

## Previsioni: Filosofia e Matematica

di Roberto Chiappi

### Abstract:

*L' articolo fa cenno alle modalità di previsione del futuro che hanno assillato l'umanità sin dai primordi; successivamente riporta i contributi da un lato di matematici e scienziati (Laplace, Newton, Poincaré, De Finetti, Lorenz, ecc.) e dall'altro di filosofi (Aristotele, Hume, Leibnitz, Russell, Popper, ecc.) alla formulazione di previsioni "ragionevoli" sugli eventi futuri, pur nella consapevolezza che essi sono permeati comunque di una radicale incertezza.*

*Il File Excel allegato include quattro fogli:*

*Il primo si riferisce alla curva ad S "planned" di un progetto e al relativo piano di impiego delle risorse.*

*Il secondo si riferisce ad un progetto in essere in cui si valuta il lavoro fatto e quello da fare, con una regressione non lineare vincolata che permette di avere una "ragionevole" proiezione a finire.*

*Il terzo illustra l'applicazione logistica che, al variare del parametro "r", fa passare il modello da una rapida convergenza, ad una convergenza con oscillazioni smorzate, ad un andamento periodico ed infine al caos deterministico e poi alla distruzione del sistema.*

*L'ultimo infine si riferisce ai "Cigni non lineari o a Cigni morenti" in cui si mostra come una stessa e semplice formula matematica può avere valori: circa nulli, bassi, alti o molto alti sulla base di piccolissime fluttuazioni dei dati d'ingresso.*

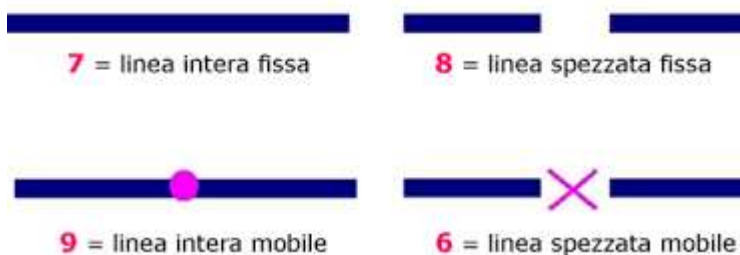
### Cenni storici:

Gli umani, sin dalla loro comparsa evolutiva sulla terra, sono sempre stati preoccupati del futuro e di cosa potesse accadere loro. Erano terrorizzati, comprensibilmente, dagli eventi atmosferici, dalle bestie feroci, dai temporali, dalle alluvioni ecc. Tra le cose più terribili vi era il succedersi delle stagioni: dopo gli inverni il sole sarebbe tornato a illuminare e riscaldare il pianeta? Gli Egizi adoravano non a caso il Dio Sole. Di queste paure troviamo ancora oggi traccia in molte religioni e tradizioni popolari: la festa delle luci degli ebrei, le luci dell'albero natalizio dei paesi nordici, la festa di Santa Lucia diffusissima in Italia e particolarmente nel bresciano.

Non stupisce dunque che Indovini, Maghi, Aruspici, Profeti ecc. avessero (e probabilmente abbiano ancora oggi) grande seguito tra tutte le popolazioni del pianeta.

Forse il più bel libro, scritto oltre 3000 anni fa sul tema, è lo I Ching o libro dei mutamenti.

Si tratta di sentenze/consigli/suggerimenti già scritti e codificati. In totale sono 64 esagrammi ( $2^6$ ) derivanti dalle 6 combinazioni di linee che possono essere intere o spezzate.



## Linee Fisse e Spezzate degli esagrammi I Ching

Originariamente, dopo aver pensato ad una situazione futura di cui si voleva conoscere l'esito, si sceglievano a caso 3+3 bastoncini (di cui la metà erano stati dimezzati). In tempi recenti, per motivi di praticità, si utilizza, per ogni trigramma, il lancio di tre monete. Ecco come Leibnitz pone in relazione le linee intere o spezzate dei cinesi con l'aritmetica binaria (0 e 1):

*“Ciò che vi è di sorprendente in questo calcolo, è che questa Aritmetica per 0 e 1 si trova a contenere il mistero delle linee d'un antico Re e Filosofo chiamato Fohy, che si crede sia vissuto più di quattromila anni fa, e che i Cinesi considerano come il Fondatore del loro Impero e delle loro scienze. Ci sono diverse figure lineari che gli si attribuiscono. Tutte si trovano in questa aritmetica, ma è sufficiente mostrare qui le Figure degli Otto Cova [kua, i trigrammi], come sono chiamati, che sono considerati fondamentali, e di aggiunger loro la spiegazione che è manifesta una volta che si noti in primo luogo che una linea intera — significa l'unità o 1, e poi che una linea spezzata — — significa lo zero o 0”.*

Una riflessione, attribuita ad Epicuro, sul pensiero ossessivo del domani:

“Nasciamo una volta sola, due volte non è possibile che accada ed è necessario non essere più per l'eternità. Tu pur non essendo padrone del domani, rimandi il momento di sentirti bene: nel frattempo la vita passa e ciascuno di noi muore senza aver mai smesso di affannarsi”.

Superfluo citare il celeberrimo verso di Orazio “Carpe diem, quam minimum credula postero”.

Non si sa se il poeta, matematico e filosofo Omar Khayam conoscesse Epicuro, ma in una delle sue Rubaiyyat scrisse:

“Nessun potere hai oggi sul domani

E il pensare al domani non è che malinconia.

Godi questo attimo, se il cuore tuo non è folle,

che non sai quanto possa valere ciò che ti resta di vita.”

L'ansia di sapere cosa ci avrebbe riservato il futuro ha sempre pervaso l'umanità.

Secondo l'evangelista Matteo, Gesù ebbe a dire:

### *Le preoccupazioni*

**25** «Perciò vi dico: non siate in ansia per la vostra vita, di che cosa mangerete o di che cosa berrete; né per il vostro corpo, di che vi vestirete. Non è la vita più del nutrimento, e il corpo più del vestito?

**26** Guardate gli uccelli del cielo: non seminano, non mietono, non raccolgono in granai, e il Padre vostro celeste li nutre. Non valete voi molto più di loro? **27** E chi di voi può con la sua

preoccupazione aggiungere un'ora sola alla durata della sua vita? **28** E perché siete così ansiosi per il vestire? Osservate come crescono i gigli della campagna: essi non faticano e non filano;

**29** eppure io vi dico che neanche Salomone, con tutta la sua gloria, fu vestito come uno di loro.

**30** Ora se Dio veste in questa maniera l'erba dei campi che oggi è, e domani è gettata nel forno, non farà molto di più per voi, o gente di poca fede? **31** Non siate dunque in ansia, dicendo: "Che mangeremo? Che berremo? Di che ci vestiremo?" **32** Perché sono i pagani che ricercano tutte

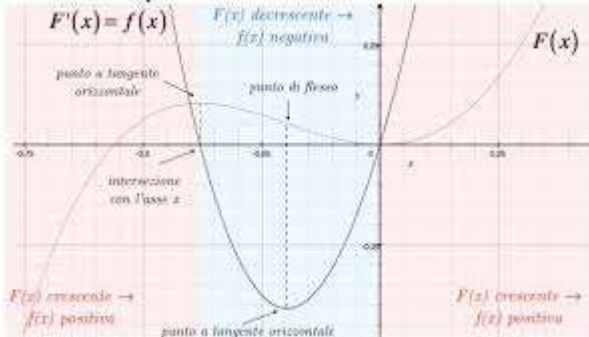
queste cose; ma il Padre vostro celeste sa che avete bisogno di tutte queste cose. **33** Cercate prima il

regno e la giustizia di Dio, e tutte queste cose vi saranno date in più. **34** Non siate dunque in ansia per il domani, perché il domani si preoccuperà di se stesso. Basta a ciascun giorno il suo affanno”.

Matteo 6,25-34

Di questo passo Bertrand Russell ebbe a scrivere, nella sua Storia della filosofia Occidentale, che è forse il precetto dei Vangeli più ignorato dai Cristiani.

Ma veniamo ai tempi della modernità.



$F(x)$  curva Integrale.  $F'(x) = f(x)$  curva Derivata

Intorno al 1600 d.c. e negli anni successivi si è attuata, in occidente, la più grande rivoluzione della scienza, della matematica e delle capacità di prevedere/interpretare la natura. Personaggi come Galileo, Keplero, Newton, Leibnitz hanno sostituito le conoscenze prima basate sulla filosofia di Aristotele e sulla magia. Galileo se la prendeva non tanto con Aristotele ma con gli “aristotelici” che: per non cambiar nulla nel cielo di Aristotele non vogliono accettare quello che veggono nel cielo della natura. Non si deve però pensare ad una cesura improvvisa tra Magia e Scienza. Infatti, come scrisse Keynes, “Newton non fu il primo dell’età della ragione, fu l’ultimo dei Maghi”. La potenza e l’efficacia dell’analisi (calcolo differenziale ed integrale) in fisica ed in astronomia fecero scrivere a Laplace:

«Possiamo considerare lo stato attuale dell’universo come l’effetto del suo passato e la causa del suo futuro. Un intelletto che ad un determinato istante dovesse conoscere tutte le forze che mettono in moto la natura, e tutte le posizioni di tutti gli oggetti di cui la natura è composta, se questo intelletto fosse inoltre sufficientemente ampio da sottoporre questi dati ad analisi, esso racchiuderebbe in un’unica formula i movimenti dei corpi più grandi dell’universo e quelli degli atomi più piccoli; per un tale intelletto nulla sarebbe incerto ed il futuro proprio come il passato sarebbe evidente davanti ai suoi occhi»

(*Essai philosophique sur les probabilités*, Laplace 1749-1827)

A proposito di dubbi e certezze Francesco Bacone scriveva: “Se cominciamo con delle certezze, finiremo col dubitare; ma se cominciamo nel dubbio, e siamo pazienti, finiremo con delle certezze”.

## Le diverse concezioni della probabilità

Naturalmente Laplace era perfettamente a conoscenza dell’esistenza dell’incertezza e del calcolo delle probabilità su cui aveva anche scritto un saggio.

Questo calcolo fu iniziato da un italiano, Girolamo Cardano, vissuto nel 1500, che voleva affrontare alcuni temi relativi al gioco d’azzardo. Il tema fu poi ripreso e approfondito in Francia nel 1600 in un celebre carteggio tra il filosofo (Blaise Pascal) ed il magistrato (Pierre de Fermat). Ne scaturì la definizione classica di probabilità: numero di casi favorevoli diviso numero dei casi totali (se sono tutti equiprobabili).

Richard Von Mises, matematico ed ingegnere austriaco, all’inizio del 1900 propose la

concezione frequentista per definire il concetto di probabilità. Si tratta di calcolare il rapporto tra numero di casi favorevoli e il numero di casi totali quando questi tendono all'infinito. Successivamente Kolmogorov, un matematico russo, propose la concezione assiomatica (seguendo le impostazioni di Hilbert) delle probabilità. Ecco i suoi tre assiomi:

1. Ad ogni evento casuale "a" corrisponde un certo numero  $P(a)$ , chiamato "probabilità di a", che soddisfa le disuguaglianze  $0 \leq P(a) \leq 1$ .
2. La probabilità dell'evento certo è 1.
3. La probabilità dell'unione di un numero finito o infinito numerabile di eventi mutuamente esclusivi è pari alla somma delle probabilità di questi eventi.



A proposito della concezione frequentista della probabilità, Bruno De Finetti, che ne era fortemente critico, ripeteva il proverbio, probabilmente lucano:

“Acqua passata non macina più.”

Dal punto di vista delle previsioni, l'impostazione più interessante è, a mio avviso, quella soggettivistica proposta da De Finetti e Ramsey. Semplificando molto, l'impostazione definisce come probabilità di un evento il grado di credenza di un individuo (esperto) nel suo avverarsi. Nel suo libro, *Filosofia delle probabilità*, De Finetti fa l'esempio degli esperti geologi delle compagnie petrolifere che debbono stimare, in base ai test, il grado di probabilità che un'area contenga effettivamente idrocarburi. Oggi queste analisi si fanno con l'ausilio dei Super Computer e delle reti neurali (intelligenza artificiale). Per far comprendere l'importanza della competenza, nella stima credibile degli accadimenti futuri, De Finetti aveva inventato per i suoi studenti il "Campionato Pronostico". Gli studenti dovevano prevedere l'esito delle partite di calcio in base alle loro conoscenze: stato della squadra, pericolosità dell'avversario, partita in casa o in trasferta, ecc.

“...La questione non consiste nell'uso di questo o quel tipo di matematiche, più o meno elementari o elevate, antiche o moderne, e via dicendo. Non c'è nulla che, di per sé, sia buono o cattivo: è l'uso che se ne fa (o in altro caso, *il modo in cui lo si insegna* [corsivo aggiunto]) che può essere buono o cattivo, o per dir meglio, essere o non essere adeguato.... (De Finetti, un matematico e l'economia)

Facendo un passo indietro nel tempo torniamo alla filosofia, alla Scolastica e a San Tommaso:

### Conoscibilità di Dio tramite la ragione 4

- Le 5 vie di san Tommaso
- Primo motore
- Prima causa
- Primo necessario
- Prima perfezione
- La via della finalità

#### Le Vie di San Tommaso per dimostrare l'esistenza di Dio

Fin dai tempi di Aristotele, un metodo per acquisire delle verità è l'induzione. Secondo tale metodo, si può pervenire alla definizione di un principio generale dopo averlo verificato in un gran numero di casi particolari.

Nella vita di tutti i giorni noi incontriamo un gran numero di fenomeni e possiamo verificare che tutti hanno una causa: è dunque naturale inferire che ogni fenomeno ha una causa. San Tommaso utilizzò il principio di causalità per dimostrare, con la ragione, l'esistenza di Dio. Ecco le sue celebri 5 vie:

Prima Via : ex moto – il movimento

Seconda Via: ex causa – causalità efficiente

Terza via: ex contingentia – contingenza

Quarta via: ex gradu – gradi di perfezione

Quinta via: ex fine – finalismo

Le cinque vie partono dunque da ciò di cui si ha esperienza e approdano alla constatazione che ciò di cui abbiamo esperienza non potrebbe esistere se non esistesse un'Altra realtà che chiamiamo Dio (Motore Immobile o Causa non Causata).

Il principio che ogni fenomeno osservato deve avere sempre una causa ben definita, messo in campo da Aristotele, è ancora oggi sostenuto in modo assoluto da molti. Fu messo in discussione dallo scettico e liberale scozzese David Hume, colui che risvegliò Immanuel Kant dal "Sogno dogmatico". Ogni qualvolta si assiste a due eventi in rapida successione, è logico pensare che ci sia una qualche connessione fra i due eventi, e in particolar modo, che l'evento che viene cronologicamente per primo "produca" il successivo e che quindi l'evento A sia la causa dell'evento B. Hume rifiutò però questo punto di vista: infatti egli si domandò con quale procedimento e su quali basi si può desumere B dato l'evento A. Sul *principio di causalità* si basavano tutti quei procedimenti di "previsione" secondo i quali ad un evento se ne fa seguire un altro teoricamente collegato al precedente.



L'esempio di Hume per criticare la Causalità

L'esempio famoso di Hume è quello della palla da biliardo lanciata contro un'altra: per qualunque osservatore apparirà sempre prima una palla che si scontra con un'altra e poi il mettersi in moto di quest'ultima. Così facendo tutti gli osservatori, dopo qualche lancio, potranno affermare che la seconda palla si muoverà vedendo soltanto la prima palla che viene lanciata verso di essa. Il fatto insomma che ad un evento A segua da milioni di anni un evento B non può darci la certezza assoluta che ad A segua sempre B e nulla ci impedisce di pensare che un giorno le cose andranno diversamente e che, per esempio, a B segua A. Per ovviare a ciò ci vorrebbe un *principio di uniformità della natura* che si incarichi di mantenere costanti in eterno le leggi della natura, cosa che per Hume non è né intuibile né dimostrabile.



Il Tacchino induttivista di Bertrand Russell

In concomitanza con il principio di causalità Hume criticò anche il principio di induzione di Aristotele, cui si è fatto cenno precedentemente. La più chiara e divertente metafora per descrivere la critica di Hume si deve a Bertrand Russell. Il tacchino, messo all'ingrasso, osservando l'uomo che lo nutre ogni giorno, inferisce che quando egli compare vuol dire che si mangia... sino a quando, con le feste di fine anno, l'uomo compare per tirargli il collo!

Circa un secolo dopo Laplace, Poincaré sembra quasi rispondergli in questa sua considerazione:

"Una causa piccolissima che sfugga alla nostra attenzione determina un effetto considerevole che non possiamo mancar di vedere, e allora diciamo che l'effetto è dovuto al caso. Se conoscessimo esattamente le leggi della natura e la situazione dell'universo all'istante iniziale, potremmo prevedere esattamente la situazione dello stesso universo in un istante successivo. Ma se pure accadesse che le leggi naturali non avessero più alcun segreto per noi, anche in tal caso potremmo conoscere la situazione iniziale solo approssimativamente. Se questo ci permettesse di prevedere la situazione successiva con la stessa approssimazione, non ci occorrerebbe di più e dovremmo dire che il fenomeno è stato previsto, che è governato da leggi. Ma non sempre è così; può accadere che piccole differenze nelle condizioni iniziali ne producano di grandissime nei fenomeni finali. Un piccolo errore nelle prime produce un errore enorme nei secondi. La previsione diviene impossibile e si ha un fenomeno fortuito".

Henry Poincaré (1854, 1912): *Les Méthodes nouvelles de la mécanique celeste*

### Caos

Il Sistema Solare, con i suoi 8 "pianeti", Plutone e tanti asteroidi, è stabile nel tempo (prevedibile) oppure no? La Terra potrebbe improvvisamente scappare via all'attuale orbita attorno al Sole?

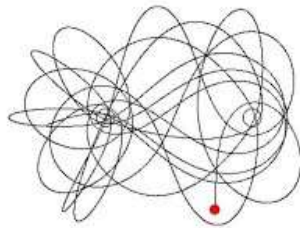


Problema *due* corpi (Newton)



Orbita ellittica

Problema a *tre* corpi (H. Poincaré)



Orbita Caotica

La figura enfatizza l'ipotesi delle orbite caotiche nel caso di tre o più corpi, ma il messaggio è chiaro: anche in regime deterministico (cioè senza intervento di fenomeni casuali) le previsioni possono diventare impossibili a causa delle incertezze (anche piccolissime) sui valori iniziali delle variabili nella soluzione delle equazioni differenziali: il mito della precisione del Calcolo (Analisi) da Platone a Keplero, a Newton, a Laplace è definitivamente infranto.

Per Dehane anche "l'irragionevole efficacia della matematica nel descrivere la natura" cara a Wigner e ad Einstein diventa più comprensibile. Ad esempio i pianeti non seguono strettamente delle elissi, i fenomeni di crescita e saturazione non seguono strettamente la legge logistica, ecc. Insomma la metafora di Hume sul biliardo viene ripresa in modo diverso per descrivere il "Caos deterministico": una leggerissima differenza nell'angolatura della stecca sulla prima palla cambia radicalmente l'evoluzione delle traiettorie delle altre palle e del numero di quelle che andranno in buca.

Nell'era pionieristica dei Computer (1962) Edward Lorenz, un meteorologo, scrisse tre equazioni differenziali fondamentali per descrivere l'evoluzione del clima nel breve periodo. La soluzione numerica del sistema delle tre equazioni (dopo aver impostato i parametri e le condizioni iniziali) richiedeva tempi di calcolo lunghissimi. All'epoca i Computer avevano velocità e spazi di memoria molto limitati. Stanco, una sera, Lorenz interruppe una simulazione registrando tutti i valori delle variabili con 6 cifre decimali. La mattina dopo reimpostò i valori registrati e riavviò la simulazione. Con sua grande sorpresa l'evoluzione e i risultati finali furono radicalmente diversi da quello che si sarebbe aspettato. Una conferma di quanto scritto da Poincaré:

"...Può accadere che piccole differenze nelle condizioni iniziali ne producano di grandissime nei fenomeni finali..."

Lorenz riprese questi concetti in una celebre conferenza il cui titolo è riportato con la figura sottostante:



"Il battito d'ali di una farfalla in Brasile può provocare un Tornado in Texas?"

Già nel 1950 Alan Turing aveva anticipato questi concetti scrivendo:

«Lo spostamento di un singolo elettrone per un milionesimo di centimetro, a un momento dato, potrebbe significare la differenza tra due avvenimenti molto diversi, come l'uccisione di un uomo un anno dopo, a causa di una valanga, o la sua salvezza.»

(Alan Turing, *Macchine calcolatrici e intelligenza*, 1950)

Dal punto di vista matematico, molti sistemi possono essere modellizzati con equazioni differenziali alle derivate parziali. Le soluzioni di queste equazioni spesso utilizzano funzioni esponenziali, logistiche e di potenza e quindi anche una modesta variazione dei dati in ingresso si ripercuote sulla soluzione con un andamento completamente diverso, potendo quindi alterare in modo determinante l'andamento del fenomeno in funzione del tempo.

**Prevedere il futuro, con il solo aiuto della Statistica, è come guidare un'auto che avanza nella nebbia guardando...lo specchietto retrovisore!**

La **statistica** è una disciplina che ha come fine lo studio quantitativo e qualitativo di un particolare fenomeno collettivo in condizioni di incertezza o non determinismo, cioè di non completa conoscenza di esso o parte di esso.

Essa è uno strumento del metodo scientifico e si avvale della matematica per studiare i modi in cui un fenomeno collettivo può essere sintetizzato e compreso. Ciò avviene attraverso la raccolta e l'analisi delle informazioni relative al fenomeno studiato.

La misura quantitativa dei fenomeni sociali ha una storia antica. In Egitto si rilevava l'ammontare della popolazione già ai tempi della prima dinastia e durante la seconda si rilevavano vari beni a fini fiscali. Durante le dinastie successive si tenevano elenchi delle famiglie dei soldati, dei dipendenti statali e delle merci. Sotto la ventesima dinastia si tenevano liste delle abitazioni e dei loro abitanti.

In Israele il primo censimento fu fatto ai tempi del soggiorno nel Sinai (da cui il libro dei Numeri della Bibbia) e altri ne seguirono. Anche l'immenso impero cinese ha sempre curato i censimenti, che nell'epoca dei Ming avevano cadenza decennale. Non si hanno invece notizie di censimenti nella Grecia antica, ma venivano registrati ogni anno i nati dell'anno precedente.

La rilevazione dei cittadini e dei loro beni ebbe grande importanza nella Roma antica. Il primo censimento fu ordinato da Servio Tullio e si ebbero poi censimenti con periodicità quinquennale dalla fine del VI secolo a.C., decennale a partire da Augusto.

In *Of the Populousness of Ancient Nations* lo scozzese David Hume il cui diede inizio alla demografia storica. Qui Hume rilevò come le cifre tramandateci dagli antichi fossero particolarmente inaffidabili, non solo perché le loro stime non avevano basi solide, ma anche perché i numeri di ogni tipo contenuti negli antichi manoscritti erano stati soggetti ad un'alterazione molto maggiore di qualsiasi altra parte del testo, in quanto ogni altro tipo di alterazione modifica il senso e la grammatica ed è quindi più facilmente individuata dal lettore e dal trascrittore.



I Principali strumenti della Statistica per prevedere il futuro sono l'analisi delle serie storiche (medie mobili, smorzamento esponenziale) e le analisi di correlazione e regressione. Queste analisi sono in grado, in base ai dati passati, di estrapolare un trend che consente di prevedere, o meglio ipotizzare, l'andamento futuro delle variabili in studio. Grande cautela deve essere posta nell'uso della statistica per prevedere il futuro. Un esempio è la confusione tra il concetto di causazione e correlazione. Un celebre caso è citato da Bertrand Russell nella sua *Storia della filosofia Occidentale*. In pratica si trattava di spiegare / prevedere il calo delle vocazioni religiose in Gran Bretagna. Un pastore, che era anche un bravo in statistico, mise in correlazione i dati del calo delle vocazioni con quello dei consumi di whiskey e, avendo scoperto una correlazione inversa, prevede che, se in futuro i consumi di whiskey fossero continuati ad aumentare si sarebbe osservato un ancora più accentuato calo delle vocazioni. Nel grafico riportato sotto si pone in correlazione (diretta) il numero dei divorzi nello Stato del Maine (USA) con il consumo pro capite di margarina e se ne evince che coloro che consumano molta margarina sono più soggetti a divorziare!



Dunque Correlazione non significa Causazione (ma spesso può essere vero il contrario (la causazione implica correlazione), magari con un ritardo della Curva Causata rispetto alla Causante.

Nel 2007 Nassim Taleb scrisse un celebre saggio intitolato il Cigno Nero.



Il Cigno Nero rappresenta l'evento improvviso e impreveduto che può sconvolgere tutti i piani e tutte le previsioni (Si pensi alla pandemia di Covid19 che tutti stiamo vivendo, mentre scrivo. Vedi in proposito gli articoli di Gentile e Corbellini riportati in fondo alla bibliografia). Taleb, in particolare ha espresso dubbi sulla Curva Normale (attribuita solitamente a Gauss, secondo altri a De Moivre). Il problema, sostiene Taleb, sono le code asintotiche della curva (in particolare quella destra che, di solito, rappresenta gli imprevisti

peggiori). Ebbene, secondo lui, questi eventi / imprevisti sono molto più frequenti di quanto preveda la Curva Normale e sono meglio rappresentati da una Curva di Potenza.

Prima di Taleb, Karl Popper scrisse di Cigni Neri in relazione al metodo scientifico che, secondo il filosofo (in accordo con Einstein) deve basarsi sul principio di falsificabilità e non su quello di verificabilità caro ai positivisti logici (Carnap, O. Neurath, Schlick, ecc.).



Popper, semplificando, riprende i concetti di critica al principio d'induzione cari a Hume e Russell e sostiene che la Scienza progredisce secondo il metodo ipotetico-deduttivo: si fa una ipotesi scientifica (congettura) la si sottopone a controlli empirici, se non li supera è definitivamente falsificata, se li supera è corroborata, ma non riconosciuta mai come vera definitivamente. Ecco due riflessioni di Einstein e Popper su questo tema:

«Nessuna quantità di esperimenti potrà dimostrare che ho ragione; un unico esperimento potrà dimostrare che ho sbagliato.»

(Albert Einstein, lettera a Max Born del 4 dicembre 1926)

«L'inconfutabilità di una teoria non è (come spesso si crede) un pregio, bensì un difetto. Ogni controllo genuino di una teoria è un tentativo di falsificarla, o di confutarla. La controllabilità coincide con la falsificabilità; alcune teorie sono controllabili, o esposte alla confutazione, più di altre; esse per così dire, corrono rischi maggiori.»

(K. Popper, in AA.VV., *Filosofia e pedagogia dalle origini a oggi*, vol. 3, p. 615, La Scuola, Brescia 1986)

Per Popper dunque, il fatto che una teoria possa essere falsificata da un controllo empirico ne aumenta, e non ne diminuisce la scientificità. Egli fa espressamente riferimento in vari scritti e conferenze al marxismo e alla psicoanalisi, della cui scientificità i giornali e i media presentavano continuamente verifiche scientifiche, senza indicare mai controlli empirici che avrebbero potuto falsificarle. Quindi il filosofo le relega nella metafisica (cioè al di là della fisica e della Scienza). Popper però si distingueva da Wittgenstein e dagli empiristi logici i quali sostenevano che i problemi metafisici e filosofici erano "privi di significato". Per lui filosofia e metafisica sono rispettabilissime ma, semplicemente sono "non-scienza" in quanto, secondo il criterio di demarcazione, non possono essere confutate da alcun controllo empirico.

Torniamo infine al tema delle previsioni e delle incertezze (rischi) che possono ostacolarle. Le Situazioni che possono presentarsi sono cinque:



1° Situazione:

Incertezze prevedibili con l'aiuto statistico. (Esempio: Progress (%) dei progetti)

2° Situazione:

Incertezza per la scarsa conoscenza della situazione (De Finetti, ricerche idrocarburi).

3° Situazione:

Irruzione di eventi del tutto imprevisi (Nassim Taleb, Cigni Neri).

4° Situazione:

Imprevedibilità delle condizioni iniziali dei sistemi non lineari (Poincaré, Lorenz).

5° Situazione:

Imprevedibilità insita negli eventi (Decadimento radioattivo, Gatto di Schrodinger, Meccanica quantistica...).

Einstein non credeva nella incertezza insita negli eventi. Da qui la celebre frase rivolta a Niels Bohr: "Dio non gioca a dadi con l'Universo!" cui Bohr rispose con l'altrettanto celebre: "... chi sei tu per dire a Dio cosa deve fare?".

La scienza contemporanea, su questo tema, sembra aver dato ragione a Bohr e torto ad Einstein.



Dio non gioca a dadi con l'Universo!

Nel seguito considereremo solo esempi numerici tratti dalle situazioni 1° e 4°.

1° Situazione. Istogrammi e Curve ad S: pianificazione di un progetto.

Le curve ad "S" programmatiche di un progetto vengono tracciate dopo aver individuato la WBS, elaborato il programma, allocate le risorse ed effettuate le necessarie aggregazioni. In molti casi però, soprattutto in fase di offerta, è utile disporre di curve ad "S" stimate precedentemente alla stesura del programma dettagliato. Tali curve debbono consentire di spostare nel tempo e alzare o abbassare il periodo di massimo carico del corrispondente istogramma (derivata della Curva ad S), in accordo con gli scenari prefigurati dagli esperti e dai decisori.

Dati:

Un progetto della durata di 13 mesi richiede 5000 mesi uomo per essere realizzato. L'impegno delle risorse non può essere, benché auspicabile dal punto di vista dell'efficienza, uniforme nei mesi ( $5000/13 = 385$  uomini al lavoro nel cantiere in ogni mese). Nel primo mese non potranno tassativamente essere mobilitati più di 150 uomini. Nel periodo di massimo carico si può superare di poco il limite dei 600 uomini. Si stima che il mese di massimo carico sarà il 5° e che l'istogramma avrà un andamento vagamente a trapezio, a panettone o a parabola rovesciata. Tracciare, per il progetto, un ragionevole istogramma di carico ed una curva ad "S" compatibili con i vincoli riportati sopra.

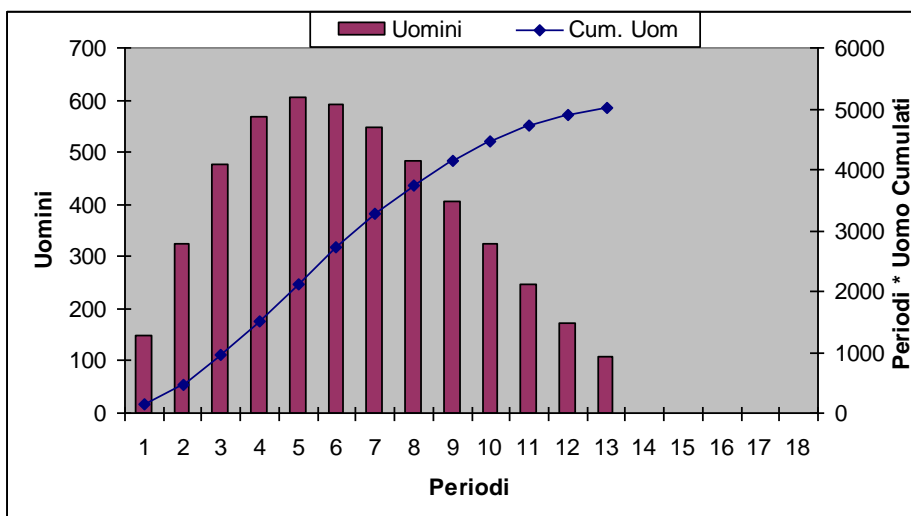
Soluzione:

Per tracciare la curva ad "S" progressiva si è utilizzata la funzione:

$$Y = Kx + (1-K) * x^a - ax^n$$

Dove Y rappresenta l'ordinata della curva ad "S" ed x i periodi di tempo trascorsi. I parametri K, n, a sono stati aggiustati per tentativi in modo da soddisfare tutti i vincoli del problema. In particolare il parametro "K" controlla l'altezza del picco massimo e quindi il carico sulle code. Il parametro "n" controlla la posizione anticipata o ritardata del Picco Massimo.

L'istogramma di carico è stato calcolato come differenza (DY) tra due valori successivi della curva progressiva.



1° Situazione: Curva ad S interpolante e proiezioni a finire.

Per i progetti in corso la curva ad "S" programmatica viene affiancata da un ramo di curva effettiva ottenuta dai dati storici osservati. E' auspicabile disporre di una curva strutturalmente stabile e senza asintoti (non polinomiale e non logistica) che consenta di interpolare efficacemente i dati storici e di effettuare flessibili proiezioni a finire.

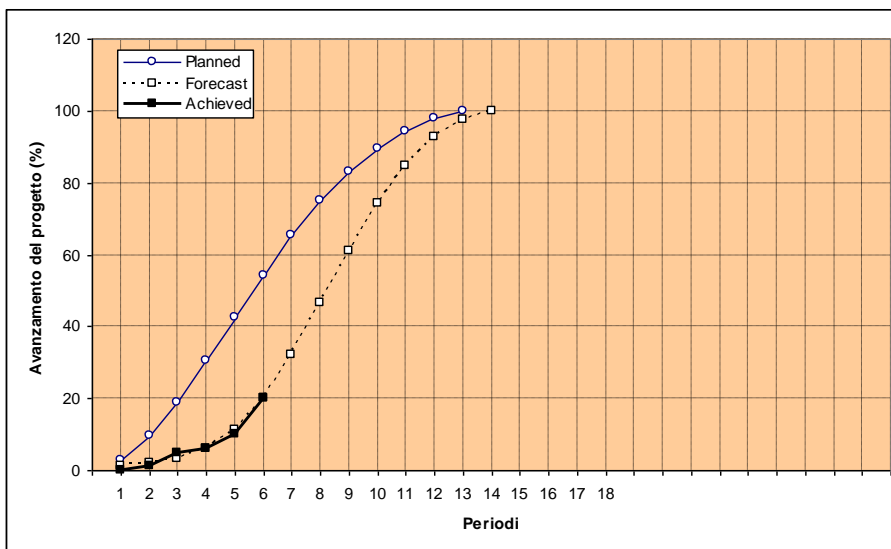
Dati:

Per il progetto EPC (Engineering, Procurement, Construction) di 13 mesi precedentemente programmato si è iniziata da 6 mesi la realizzazione. L'avanzamento percentuale progressivo registrato nei primi 6 mesi è: 0, 1.2, 5, 6, 10, 20. Dunque, giunti al termine del 6° mese si ha un avanzamento fisico effettivo del 20% contro un 54%

programmato. Tradotto in termini temporali, il ritardo ammonta a circa 3 mesi e, se proiettato a finire, risulta preoccupante in quanto il contratto prevede che il "Main contractor" paghi al "Client-Owner" una forte penale per ritardi superiori ad un mese. Si tratta dunque di trovare una Curva ad S di "Recovery" che interpoli bene i dati effettivi (Achieved) registrati sino al 6° mese e che consenta di contenere il ritardo finale entro un mese (14 mesi invece dei 13 previsti inizialmente).

Soluzione:

Per risolvere il problema si utilizza la stessa funzione esponenziale (strutturalmente stabile, che non cambia cioè radicalmente forma al mutare dei parametri) impiegata per il problema di pianificazione iniziale precedentemente illustrato. Con Excel, utilizzando semplicemente il mouse si trascina la curva di Forecast, assieme al suo simbolo, per 14 mesi. Per i primi 6 mesi si calcola poi la devianza tra i dati Achieved e Forecast. Questa devianza viene minimizzata (ricorrendo al Risolutore) variando le celle "k", "n", "a" della curva di Forecast. Dunque in questo caso i 3 parametri della curva vengono calcolati automaticamente in modo da interpolare al meglio i valori effettivi osservati. Per minimizzare la devianza si può usare, come fatto nel seguito, l'opzione non lineare del Solver di Excel.



#### 4° Situazione Il Caos deterministico, applicazione logistica:

Conferenza di Poincaré alla Società de Psychologie:

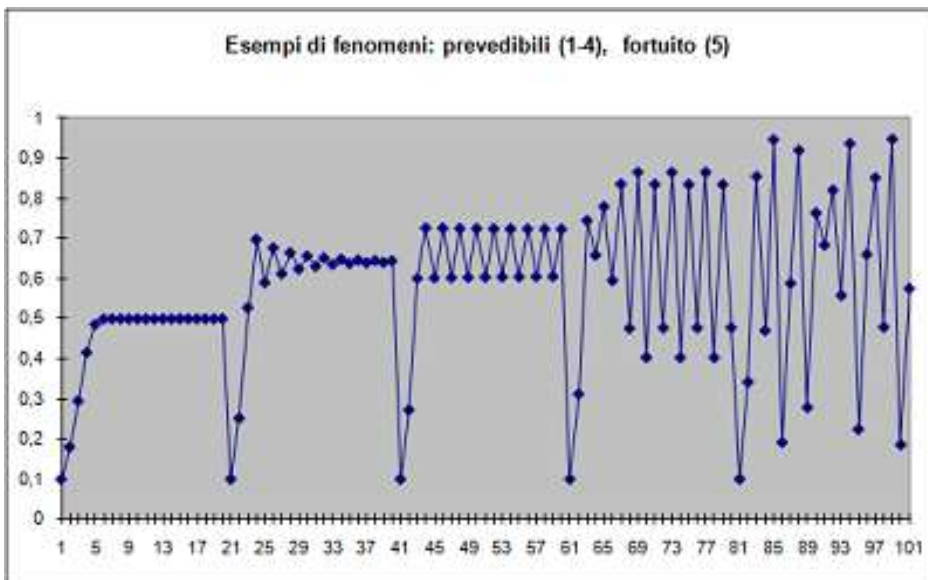
"In quel periodo partii da Caen, ove allora abitavo, per partecipare ad una escursione geologica organizzata dall'Ecole des Mines. Le peripezie del viaggio mi fecero dimenticare i miei lavori matematici; giunti che fummo a Coutances, salimmo in omnibus per non so quale gita. Nel momento stesso in cui misi piede sul predellino, ecco che mi venne l'idea, senza che nulla nei miei precedenti pensieri, almeno in apparenza, mi ci avesse predisposto. Le trasformazioni che avevo usato per definire le funzioni fuchsiane erano identiche a quelle della geometria euclidea. Non feci la verifica - non ne avrei avuto nemmeno il tempo, giacché appena seduto, ripresi la conversazione che avevo iniziato in precedenza - ma ne fui subito certo. Ritornato a Caen, verificai il risultato a mente fresca, per mettermi la coscienza a posto."

In realtà (come intuì correttamente Poincaré e come è scritto nel suo primo pensiero riportato) il fenomeno della dipendenza forte dalle condizioni iniziali impedisce di

prevedere lo stato futuro dei sistemi (anche di quelli non stocastici), contrariamente a ciò che riteneva Laplace. In effetti due sistemi che inizialmente presentano solo leggere differenze finiscono ben presto per non avere più niente in comune; pertanto i concetti di determinismo e di predicibilità debbono essere nettamente distinti.

In figura sono riportati cinque andamenti generati da uno stesso sistema governato da una semplice applicazione logistica  $[X_{n+1} = r * X_n * (1-X_n)]$  parametrica avente condizione iniziale 0.1:

- 1) se  $1 < r < 2$ , il sistema converge rapidamente al valore 0.5.
  - 2) se  $2 < r < 3$ , il sistema converge lentamente, e dopo diverse oscillazioni, al valore 0.65.
  - 3) se  $3 < r < 3.45$ , il sistema è diventato periodico. Oscilla tra 0.60 e 0.72.
  - 4) se  $3.45 < r < 3.57$ , si ha uno sdoppiamento di periodo (0.40-0.83 e 0.48-0.88).
  - 5) se  $3.57 < r < 4$ , si ha un comportamento caotico: il sistema è imprevedibile.
- Nel regime (5), quello caotico, variando solo di un miliardesimo la condizione iniziale (0.1), dopo qualche decina di iterazioni i valori trovati sono completamente diversi: il sistema è sempre deterministico, ma non prevedibile.



Il lettore interessato può verificare quanto scritto richiamando il file excel allegato e selezionando il foglio "Appl. Logistica". Variando opportunamente il parametro  $r$  potrà verificare i vari regimi: tendenza a un valore stabile, oscillazioni smorzate, oscillazioni periodiche stabili, sdoppiamento dei periodi, regime caotico.

Il secondo pensiero di Poincaré fa comprendere come matematica e psicologia (e anche filosofia) siano fortemente connesse nelle attività di problem solving. In particolare si affronta il problema della scoperta matematica (razionalità o intuizione?). Contrariamente ad Hilbert, Poincaré ritiene che la scintilla determinante avviene con l'intuizione, poi segue la verifica razionale a conferma di quanto trovato. Oggi le neuroscienze, indagando le funzionalità del cervello, parlano di un sistema 1 intuitivo veloce e di un sistema 2 più lento, ma razionale (si vedano anche le considerazioni di Daniel Kahneman: pensieri lenti e pensieri veloci).

In *Science e Méthode* a proposito del ragionamento matematico e dell'intuizione Poincaré scrive: "... che cos'è la creazione matematica? Essa non consiste nel produrre nuove combinazioni di entità matematiche già note; questa è cosa che chiunque potrebbe fare, ma le combinazioni così prodotte sarebbero in un numero infinito, e per lo più prive di ogni

interesse. Creare consiste esattamente nel non produrre combinazioni inutili e nel produrre quelle che sono utili, e che sono una piccola minoranza. l'invenzione è discernimento, scelta."

"Ho detto che inventare è scegliere; ma il termine, forse, non è completamente esatto. Esso fa pensare a un acquirente dinnanzi al quale si dispieghi un gran numero di esemplari e che li esamini uno dopo l'altro, per operare una scelta. Nel nostro caso gli esemplari sarebbero così numerosi che non basterebbe una vita intera, per esaminarli tutti. In realtà le cose non stanno così . Le combinazioni sterili neppure si presentano alla mente dell'inventore. Mai nel dominio della sua coscienza, si manifestano combinazioni che non siano davvero utili, salvo alcune che egli rigetta ma che hanno qualche apparenza di utilità. le cose procedono come se l'inventore fosse un esaminatore di secondo grado, incaricato di interrogare soltanto i candidati che hanno già superato un precedente esame".

Giancarlo Rota, un grande matematico italiano del secolo scorso tenne a Milano alcuni seminari diretti a filosofi, informatici e matematici soffermandosi in particolare sul rapporto tra la semplicità intuitiva e le complesse descrizioni formali. La sua tesi di fondo era così esplicitata: "la formalizzazione non contribuisce alla conoscenza. La conoscenza è portata dal capire problemi e soluzioni. Cioè dalla semplicità".

#### 4° Situazione: Cigni non lineari o morenti

Si consideri ora la semplice funzione previsionale Y presentata sotto:

##### Studio della previsione Y al variare del rapporto tra X e h:

$$Y = ((X+Err)/(h+Err))^n$$

##### Y previsione

X numero reale

Err errore sulla misura dei numeri X e h ( $0 < Err < 1$ )

h numero reale

n numero positivo elevato ad esempio 100

1-3) Se  $X \ll h$  o  $X \gg h$  la previsione è certa (vicina a zero o elevatissima)

2) Se  $X \text{ circa} = h$  la previsione è incerta (premere F9 ripetutamente in Excel per visualizzare come muta).

Si può facilmente constatare che mentre la previsione del valore di Y è ben definita: nei casi 1) valore di Y circa nullo; e nei casi 3) valore di Y molto elevato; nel caso 2), dove X è circa uguale ad h, la previsione è del tutto impossibile: può essere un valore circa nullo un valore intermedio, o un valore molto elevato. Il lettore interessato potrà rendersene conto selezionando nel file Excel allegato il foglio "Cigno non lineare" e premendo ripetutamente F9 (ricalcolo).

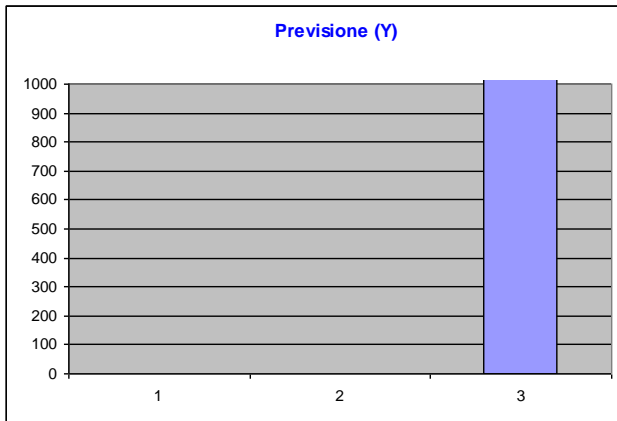
n=	100	Previsione (Y)
		1.4853E- 92
1) X << h		
X=	1	
h=	10	

2)  $X \text{ circa} = h$  0.0003364

$X=$  5  
 $h=$  5

3)  $X \gg h$  1.057E+84

$X=$  10  
 $h=$  1



2) ha valore circa nullo

$n=$  100 Previsione (Y)

1)  $X \ll h$  3.5498E-75

$X=$  1  
 $h=$  10

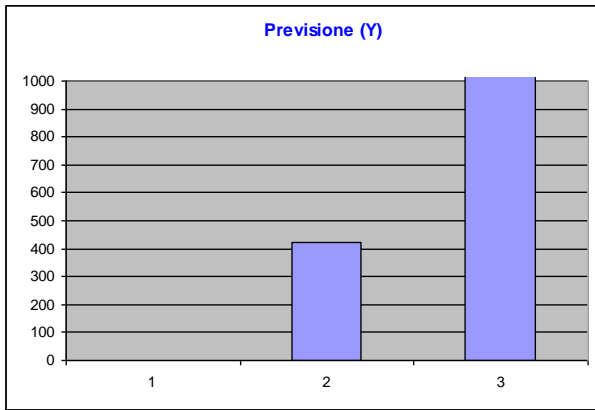
2)  $X \text{ circa} = h$  420.500643

$X=$  5  
 $h=$  5

3)  $X \gg h$  1.617E+75

$X=$  10  
 $h=$  1





2) ha valore basso

---

n= 100 **Previsione (Y)**

1)  $X \ll h$  **1.8106E-87**

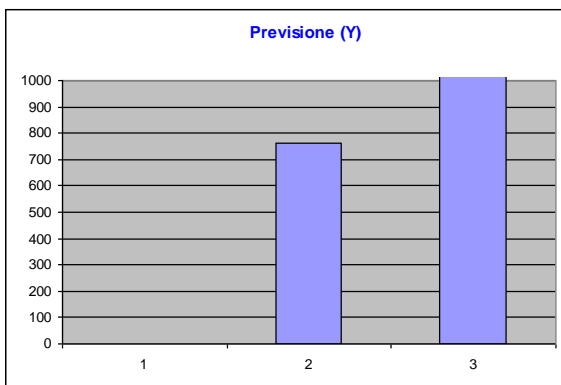
X= 1  
h= 10

2)  $X \text{ circa } = h$  **763.878077**

X= 5  
h= 5

3)  $X \gg h$  **2.6242E+95**

X= 10  
h= 1



2) ha valore alto

---

n= 100 **Previsione (Y)**

1)  $X \ll h$  **5.4481E-73**

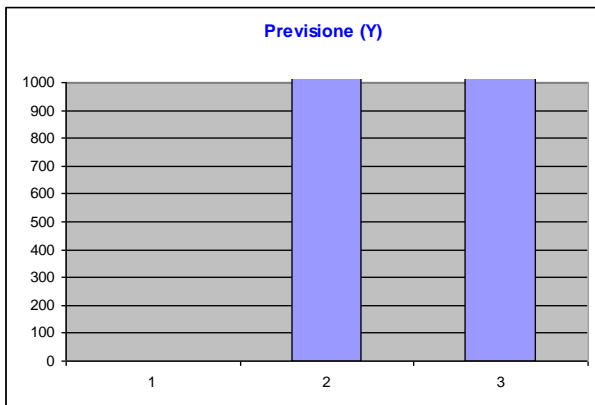
X= 1  
h= 10

2) X circa = h                    **4727.20888**

X= 5  
h= 5

3) X >> h                        **1.748E+80**

X= 10  
h= 1



2) ha valore molto alto

## Conclusioni:

Per concludere questo articolo si ricorre all'abstract di un lavoro del Professor Angelo Vulpiani della Sapienza di Roma:

“Sui giornali si legge spesso di maghi della finanza o del meteo che avrebbero trovato metodi infallibili per prevedere il futuro. Anche se giustamente perplessi, in fondo siamo convinti che, almeno in alcuni casi, sia possibile fare previsioni.

Questa speranza nasce dall'osservazione della regolarità di molti fenomeni (il giorno segue alla notte, le stagioni si susseguono). È ben noto sin dall'antichità che le eclissi possono essere previste con grande anticipo e precisione, non così il tempo meteorologico, e ancor meno il prezzo delle azioni in borsa. Perché questa grande differenza tra le eclissi da una parte e la meteorologia e la borsa dall'altra? Il primo punto da capire è quali siano le variabili rilevanti per un dato fenomeno. Questo è un problema molto sottile: non è certo un caso che sia stato necessario aspettare Galileo e Newton per capire che la variabile “giusta” per il moto di un corpo non è solo la posizione ma anche la velocità (*Cioè la derivata, la variazione o la tendenza, corsivo mio*). Una volta stabilite le variabili giuste, per le previsioni si presentano diverse situazioni:

- a) le leggi di evoluzione esistono e si conoscono;
- b) le leggi di evoluzione esistono e non si conoscono;
- c) non sappiamo se le leggi di evoluzione esistono.

Nel primo caso rientra l'astronomia (le leggi sono date dalle equazioni di Newton e la legge di gravitazione), e le previsioni meteo (regolate dalle equazioni della fluidodinamica). Nella seconda categoria ci sono i terremoti: sicuramente descritti dalle leggi della teoria dell'elasticità ma non conosciamo la composizione dei materiali all'interno della terra. L'economia è forse l'esempio più interessante della terza classe. Per fare le previsioni in modo ottimale è necessario individuare le variabili rilevanti e le leggi di evoluzione che ne regolano la dinamica. Tuttavia anche se le variabili e le leggi sono note ci possono essere enormi problemi pratici. Anche in ambito deterministico, in presenza di caos, cioè quando si ha una forte dipendenza dell'evoluzione temporale dalle condizioni iniziali (l'effetto farfalla), ci sono limiti intrinseci nelle previsioni che diventano impossibili dopo un certo tempo caratteristico. Se le equazioni di evoluzione non sono note si possono usare le serie storiche (dati del passato) per prevedere il futuro; anche in questo caso ci possono essere grosse difficoltà: spesso la serie, per quanto lunga, non è sufficiente”.

Si può concludere con uno dei tanti pensieri attribuiti ad Einstein: “La filosofia senza la scienza è vuota. La scienza senza la filosofia è cieca”.

### Riferimenti sitografici e bibliografici

Includono:

- link utili per approfondire i temi menzionati
- link ad articoli o saggi degli autori indicati
- link a recensioni su articoli o saggi degli autori indicati
- indicazioni bibliografiche estese

I Ching, libro dei mutamenti:

[https://it.wikipedia.org/wiki/Libro\\_dei\\_Mutamenti](https://it.wikipedia.org/wiki/Libro_dei_Mutamenti)

Cardano, probabilità e gioco d'azzardo:

<https://www.gameludere.it/2019/11/25/cardano-il-gioco-dazzardo-e-gli-albori-del-calcolo-delle-probabilita/>

Il Principio di Causalità:

<http://www.carloconsiglio.it/principiocausa.htm>

Le 5 vie di San Tommaso per dimostrare l'esistenza di Dio:

[http://www.esserecristiani.com/index.php?option=com\\_content&view=article&id=573:le-cinque-vie-di-san-tommaso-daquino&catid=55:nozione-di-dio&Itemid=80](http://www.esserecristiani.com/index.php?option=com_content&view=article&id=573:le-cinque-vie-di-san-tommaso-daquino&catid=55:nozione-di-dio&Itemid=80)

David Hume: la critica del concetto di Causalità:

[https://it.wikipedia.org/wiki/David\\_Hume](https://it.wikipedia.org/wiki/David_Hume)

Probabilità: Classica, Frequentista, Assiomatica, Soggettiva

<https://it.wikipedia.org/wiki/Probabilit%C3%A0>

Bruno De Finetti: Probabilità soggettiva, Previsioni, Economia.

[http://www.treccani.it/enciclopedia/bruno-de-finetti\\_%28Il-Contributo-italiano-alla-storia-del-Pensiero:-Economia%29/](http://www.treccani.it/enciclopedia/bruno-de-finetti_%28Il-Contributo-italiano-alla-storia-del-Pensiero:-Economia%29/)

Gottfried Von Leibniz, la Cina e lo I Ching:

<http://zenvadoligure.blogspot.com/2016/11/gottfried-von-leibniz-la-cina-e-li-ching.html>

Simone de Laplace: determinismo causale

[https://it.wikipedia.org/wiki/Pierre\\_Simon\\_Laplace](https://it.wikipedia.org/wiki/Pierre_Simon_Laplace)

Henry Poincaré: la scoperta del Caos deterministico:

<http://www.scienze-ricerche.it/?p=3186>

[https://it.qwe.wiki/wiki/Chaos\\_theory](https://it.qwe.wiki/wiki/Chaos_theory)

Henry Poincaré: previsioni impossibili:

<https://www.matematicamente.it/approfondimenti/problem-solving/sp-24363/>

Albert Einstein: Dio non gioca a dadi con l'universo:

<http://scienzaemusica.blogspot.com/2010/09/dio-non-gioca-dadi-con-luniverso.html>

Edward Lorenz: il battito d'ali di una farfalla:

<http://matematica.unibocconi.it/interventi/Lorenz/lorenz.htm>

Bertrand Russell: Il Tacchino Induttivista:

<http://www.democraziapura.altervista.org/popper-russell-e-il-tacchino-induttivista>

<https://medicinaonline.co/2018/02/16/il-tacchino-induttivista-di-bertrand-russell/>

David Barrow: Perché il mondo è matematico?

<https://www.matematicamente.it/cultura/libri/sp-14878/>

Stanislas Dehaene: il pallino della matematica:

<https://www.matematicamente.it/cultura/libri/sp-30846/>

<https://areeweb.polito.it/didattica/polymath/htmlS/info/BIBLIOID/Dehaene.htm>

Medie mobili e smorzamento esponenziale:

<http://classewiki.pbworks.com/w/file/attach/51865868/Levine11.pdf>

Regressione e Correlazione:

[https://www.google.com/search?q=correlazione+e+regressione&client=firefox-b-ab&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=5GVDhPBtM511EM%253A%252CJfbhk3up7xdR2M%252C\\_&vet=1&usg=AI4\\_-kQVr2PZqIbIOsoGszkm5rU1GILocg&sa=X&ved=2ahUKEwiM3rHyx4XoAhWv16YKHdaSANSQ9QEwAHoECAcQAw#imgc=5GVDhPBtM511EM:](https://www.google.com/search?q=correlazione+e+regressione&client=firefox-b-ab&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=5GVDhPBtM511EM%253A%252CJfbhk3up7xdR2M%252C_&vet=1&usg=AI4_-kQVr2PZqIbIOsoGszkm5rU1GILocg&sa=X&ved=2ahUKEwiM3rHyx4XoAhWv16YKHdaSANSQ9QEwAHoECAcQAw#imgc=5GVDhPBtM511EM:)

Correlazione non significa Causazione:

<https://nonpercaso.it/cosa-vogliamo-dire/>

Il Foglio elettronico come strumento per il Problem Solving:

[https://www.francoangeli.it/Ricerca/scheda\\_libro.aspx?Id=15921](https://www.francoangeli.it/Ricerca/scheda_libro.aspx?Id=15921)

Avanzamento dei lavori del Ponte di Genova:

<https://www.gruppomigliaccio.com/avanzamento-lavori-nuovo-ponte-per-genova/>

Project Management, Problem solving, Decision Making:

<https://www.matematicamente.it/cultura/libri/project-management-problem-solving-decision-making-di-roberto-chiappi/>

Karl Popper: il principio di falsificazione

[https://it.wikipedia.org/wiki/Principio\\_di\\_falsificabilit%C3%A0](https://it.wikipedia.org/wiki/Principio_di_falsificabilit%C3%A0)

Karl Popper: Cigni Bianchi e Cigni Neri

<http://matematica.unibocconi.it/articoli/il-falsificazionismo-di-popper>

Nassim Taleb: Il Cigno Nero

[https://it.wikipedia.org/wiki/Il\\_cigno\\_nero\\_\(saggio\)](https://it.wikipedia.org/wiki/Il_cigno_nero_(saggio))

La Curva Normale:

<https://medium.com/italia/la-curva-normale-non-%C3%A8-la-normalit%C3%A0-daa3822d6f1b>

Nassim Taleb: Curve Normali e Curve di Potenza

<https://www.linkedin.com/pulse/letica-del-cigno-nero-come-limprobabile-governa-la-nostra-pierleoni/>

Incertezza nelle previsioni energetiche:

<https://www.rivistaenergia.it/2019/12/come-affrontare-il-problema-dellincertezza-delle-previsioni-energetiche/>

Cigni Neri e Cigni morenti:

<https://www.rivistaenergia.it/2020/02/cigni-neri-e-cigni-morenti-le-difficolta-di-prevedere-il-futuro/>

Alberto Clò: Coronavirus, non confondiamo le cose

<https://www.rivistaenergia.it/2020/03/coronavirus-non-confondiamo-le-cose/>

Incertezza nelle previsioni: il Boom dello Shale gas

<https://link.springer.com/article/10.1007/s41825-019-00015-9>

Hykel Hosny: Probabilità, Rischio e Previsioni

<http://www.filosofia.unimi.it/~hosni/divulgazione/probabilita-rischio-e-previsioni/>

Daniel Kahneman: Pensieri lenti e veloci

Oscar Mondadori, Milano 2015.

Angelo Vulpiani: La Scienza delle previsioni

<https://fisica.unicam.it/sites/d7.unicam.it.fisica/files/29gennaio.pdf>

Angelo Vulpiani: Determinismo e Caos

Roma, 1994 e 2004, Carocci editore

Previsioni: Enciclopedia Treccani

[http://www.treccani.it/enciclopedia/previsione\\_\(Enciclopedia-delle-scienze-sociali\)/](http://www.treccani.it/enciclopedia/previsione_(Enciclopedia-delle-scienze-sociali)/)

Previsione: Dizionario di Filosofia Treccani

[http://www.treccani.it/enciclopedia/previsione\\_%28Dizionario-di-filosofia%29/](http://www.treccani.it/enciclopedia/previsione_%28Dizionario-di-filosofia%29/)

Gilberto Corbellini: se mentono pure i numeri

<http://80.241.231.25/Ucei/PDF/2020/2020-04-05/2020040544992977.pdf>

Emilio Gentile: pandemiche superstizioni

<http://80.241.231.25/Ucei/PDF/2020/2020-04-05/2020040544992853.pdf>