*The validity of the Kirchhoff approximation for fractal surface scattering*", Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS '99) vol. 5, pp. 2407-2409, 28 June-2 July 1999.
- [24] A.K Sultan-Salem, G.L Tyler, "*Validity of the Kirchhoff approximation for electromagnetic wave scattering from fractal surfaces*", IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 42, pp. 1860-1870, Sept. 2004.
- [25] G. Franceschetti, A. Iodice, M.Migliaccio, D. Riccio, "*Scattering from natural rough surfaces modeled by fractional Brownian motion two-dimensional processes*", Antennas and Propagation, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 47, pp. 1405-1415, Sept. 1999.
- [26] P. Beckmann, A. Spizzichino, "*The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces.*", New York: Macmillan, 1963.
- [27] A.K. Fung, G.W.Pan, "*A scattering model for perfectly conducting random surface: I. Model development. II. Range of validity*", Int.J. Remote Sensing, vol.8, no.11, pp. 1579-1605, 1987.
- [28] A. Collaro, G.Franceschetti, M.Migliaccio, D.Riccio, "*Gaussian rough surfaces and Kirchhoff approximation*", Antennas and Propagation, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 47, pp. 392-398, Feb. 1999.

[29] Berry M. V. and Z.V. Lewis, “*On the Weierstrass- Mandelbrot Fractal Function*”, Proc. R. Soc. Lond.,A 370, pp. 459-484, 1980.

[30] G. Franceschetti, A. Iodice, D. Riccio, G. Ruello, “*Fractal Surfaces and Electromagnetic Extended Boundary Conditions*”, IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 40, n.5, pp. 1018-1031, May 2002.

[31] Franceschetti G., A. Iodice, M. Migliaccio, D. Riccio, “*Scattering from natural rough surfaces modelled by fractional Brownian motion two-dimensional processes*”, IEEE Trans. Antennas Prop., vol. 47, pp.1405-1415, 1999.

[32] Franceschetti G., A. Iodice, M. Migliaccio, D. Riccio, “*Fractals and the small perturbation scattering model*”, Radio Science, vol. 34, n. 5, pp. 1043-1054, Sept.-Oct. 1999.